

# 极化子效应对量子盘中线性和非线性光吸收系数的影响 \*

刘翠红<sup>1,2)</sup> 陈传誉<sup>2)</sup> 马本堃<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>(北京师范大学物理系和理论物理研究所,北京 100875)

<sup>2)</sup>(广州大学理学院物理与电子信息系,广州 510405)

(2001年12月3日收到 2002年1月4日收到修改稿)

利用密度矩阵的方法,得出了考虑极化子效应的量子盘的线性和非线性光吸收系数的解析表达式,并以 GaAs 为例讨论了光吸收系数与不同的入射光子能量和量子盘的厚度之间的关系。结果表明,极化子效应对吸收系数有相当的影响。

关键词:量子盘,光学吸收系数,极化子效应

PACC:4265,7320D,7138

## 1. 引言

近年来,由于微制造技术,如分子束外延技术(MBE)和金属有机物化学气相沉积技术(MOCVD)等的出现和日臻发展,使得制造可以人工改性的微结构——超晶格半导体及各种低维(二维、一维和零维)体系成为可能。随着维度的降低,产生尺寸限制等量子受限效应,从而可进一步改善光电子和微电子器件的性能,开发新型器件<sup>[1-6]</sup>,因此低维体系引起了人们的广泛关注和兴趣。维度的降低,使得电子-声子相互作用变得更加重要,事实上,电子-声子相互作用在决定低维系统的一些物理性质,如输运性质,光学性质方面起着重要的作用<sup>[7]</sup>,所以,十几年来,声子对电子,空穴或激子的影响成为低维体系研究的一个热点<sup>[7-13]</sup>。另一方面,由于低维半导体呈现很强的非线性光学效应,从而也受到人们的日益重视<sup>[14-21]</sup>。1987年,Ahn 和 Chuang 从理论上研究了外加电场下量子阱的线性和三阶非线性光吸收系数<sup>[17]</sup>。1989年,Takagahara<sup>[18]</sup>讨论了半导体球形量子点的激子态,指出由于量子受限,增加了电子和空穴波函数的重叠部分,使得库仑能和振子强度增加,三阶非线性光学效应大大提高。Boucaud 等<sup>[19]</sup>对 In<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As/GaAs 和 Ge/Si 自组织量子点的三阶极化率进行了研究。Sauvage<sup>[20]</sup>则做了这方面的实验。也

有人讨论了外加电场下的耦合量子体系的三阶非线性光学性质<sup>[14]</sup>。但是,迄今为止,很少有人系统地研究极化子效应对低维量子系统光学性质的影响<sup>[21]</sup>,许多问题尚待探讨。

量子点的形状与生长条件有关,一般来说,除了讨论得较多的球形量子点外,还有锥形、矩形、梯形和柱形等等。本文将讨论盘状量子点的光吸收系数,并证明极化子效应对吸收系数的影响是相当重要的。

## 2. 量子盘体系的 Hamiltonian

考虑一个厚度为  $2d$ ,半径为  $R$  的量子盘, $d \ll R$ ,并设受限势能盘内为零,盘外为无限,在有效质量近似下,量子盘内单电子-声子体系的哈密顿量可写为

$$H_0 = H_e + H_{ph} + H_{e-ph}. \quad (1)$$

式中  $H_e$  是描述电子的哈密顿量

$$H_e = \begin{cases} -\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 & |z| \leq d, \quad r \leq R, \\ -\frac{\hbar^2}{2m_0} \nabla^2 + V_0 & |z| > d, \quad r > R, \end{cases} \quad (2)$$

这里  $m^*$  为电子的有效质量,  $m_0$  为自由电子的静止质量。 $V_0$  为量子盘表面的势垒高度,这里取  $V_0 \rightarrow \infty$ 。

\* 广东省自然科学基金(批准号 980378)资助的课题。

(1)式第二项是声子的哈密顿量,考虑到量子盘  $d \ll R$ ,可近似地采用板模(slab mode)作为体系的声子模<sup>[9]</sup>,

$$H_{\text{ph}} = H_{\text{LO}} + H_{\text{SO}} = \sum_{k,m} \hbar \omega_{\text{LO}} a_{k,m}^+ a_{k,m} + \sum_{q,p} \hbar \omega_{sp} b_{q,p}^+ b_{q,p}, \quad (3)$$

其中  $H_{\text{LO}}$  和  $H_{\text{SO}}$  分别是类体模(LO)和表面模(SO)的哈密顿量.

(1)式第三项是电子-声子相互作用的哈密顿量,它由两部分组成,

$$H_{e-\text{ph}} = H_{e-\text{LO}} + H_{e-\text{SO}}, \quad (4)$$

$H_{e-\text{LO}}$  为电子与 LO 声子相互作用的哈密顿量,

$$H_{e-\text{LO}} = \sum_k \left\{ B e^{ik \cdot r} \left[ \sum_{m=1,3,\dots} \frac{\cos(m\pi z/2d)}{\sqrt{k^2 + (m\pi/2d)^2}} a_{k,m}^+ \right. \right. \\ \left. \left. + \sum_{m=2,4,\dots} \frac{\sin(m\pi z/2d)}{\sqrt{k^2 + (m\pi/2d)^2}} a_{k,m}^+ \right] + \text{c.c.} \right\}, \quad (5)$$

$H_{e-\text{SO}}$  为电子与 SO 声子相互作用的哈密顿量,

$$H_{e-\text{SO}} = \sum_q e^{-qd} \left[ \frac{\text{sl}(2qd)}{q} \right]^{1/2} \{ C e^{iq \cdot r} [ G + (q \cdot z) b_{q,+}^+ \\ + G_-(q \cdot z) b_{q,-}^+] + \text{c.c.} \}, \quad (6)$$

我们记  $K \equiv \{k_{\parallel} = k, k_z = \frac{m\pi}{2d}\}$ , 这里  $K$  和  $q$  分别为 LO 声子及 SO 声子的波矢,  $m = 1, 3, 5, \dots$  或  $2, 4, 6, \dots$ ;  $p = \pm$  为宇称, 偶宇称  $p$  为  $+$ , 奇宇称  $p$  为  $-$ ;  $a_{k,m}^+$  ( $a_{k,m}$ ) 是 LO 声子的产生(湮没)算符,  $b_{q,p}^+$  ( $b_{q,p}$ ) 是 SO 声子的产生(湮没)算符, 并且有

$$B = i \left[ \frac{4\pi e^2}{V} \hbar \omega_{\text{LO}} \left( \frac{1}{\epsilon_{\infty}} - \frac{1}{\epsilon_0} \right) \right]^{1/2}, \quad (7)$$

$$G_+(q, z) = \frac{\cosh(qz) \cosh(qd)}{(\epsilon_{\infty} + 1) - (\epsilon_{\infty} - 1) e^{-2qd}} \\ \times \left[ \frac{(\epsilon_{\infty} + 1) - (\epsilon_{\infty} - 1) e^{-2qd}}{(\epsilon_0 + 1) - (\epsilon_0 - 1) e^{-2qd}} \right]^{1/4}, \quad (8)$$

$$G_-(q, z) = \frac{\sinh(qz) \sinh(qd)}{(\epsilon_{\infty} + 1) + (\epsilon_{\infty} - 1) e^{-2qd}} \\ \times \left[ \frac{(\epsilon_{\infty} + 1) + (\epsilon_{\infty} - 1) e^{-2qd}}{(\epsilon_0 + 1) - (\epsilon_0 - 1) e^{-2qd}} \right]^{1/4}, \quad (9)$$

$$C = i \left[ \frac{2\pi e^2}{A} \hbar \omega_{\text{TO}} (\epsilon_0 - \epsilon_{\infty}) \right]^{1/2}, \quad (10)$$

$$\omega_{\text{LO}}^2 = (\epsilon_0 / \epsilon_{\infty}) \omega_{\text{TO}}^2, \quad (11)$$

$$\omega_{S\pm}^2 = \left[ \frac{(\epsilon_0 + 1) \mp (\epsilon_0 - 1) e^{-2qd}}{(\epsilon_{\infty} + 1) \mp (\epsilon_{\infty} - 1) e^{-2qd}} \right] \omega_{\text{TO}}^2, \quad (12)$$

其中  $A$  和  $V$  分别是量子盘的表面积和体积,  $\epsilon_{\infty}$  和  $\epsilon_0$  分别表示光频和静态介电常数. 在电子-声子弱耦合情况下, 把  $H_e + H_{\text{ph}}$  视为未微扰哈密顿量, 而  $H_{e-\text{ph}}$  为微扰哈密顿量, 按照文献[9], 系统未微扰本征能级为

$$E_i = \frac{\hbar^2}{2m^*} \left[ \left( \frac{x_{0t_i}}{R} \right)^2 + \left( \frac{n_i \pi}{2d} \right)^2 \right] \\ + \sum_{k,m} N_{k,m} \hbar \omega_{\text{LO}} + \sum_{q,p} N_{q,p} \hbar \omega_{sp}, \quad (13)$$

而未微扰本征态为

$$|\Phi_i\rangle = \frac{1}{J_1(x_{0t_i})} \sqrt{\frac{2}{V}} J_0 \left( \frac{x_{0t_i}}{R} r \right) \\ \times \sin \frac{n_i \pi (z + d)}{2d} |N_{k,m}\rangle + |N_{q,p}\rangle, \quad (14)$$

其中  $|N_{k,m}$  和  $|N_{q,p}$  为粒子数表象的 LO 声子和 SO 声子本征态,  $J_0$  和  $J_1$  为零阶和一阶贝塞尔函数,  $x_{0t_i}$  是零阶贝塞尔函数的第  $t_i$  个零点.

### 3. 线性和非线性光学吸收系数

首先, 利用密度矩阵的求出光学极化率, 然后借助光学极化率得到光学吸收系数的解析表达式. 考虑量子盘受到一束频率为  $\omega$  偏振方向沿  $z$  轴的激光场强

$$E(t) = E \cos \omega t \quad (15)$$

的激发, 假定外加光场与系统的相互作用较弱, 可把  $H' = ezE(t)$  当作微扰来处理. 根据量子力学理论, 单电子密度矩阵算符  $\rho$  的运动方程可写为

$$\frac{\partial \rho_{ij}}{\partial t} = \frac{1}{i\hbar} [H_0 - ezE(t)\rho]_{ij} - \Gamma_{ij}(\rho - \rho^{(0)})_{ij}, \quad (16)$$

其中  $\Gamma_{ij}$  是唯象的弛豫率,  $\rho^{(0)}$  是未受外加光场扰动时的密度矩阵.

为了求解方程(16), 按照文献[18, 22, 23]的方法, 把密度矩阵算符展开成幂级数的形式

$$\rho_{ij}(t) = \sum_n \rho_{ij}^{(n)}(t). \quad (17)$$

电场  $E(t)$  引起的电极化强度  $P(t)$  可通过密度矩阵算符  $\rho$  表示为

$$P(t) = \sum_n P^{(n)}(t), \quad (18)$$

$$P^{(n)}(t) = NT(ez\rho^{(n)}), \quad (19)$$

这里  $N$  是粒子数体密度.

另一方面,电极化强度  $P(t)$  也可以展开为电场  $E(t)$  的级数形式,只取前三阶项,则

$$\begin{aligned} P(t) = & \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \chi_0^{(1)} + \left( \frac{1}{2} \epsilon_0 \chi_\omega^{(1)} E e^{-i\omega t} \right. \\ & + \frac{3}{8} \epsilon_0 \chi_\omega^{(3)} E^3 e^{-3i\omega t} + \frac{1}{4} \epsilon_0 \chi_{2\omega}^{(2)} E^2 e^{-2i\omega t} \\ & \left. + \frac{1}{8} \epsilon_0 \chi_{3\omega}^{(3)} E^3 e^{-3i\omega t} + \text{c.c.} \right), \quad (20) \end{aligned}$$

其中  $\epsilon_0$  是真空中的介电常数,上式中相加的各项分别称为一阶、二阶和三阶电极化强度,而相应的  $\chi^{(1)}$ 、 $\chi^{(2)}$  和  $\chi^{(3)}$  分别是线性、二阶和三阶非线性极化率。由于二阶极化率与极化矩阵元有着立方关系,而本文所讨论的系统具有中心对称,所以二阶极化率必然为零<sup>[16a]</sup>,因此下面只论及线性和三阶非线性光学极化率。

考虑系统的对称性,在四能级模型近似下,从方程(16)、(17)可求出  $\rho_{ij}^{(1)}$  和  $\rho_{ij}^{(3)}$ :

$$\rho_{ij}^{(1)} = F_{ij}(\omega) H'_{ij}(\rho_{ii}^{(0)} - \rho_{jj}^{(0)}), \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \rho_{ij}^{(3)} = & F_{ij}(\omega) \sum_{\alpha \neq \beta} \{ F_{aj}(2\omega) H'_{ia} H'_{\alpha\beta} H'_{\beta j} [F_\beta(\omega) \chi_{\alpha j}^{(0)} \\ & - \rho_{\beta\beta}^{(0)}) + F_{\alpha\beta}(\omega) \chi_{\alpha j}^{(0)} - \rho_{\beta\beta}^{(0)})] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & - F_{ia}(2\omega) H'_{ij} H'_{\beta\alpha} H'_{\alpha j} [F_{\beta\alpha}(\omega) \chi_{\alpha a}^{(0)} \\ & - \rho_{\beta\beta}^{(0)}) + F_{ij}(\omega) \chi_{\alpha i}^{(0)} - \rho_{\beta\beta}^{(0)})] \}, \quad (22) \end{aligned}$$

其中

$$F_{\alpha\beta}(\omega) = (\hbar\omega_{\alpha\beta} + \hbar\omega + j\hbar\Gamma_{\alpha\beta})^{-1}, \quad (23)$$

$$\hbar\omega_{ij} = E_j - E_i, \quad (24)$$

$$H'_{ij} = \Psi_i + H' + \Psi_j. \quad (25)$$

$|\Psi_i\rangle$  是极化子,即考虑了声子作用的电子处于  $i$  态的波函数。为简单起见,设初始条件为

$$\rho_{ii}^{(0)} = \begin{cases} 1 & i = 1, \\ 0 & i \neq 1. \end{cases} \quad (26)$$

由(19)至(26)式可求出线性和三阶极化率  $\chi^{(1)}$  和  $\chi^{(3)}$ :

$$\chi^{(1)} = \frac{N}{\epsilon_0 \hbar} \Delta, \quad (27)$$

$$\chi_\omega^{(3)} = \frac{N}{\epsilon_0 \hbar^3} \Omega \Lambda, \quad (28)$$

其中

$$\Delta = \frac{|p_{12}|^2}{\omega + \omega_{12} + j\Gamma_{12}} + \frac{|p_{12}|^2}{\omega_{12} - \omega - j\Gamma_{12}}, \quad (29)$$

而

$$\begin{aligned} \Lambda = & \frac{1}{(\omega_{12} + \omega + i\Gamma_{21} \chi_{\omega_{13}} + 2\omega + i\Gamma_{31} \chi_{\omega_{14}} + \omega + i\Gamma_{41}} \\ & + \frac{1}{(\omega_{14} + \omega + i\Gamma_{41} \chi_{\omega_{13}} + 2\omega + i\Gamma_{31} \chi_{\omega_{12}} + \omega + i\Gamma_{21}} \\ & - \frac{1}{(\omega_{21} + \omega + i\Gamma_{12} \chi_{\omega_{31}} + 2\omega + i\Gamma_{13} \chi_{\omega_{41}} + \omega + i\Gamma_{14}} \\ & - \frac{1}{(\omega_{23} + \omega + i\Gamma_{32} \chi_{\omega_{24}} + 2\omega + i\Gamma_{42} \chi_{\omega_{21}} + \omega + i\Gamma_{12}} \\ & - \frac{1}{(\omega_{23} + \omega + i\Gamma_{32} \chi_{\omega_{24}} + 2\omega + i\Gamma_{42} \chi_{\omega_{14}} + \omega + i\Gamma_{41}} \\ & - \frac{1}{(\omega_{23} + \omega + i\Gamma_{32} \chi_{\omega_{13}} + 2\omega + i\Gamma_{31} \chi_{\omega_{14}} + \omega + i\Gamma_{41}} \\ & - \frac{1}{(\omega_{41} + \omega + i\Gamma_{14} \chi_{\omega_{31}} + 2\omega + i\Gamma_{13} \chi_{\omega_{21}} + \omega + i\Gamma_{12}} \\ & - \frac{1}{(\omega_{43} + \omega + i\Gamma_{34} \chi_{\omega_{42}} + 2\omega + i\Gamma_{24} \chi_{\omega_{41}} + \omega + i\Gamma_{14}} \\ & - \frac{1}{(\omega_{43} + \omega + i\Gamma_{34} \chi_{\omega_{42}} + 2\omega + i\Gamma_{24} \chi_{\omega_{12}} + \omega + i\Gamma_{21}} \\ & - \frac{1}{(\omega_{43} + \omega + i\Gamma_{34} \chi_{\omega_{13}} + 2\omega + i\Gamma_{31} \chi_{\omega_{12}} + \omega + i\Gamma_{21}} \\ & + \frac{1}{(\omega_{32} + \omega + i\Gamma_{23} \chi_{\omega_{31}} + 2\omega + i\Gamma_{13} \chi_{\omega_{41}} + \omega + i\Gamma_{14}} \\ & + \frac{1}{(\omega_{32} + \omega + i\Gamma_{23} \chi_{\omega_{42}} + 2\omega + i\Gamma_{24} \chi_{\omega_{41}} + \omega + i\Gamma_{14})} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{(\omega_{32} + \omega + i\Gamma_{23} \Im \omega_{42} + 2\omega + i\Gamma_{24} \Im \omega_{12} + \omega + i\Gamma_{21})} \\
& + \frac{1}{(\omega_{34} + \omega + i\Gamma_{43} \Im \omega_{31} + 2\omega + i\Gamma_{13} \Im \omega_{21} + \omega + i\Gamma_{12})} \\
& + \frac{1}{(\omega_{34} + \omega + i\Gamma_{43} \Im \omega_{24} + 2\omega + i\Gamma_{42} \Im \omega_{14} + \omega + i\Gamma_{41})} \\
& + \frac{1}{(\omega_{34} + \omega + i\Gamma_{43} \Im \omega_{24} + 2\omega + i\Gamma_{42} \Im \omega_{21} + \omega + i\Gamma_{12})}, \tag{30}
\end{aligned}$$

以及

$$\Omega = p_{12} p_{23} p_{34} p_{41}, \tag{31}$$

这里  $p_{ij}$  是能级  $i$  和  $j$  之间的跃迁矩阵元.

$$p_{ij} = |\Psi_i| e z |\Psi_j|. \tag{32}$$

我们知道,介电常数  $\epsilon$  与极化率之间存在如下关系<sup>[16a,18]</sup>:

$$\epsilon = 1 + 4\pi\chi_{\omega}^{(1)} + 4\pi\chi_{\omega}^{(3)} EE. \tag{33}$$

由(32)式可得到光学吸收系数

$$\alpha = \alpha_0 + \alpha_3 I, \tag{34}$$

其中

$$\alpha_3 = \frac{32\pi^2\omega}{c^2(\eta_0^2 - \alpha_0^2)} [\text{Im}\chi_{\omega}^{(3)} - \frac{\alpha_0}{\eta_0} \text{Re}\chi_{\omega}^{(3)}]. \tag{35}$$

$I$  是入射光的光强,  $\alpha_0$  和  $\eta_0$  分别是入射光较弱时的折射率和吸收系数,它们可以从  $\chi_{\omega}^{(1)}$  中求得<sup>[16a]</sup>.

#### 4. 矩阵元的计算

现在进一步来计算矩阵元  $p_{ij}$ .为了简单起见,

假设系统温度接近 0K,系统的基态是声子真空态,而且在光跃迁过程中讨论中认为只有单个声子的吸收或发射.极化子的波函数可以用微扰理论从(14)式的“裸”电子的波函数得到

$$|\Psi_i\rangle = |\Phi_i\rangle + \sum_{j \neq i} \frac{[H_{e-ph}]_{ji}}{E_i - E_j - \epsilon} |\Phi_j\rangle, \tag{36}$$

这里  $\epsilon = \hbar\omega_{LO}$  或  $\hbar\omega_{SO}$  则

$$\begin{aligned}
p_{ij} &= |\Phi_i| e z |\Phi_j\rangle \\
&+ \sum_{a \neq j}^{\infty} \frac{\Phi_a | H_{e-LO} | \Phi_j}{E_j - E_a - \hbar\omega_{LO}} |\Phi_i| e z |\Phi_a\rangle \\
&+ \sum_{a \neq i}^{\infty} \frac{\Phi_a | H_{e-LO} | \Phi_i}{E_i - E_a - \hbar\omega_{LO}} |\Phi_j| e z |\Phi_a\rangle \\
&+ \sum_{a \neq j}^{\infty} \frac{\Phi_a | H_{e-SO} | \Phi_j}{E_j - E_a - \hbar\omega_{SO}} |\Phi_i| e z |\Phi_a\rangle \\
&+ \sum_{a \neq i}^{\infty} \frac{\Phi_a | H_{e-SO} | \Phi_i}{E_i - E_a - \hbar\omega_{SO}} |\Phi_j| e z |\Phi_a\rangle. \tag{37}
\end{aligned}$$

由方程(14)可求出上式第一项为

$$\Phi_i | e z | \Phi_j = i | 1 + e z | j | 1 = \frac{4ed}{\pi^2 J_1^2(x_{01})} \left[ J_0^2\left(\frac{x_{01}}{R}\right) + J_1^2\left(\frac{x_{01}}{R}\right) \right] \left[ \frac{1}{(i+j)^2} - \frac{1}{(i-j)^2} \right]. \tag{38}$$

显然,它也是忽略极化子效应时的跃迁矩阵元.(37)式中的第二项为

$$\begin{aligned}
& \sum_a \frac{\Phi_a | H_{e-LO} | \Phi_j}{E_j - E_a - \hbar\omega_{LO}} |\Phi_a| e z |\Phi_a\rangle \\
&= \sum_{n,t,k,m} \frac{n | t | 1_{k+} | 0 | H_{e-LO} | j | 1 | 0 | 0}{E_{j,1} - E_{n,t} - \hbar\omega_{LO}} | i | 1 | e z | n | t | \\
&= \frac{256eBm^* d^3}{\pi^4 R^2 \hbar^2 J_1^2(x_{01})} \sum_{n,t,u,m} \left\{ \frac{\text{sign}(m) \left[ \frac{n}{(j+m)^2 - n^2} - \frac{n}{(j-m)^2 - n^2} \right] \left[ \frac{1}{(n+i)^2} - \frac{1}{(n-i)^2} \right]}{\left[ (x_{01}^2 - x_{0t}^2) \left( \frac{2d}{R} \right)^2 - (j^2 - n^2) \pi^2 - (2du_L)^2 \right]} \right. \\
&\quad \times \left. \frac{1}{J_1^2(x_{0t})} \int_0^R J_0\left(\frac{x_{01}}{R}r\right) J_0\left(\frac{x_{0t}}{R}r\right) r dr \int_0^{\pi/a} \frac{k}{[(k^2 - \mu^2)(k^2 - \nu^2)(k^2 - \tau^2)]^{1/2}} dk \right\}, \tag{39}
\end{aligned}$$

其中  $m = 1, 3, 5, \dots$ ;  $j - n = 0, \pm 2, \pm 4, \dots$ ;  $i - n = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots$ , 而且我们已引入了如下记号:

$$\text{sign}(m) \equiv (-1)^{m+3} y_2; \quad (40)$$

$$\nu \equiv \frac{x_{01} - x_{0t}}{R}; \quad (41)$$

$$\tau \equiv \frac{m\pi}{2d}; \quad (42)$$

$$\frac{\hbar^2 u_l^2}{2m^*} \equiv \hbar\omega_{\text{LO}} \quad (43)$$

和

$$\mu \equiv \frac{x_{01} + x_{0t}}{R}. \quad (44)$$

类似可得第三项的表达式.

(37) 式中的第四项为

$$\begin{aligned} & \sum_a \frac{\Phi_a + H_{e-S0} + \Phi_j}{E_j - E_a - \hbar\omega_{Sp}} \Phi_i + ez + \Phi_a \\ &= \sum_{n,t,q} \frac{n \cdot t \cdot 1_{q+} 0 + H_{e-LO} + j \cdot 1 \cdot 0 \cdot 0}{E_{j,l} - E_{n,t} - \hbar\omega_{S+}} i \cdot 1 + ez + n \cdot t \\ &= \frac{128eCm^* d^2}{\pi^3 \hbar^2 R^2 J_0^2(x_{01})} \sum_{n,t} \left\{ \left[ \frac{1}{(j^2 - n^2)\pi^2 + (x_{01}^2 - x_{0t}^2) \left(\frac{2d}{R}\right)^2 - (2du_{s+})^2} \right] \right. \\ & \quad \times \left[ \frac{1}{(n+i)^2} - \frac{1}{(n-i)^2} \right] \times \frac{1}{J_0^2(x_{0t})} \int_0^R J_0\left(\frac{x_{01}}{R}r\right) J_0\left(\frac{x_{0t}}{R}r\right) r dr \\ & \quad \times \int_0^{\pi/\alpha} \frac{q^2 e^{-qd}}{[(\mu^2 - q^2)(q^2 - \nu^2)]^{1/2}} \left[ \frac{1}{q^2 + (j-n)^2 \left(\frac{\pi}{2d}\right)^2} - \frac{1}{q^2 + (j+n)^2 \left(\frac{\pi}{2d}\right)^2} \right] \\ & \quad \times \left. \left[ \frac{\text{sh}(2qd)}{q} \right]^{1/2} \frac{\text{sh}(qd)}{\text{ch}(qd)} \{(\epsilon_\infty + 1) - (\epsilon_\infty - 1)e^{-2qd}\}^{\frac{3}{4}} \{(\epsilon_0 + 1) - (\epsilon_0 - 1)e^{-2qd}\}^{\frac{1}{4}} dq \right\}, \quad (45) \end{aligned}$$

其中  $\hbar^2 u_{s+}^2 / 2m^* \equiv \hbar\omega_{s+}$ , 和  $j - n = 0, \pm 2, \pm 4, \dots$ ;  $i - n = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots$ , 而第五项的表达式也可类似得到.

## 5. 结果与讨论

下面以 GaAs 量子盘为例进行计算. 计算中采用如下参数:  $\epsilon_0 = 13.18$ ,  $\epsilon_\infty = 10.89$ ,  $\hbar\omega_{\text{LO}} = 36.25 \text{ meV}$ , 晶格常数  $a = 0.56533 \text{ nm}$ , 电子的有效质量为  $m^* = 0.067m_0$ . 根据文献 [25],  $N$  取为  $10^{16} \text{ cm}^{-3}$ . 至于唯象弛豫率  $\Gamma_{ij}$  的取值, 原则上可以从共振拉曼效应的实验数据中得到, 但事实上即便是体材料,  $\Gamma_{ij}$  的值也难以确定. Seilmeier 等人 [25] 从实验中测出 GaAs-Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As 量子阱的纵向和横向弛豫时间分别为 1.3ps ( 相应于弛豫率为 1meV ) 和 10ps, Ahn 和 Chuang [17] 采用了 0.14ps 并取得了与实验符合的计算结果. Takagahara [18] 在计算 GaAs 量子点时采用了如下值:  $\hbar\Gamma_{12} = \hbar\Gamma_{23} = 1 \text{ meV}$ ,  $\hbar\Gamma_{13} = 0.1 \text{ meV}$ , 并指出  $\Gamma_{ij}$  在上述的取值附近变化时,  $\chi^{(3)}$  的值变化不敏感. 所以, 为了作出数量级的估计, 我们类似 Takagahara

取值, 即  $\hbar\Gamma_{12} = \hbar\Gamma_{23} = \hbar\Gamma_{34} = 1 \text{ meV}$ ,  $\hbar\Gamma_{13} = \hbar\Gamma_{24} = 0.3 \text{ meV}$ ,  $\hbar\Gamma_{14} = 0.1 \text{ meV}$ ; 在计算过程中, 量子盘的半径保持 100nm.

图 1 给出了没有考虑极化子效应时取不同入射光强对应的吸收系数  $\alpha$  随入射光能量  $\hbar\omega$  变化的关系. 量子盘的厚度  $D$  取 8nm. 这里的吸收系数  $\alpha$  由线性  $\alpha_0$  和三阶非线性  $\alpha_3 I$  两部分组成, 光强  $I$  为零的曲线, 只含有线性部分的吸收系数. 从图中可以看到, 在入射能量为 65.9meV 附近出现了一个峰, 入射光的光强  $I$  越大, 峰值越小,  $I = 0$  与  $I = 1.0 \text{ mW/cm}^2$  的吸收系数相比, 大 39%, 与 Ahn 等人的结果相近 [17].

图 2 给出线性吸收系数  $\alpha_0$  随入射光能量  $\hbar\omega$  变化的关系, 量子盘的厚度  $D$  仍为 8nm. 图中三条曲线分别对应没有考虑极化子效应, 考虑电子与 LO 声子、电子与 SO 声子相互作用三种情况, 电子与 LO 和 SO 声子的效应都使得线性吸收系数降低. 在峰值 65.9meV 附近, 电子-LO 声子的耦合使线性吸收系数降低 2.5%, 而电子-SO 声子则使其减少 8.5% 左右. 图 3 给出考虑极化子效应时三阶非线性吸收

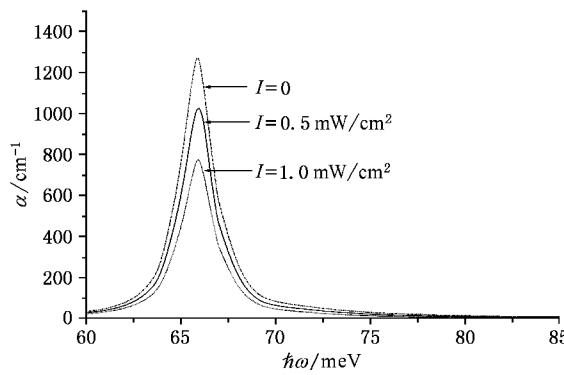


图1 不考虑极化子效应时,吸收系数 $\alpha$ 随入射光能量 $\hbar\omega$ 变化(入射光强分别为(a) $I=0$ (b) $I=0.5\text{mW}/\text{cm}^2$ (c) $I=1.0\text{mW}/\text{cm}^2$ .量子盘的厚度为8nm)

系数,即 $\alpha_3 I$ 随量子盘厚度 $D$ 变化的关系,入射光的能量取固定值110meV,光强 $I=1.0\text{mW}/\text{cm}^2$ .在这里容易看出,电子-声子之间的耦合对 $\alpha_3 I$ 有显著的影响,在厚度为15nm处,电子-SO声子的作用和16nm处,电子-LO声子的作用分别使 $\alpha_3 I$ 的变化都非常显著.

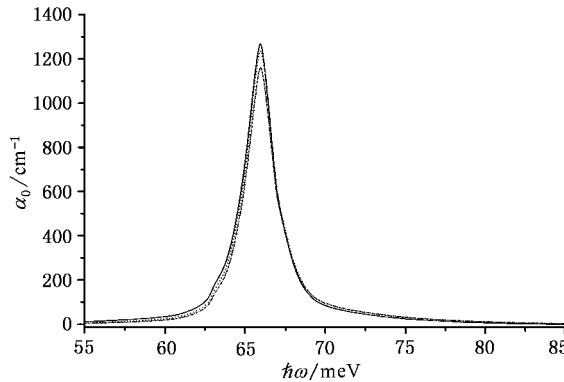


图2 线性吸收系数 $\alpha_0$ 随入射光能量 $\hbar\omega$ 的变化(量子盘的厚度为8nm.实线,点线和点短划线分别为不考虑极化子效应,考虑电子与LO声子,电子与SO声子相互作用对线性吸收系数的影响)

图4给出考虑极化子效应时 $\alpha_3 I$ 随入射光能量 $\hbar\omega$ 变化的关系,量子盘的厚度为8nm,入射光的光强 $I$ 仍为 $1.0\text{mW}/\text{cm}^2$ .在87.7meV的峰值附近,电子-SO声子的耦合使 $\alpha_3 I$ 减少33.5%,而电子-LO声子耦合则使其增加约8.2%.

从图2至图4可以看出,考虑了极化子效应后,吸收系数均有所改变,尤其在峰值附近,非线性部分比线性部分的改变更为明显.这是由于离子性晶体中的LO声子模和SO声子模与正负离子相对运动

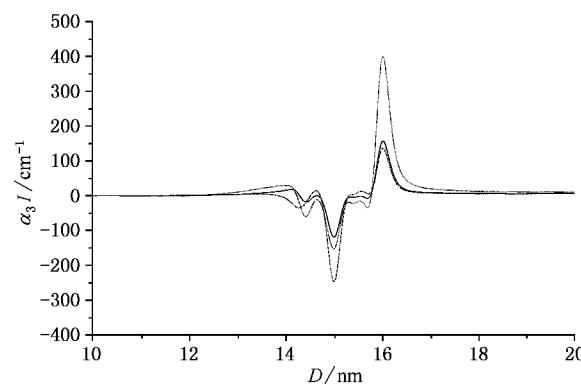


图3 非线性吸收系数 $\alpha_3 I$ 随量子盘厚度 $D$ 的变化(入射光能量为110meV,实线,点线和点短划线的含义同图2)

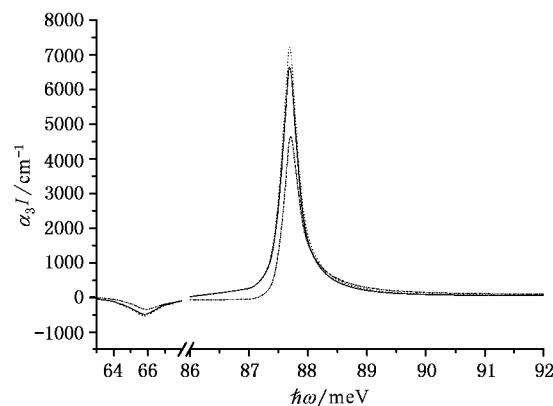


图4  $\alpha_3 I$ 随入射光能量 $\hbar\omega$ 的变化(量子盘的厚度为8nm.实线,点线和点短划线的含义同图2)

有关,正负离子相对运动,产生电偶极矩,电磁场与之产生强烈的耦合,因此LO声子模和SO声子模对吸收系数的影响是有意义的.此外,从图中也容易看出,吸收系数改变量的大小与所选的参数,即入射光的能量和量子盘的尺寸有关.

总之,利用了密度矩阵的方法,研究了考虑极化子效应时量子盘的线性和非线性光学吸收系数,分别讨论了电子和LO声子与电子和SO声子的相互作用对吸收系数的影响,在本文中,无论对于“裸”Hamilton, $H_e + H_{ph}$ ,还是含电子-声子相互作用的“穿衣”Hamilton, $H_{e-ph}$ ,可以认为, $\Gamma_{ij}$ 的物理机制是一样的,都包含了电子-声子的散射.但是,为了较全面的考虑声子的作用,我们认为,声子的贡献不仅只体现在弛豫率 $\Gamma_{ij}$ ,而且对电子的波函数和能级也有影响,这就是说须考虑极化子的效应.考虑极化子效应后的电子态可以用微扰理论从“裸”电子的波函数求

得.最后以 GaAs 为例进行了数值计算.结果表明, LO 声子和 SO 声子对吸收系数变化所起的作用往往

是不同的.电子-声子相互作用对吸收系数有明显的影响.

- [1] Gourley P L 1998 *Scientific American* **3** 56
- [2] Oosterkamp T H 1998 *Nature* **395** 873
- [3] Ma J W and Yang G Z 1997 *Physics* **26** 327 (in Chinese) 马建伟、  
杨国桢 1997 *物理* **26** 327]
- [4] Zhang A Z , Zhang P ,Duan S Q , Zhao X G and Liang J Q 2001  
*Chin . Phys.* **10** 537
- [5] Pan L X , Li S S and Xia J B 2001 *Chin . Phys.* **10** 655
- [6] Chen Q H and Jiao Z K 2001 *Chin . Phys.* **10** 437
- [7] Liang S D ,Chen C Y ,Jiang S C and Lin D L 1996 *Phys . Rev . B* **53**  
15459
- [8] Chen R ,Lin D L and George T F 1990 *Phys . Rev . B* **41** 1435
- [9] Chen C Y ,Li W S ,Teng X Y and Liang S D 1998 *Physica B* **245** 92
- [10] Bockelmann U and Bastard G 1990 *Phys . Rev . B* **42** 8947
- [11] Xie H J and Chen C Y 1994 *J . Phys :Condens Matter* **6** 1007
- [12] Wang X F and Lei X L 1994 *Phys . Rev . B* **49** 4780
- [13] Ren Y H ,Chen Q H and Jiao Z K 1998 *Chin . Phys.* **8** 598
- [14] Yuh P F and Wang K L 1988 *Phys . Rev . B* **38** 8377
- [15] Banfi G P and Degiorgio V 1998 *Adv . Phys .* **47** 447
- [16] a ) Yoffe A D 1993 *Adv . Phys .* **42** 173  
b )Yoffe A D 2001 *Adv . Phys .* **50** 1
- [17] Ahn D and Chuang S L 1987 *IEEE J . Quantum . Electron . QE* **23**  
2196
- [18] Takagahara T 1989 *Phys . Rev . B* **39** 10206
- [19] Boucaud P 1999 *Appl . Phys . Lett .* **74** 401
- [20] Sauvage S 1999 *Phys . Rev . B* **59** 9830
- [21] a )Schemla-Rink S ,Chemla D S and Miller D A B 1989 *Adv . Phys .*  
**38** 89  
b )Guo K X and Chen C Y 1995 *J . Phys :Condens . Matter* **7** 6583
- [22] Rosenthal E and Bois Ph 1991 *Phys . Rev . B* **44** 11315
- [23] Milanović V ,Ikonović Z and Indjin D 1996 *Phys . Rev . B* **53** 10877
- [24] Ann Doyeol and Chuang Shun-Lien 1987 *IEEE J . Quantum . Elec-  
tron . QE* **23** 2196
- [25] Seilmeier A ,Hubner H J ,Abstreiter G ,Weimann G and Schlapp W  
1987 *Phys . Rev . Lett .* **59** 1345

## Polaron effects on linear and nonlinear optical absorption coefficients in a quantum disk<sup>\*</sup>

Liu Cui-Hong<sup>1,2)</sup> Chen Chuan-Yu<sup>2)</sup> Ma Ben-Kun<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> Department of Physics and Institute of Theoretical Physics ,Beijing Normal University ,Beijing 100875 ,China )

<sup>2)</sup> Department of Physics ,Guangzhou University ,Guangzhou 510405 ,China )

( Received 3 December 2001 ; revised manuscript received 4 January 2002 )

### Abstract

The linear and nonlinear optical absorption coefficients due to intersubband transition in a quantum disk are studied theoretically using the density matrix method. Emphasis is given to the electron-phonon interaction. Contributions from the bulk longitudinal-optical and the surface optical phonon modes are considered separately. The numerical results are presented with different incident photon energy and various thickness in a typical GaAs quantum disk. The results demonstrate that the polaron effects are quite important especially around the peak value of absorption coefficient.

**Keywords** : quantum disk , optical absorption coefficient , polaron effects

**PACC** : 4265 ,7320D ,7138

\* Project supported by the Natural Science Foundation of Guangdong Province ,China( Grant No.980378 )