

# DC-DC buck 变换器的分岔行为及混沌控制研究<sup>\*</sup>

罗晓曙<sup>1,2)</sup> 汪秉宏<sup>1)</sup> 陈关荣<sup>3)</sup> 全宏俊<sup>4)</sup> 方锦清<sup>5)</sup> 邹艳丽<sup>2)</sup> 蒋品群<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> 中国科学技术大学近代物理系, 合肥 230026)

<sup>2)</sup> 广西师范大学物理与电子科学系, 桂林 541004)

<sup>3)</sup> 香港城市大学电子工程系, 九龙 香港)

<sup>4)</sup> 华南理工大学应用物理系, 广州 510641)

<sup>5)</sup> 中国原子能科学研究院, 北京 102413)

(2002 年 4 月 7 日收到, 2002 年 5 月 16 日收到修改稿)

研究了带负载电容的 DC-DC buck 变换器的分岔行为及其混沌控制问题, 提到了一些新的有意义的结果. 随着负载电容的增加, 这种电路系统出现周期叠加序列窗口, 且系统混沌运动的参数空间的测度逐渐趋于零, 而且系统处在周期运动区时其电压转换效率高于系统处在混沌运动区时的电压转换效率. 这些结果对于实际电路的设计具有较好的参考价值. 同时, 采用外加周期脉冲控制方法, 能有效地实现该电路系统中的混沌控制.

关键词: DC-DC buck 变换器, 分岔, 混沌控制, 周期脉冲

PACC: 0525

## 1. 引 言

DC-DC 开关功率变换器在电力电子工业、军工系统中有着十分广泛的应用. 由于这种电力电子系统的性能和质量除了与功率器件有关外, 在很大程度上取决于电路系统的理论分析和控制方法, 因此深入研究这种电路系统的动力学行为及其新的理论分析和控制方法, 对于提高其各种性能如工作范围、稳定性、效率、谐波辐射等具有十分重要的实用价值.

DC-DC 开关功率变换器是一种强非线性系统, 目前工程界主要采用的分析方法是状态空间平均方法<sup>[1]</sup>. 这种分析方法在大信号条件下, 系统可能是不稳定的<sup>[2]</sup>, 而且这种小信号线性化模型难以真实地反映系统的物理特性, 这是导致理论分析设计与工程实际不相符合的根本原因. 对于这种强非线性系统, 利用非线性动力学的概念、方法对其进行深入研究就成为一种合乎逻辑的选择. 近年来, 国际上一些科学工作者已开展了这方面的研究工作, 文献 [3-4] 对 DC-DC buck 变换器的非线性动力学行为进行了

研究, 选择系统中的某些参数作为控制参数, 这种电路系统出了倍周期分岔、边界碰撞分岔和混沌运动. 但在上述工作中, 均没有考虑负载电容这一重要参数. 实际上, 在工程应用中负载电容的大小对这种电路系统的各种性能如波纹电压、谐波辐射、电压转换效率、可靠性等有巨大的影响. 因此有必要对带负载电容的 DC-DC buck 变换器的非线性动力学行为进行进一步深入的研究. 这正是本文研究工作的着眼点.

## 2. DC-DC buck 变换器的基本电路和非线性动力学方程

电流反馈控制的 buck 变换器的原理如图 1 所示. 图中  $C_0$  为负载电容, 运放  $A_1$  对负载电流  $i$  进行积分, 得到反馈电压  $u_i$ .  $u_i$  与三角波电压  $u_{ref}$  进行比较, 当  $u_{ref} > u_i$  时, 比较放大器  $A_2$  输出高电压, 开关管  $S$  导通; 当  $u_{ref} < u_i$  时,  $A_2$  输出低电压, 开关管  $S$  截止. 通过调整开关管  $S$  的导通和截止时间来实现输出电压的调整和稳定. 离散周期脉冲发生器是另行设计的控制电路(不属于 buck 变换器的功能电

<sup>\*</sup> 广西自然科学基金(批准号: 0135063), 国家重点基础研究发展规划(973 计划专项经费)项目“非线性科学中的前沿问题研究”, 国家自然科学基金(批准号: 19932020, 19974039, 59876039, 19875080, 70071047), 中国-加拿大大学与工业合作计划(CCUIPP-NSFC 70142005)等资助的课题.

路)其输出信息用于控制该电路系统的混沌运动,实现各种稳定周期轨道的控制,  $K_1$  闭合时,控制混沌信号开始起作用。

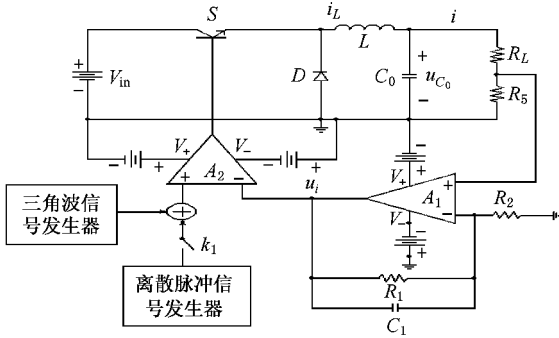


图 1 电流反馈控制 buck 变换器电路原理图

在图 1 中,令  $x_1 = i_L$ ,  $x_2 = u_{C_0}$ ,  $x_3 = u_i$ , 根据 KCL 和 KVL 定律我们得到的系统动力学方程为

$$\dot{x}_1 = -\frac{x_2}{L} + \frac{V_{in}}{L}S, \quad (1)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{C_0}x_1 - \frac{x_2}{C_0(R_L + R_S)}, \quad (2)$$

$$\dot{x}_3 = \frac{R_S}{C_0(R_L + R_S)}x_1 + \left( \frac{R_S(R_1 + R_2)}{C_1 R_1 R_2 (R_L + R_S)} - \frac{R_S}{C_0(R_L + R_S)} \right)x_2 - \frac{x_3}{C_1 R_1}, \quad (3)$$

式中  $S = \begin{cases} 1 & \text{当开关管 } S \text{ 导通 } (u_{ref} > u_i), \\ 0 & \text{当开关管 } S \text{ 截止 } (u_{ref} < u_i), \end{cases}$

且  $S$  是状态变量  $x_1, x_2, x_3$  的非线性函数,显然,  $S$  是时间  $t$  的非线性函数,因为状态变量  $x_1, x_2, x_3$  随时间变化.因此 (1)–(3) 式所示的分段线性系统实质上是非线性系统。

由 (1)(2)(3) 式可见,这种 buck 变换器是由 3 维分段线性系统组成的.若不考虑负载电容  $C_0$ ,则这种 buck 变换器的方程退化为如下的 2 维分段线性系统<sup>[3]</sup>,即

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{V_{in}}{L}S - ri_L, \quad (4)$$

$$\frac{du_i}{dt} = \alpha i_L - \beta u_i + \frac{V_{in}}{L}R_S \cdot S, \quad (5)$$

式中

$$\alpha = R_S \left( \frac{R_1 + R_2}{C_1 R_1 R_2} - \frac{R_L + R_S}{L} \right),$$

$$\beta = \frac{1}{R_1 C_1}, \quad r = \frac{R_S + R_L}{L}, \quad S \in \{0, 1\}.$$

### 3. 带负载电容的 DC-DC buck 变换器的分岔和混沌行为

在图 1 所示的 buck 变换器电路中,由于三角波是有确定周期的外部信号,因此该系统实质上是一个非自治系统,设三角波的周期为  $T$ , 则其表达式为

$$V_{ref}(t) = V_1 + (V_2 - V_1) \chi(t \bmod T). \quad (6)$$

本文取下列参数值研究该电路系统的分岔和混沌运动,即  $R_1 = 10\text{k}\Omega$ ,  $R_2 = 220\Omega$ ,  $T = 392\mu\text{s}$ ,  $R_L = 20\Omega$ ,  $R_S = 1\Omega$ ,  $C_1 = 20\text{nF}$ ,  $L = 11.6\text{mH}$ ,  $V_1 = 1.0\text{V}$ ,  $V_2 = 4.0\text{V}$ .  $V_{in}$  和  $C_0$  分别作为分岔参数,采用闪频采样方法<sup>[5]</sup>得到 buck 变换器的分岔图如图 2—5 所示。

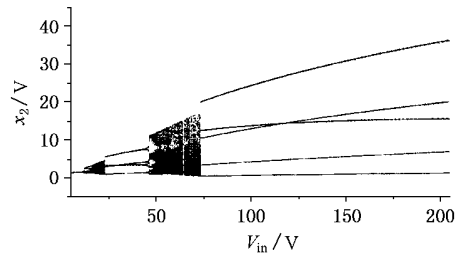


图 2  $V_{in}$  作为分岔参数时 buck 变换器的分岔图 ( $C_0 = 10\mu\text{F}$ )

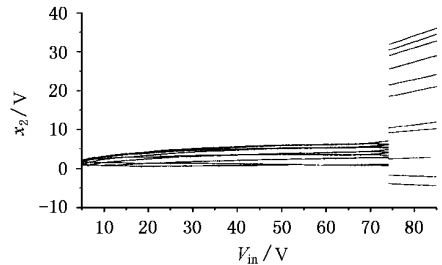


图 3  $V_{in}$  作为分岔参数时 buck 变换器的分岔图 ( $C_0 = 100\mu\text{F}$ )

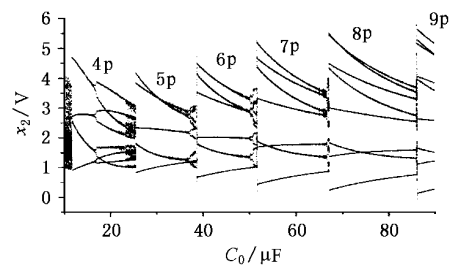


图 4  $C_0$  作为分岔参数时 buck 变换器的分岔图 ( $V_{in} = 20.0\text{V}$ )

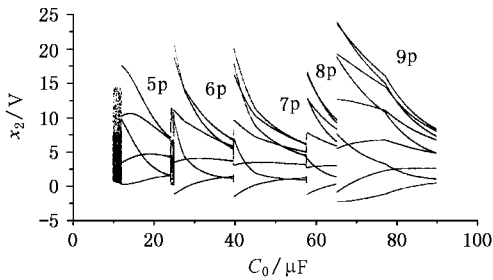


图5  $C_0$  作为分岔参数时 buck 变换器的分岔图( $V_{in} = 62.0V$ )

由图2可见,随着输入电压  $V_{in}$  的增加,buck 变换器表现出如下的动力学行为:

1)当  $0 < V_{in} < 11.0V$  时,系统呈现1周期运动;在  $V_{in} \approx 11.5—12.5V$  时,存在一个很窄的混沌窗口。

2)当  $V_{in} \approx 12.5V$  时,系统经过边界碰撞分岔<sup>[31]</sup>出现3周期运动,然后经过倍周期分岔进入混沌,但在混沌区中存在大量的周期窗口。

3)当  $V_{in} > 74.0V$  后,系统又经过边界碰撞分岔,出现5周期运动,在  $200.0 \leq V_{in} \leq 400.0V$  的范围内,仍为5周期运动(图中未示出)。但从本文的第五部分的研究结果可知, $V_{in}$  增大时,电压转换效率急速下降,导致损耗增加。

图3是负载电容  $C_0$  取  $100\mu F$  时, $V_{in}$  增加时系统的分岔图。由图可见,系统在  $5 < V_{in} < 85V$  的范围内无混沌运动,总处于稳定的周期运动。这种现象在物理上是很好理解的,因为负载电容  $C_0$  的电压是通过对电感中的电流  $i_L$  积分得到的,是一种惯性环节,大的电容其电惯性自然增大,则其电压的随机波动性减少,故不易出现混沌运动。

下面讨论负载电容  $C_0$  作为分岔参数时 buck 变换器的动力学行为。图4,图5分别给出了  $V_{in} = 20V$  和  $V_{in} = 62.0V$  时, $C_0$  作为分岔参数时系统的分岔图,从图中可以得出如下结论:

1)较小的负载电容使系统可能呈现混沌运动,这与上述的分析结果一致。

2) $V_{in}$  在取两种值的情况下均存在周期叠加序列,而且这种加周期序列在参数  $C_0$  变化时还具有一定的稳定范围,即加周期窗口。

在上述电路系统中,改变其他参数如负载电阻、电感及运算放大器  $A_1$  的放大倍数等,该系统也出现分岔现象和混沌运动。

## 4. buck 变换器的混沌控制研究

混沌控制自从1990年提出以来,它的理论和方法已经得到充分研究<sup>[6—20]</sup>,如何将其理论和方法应用于实践,成为当前该领域内的一个新趋势,并且在此方面的努力有可能产生一个新的高科技领域,为经济的发展做出重要贡献。为此我们选择 DC-DC 变换器这一具有很强工程应用背景的课题进行混沌控制研究,正是为了促进混沌控制的应用。

迄今已提出的混沌控制方法,从控制策略上可分为闭环(有反馈)和开环(无反馈)控制两大类。开环控制法由于不需要知道系统的详细动力学行为和满足系统的状态变量可测性条件,使得在工程应用中开环控制法比闭环控制法容易实现,且代价较小。本文采用外加离散周期信号开环注入 buck 变换器,以调节比较放大器的输出脉冲宽度,到达混沌控制目标。如图1所示。

对于(1—3)式所示的系统,可以化为一般方程,即

$$\dot{X} = AX + BP, \quad (7)$$

式中  $X$  为系统的状态变量矢量, $P$  为一个可选且易于改变的参数, $P$  选定后, $A, B$  就易得到了。由(1—3)式可知,参数  $S$  实际上是时间  $t$  的函数,令  $P = S(t)$  则(7)式的解为

$$X(t) = e^{At}X(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)}BPd\tau, \quad (8)$$

因此,参数  $P$  的改变将导致系统动力学行为的改变。但由于系统是分段线性系统,故参数  $P$  的控制量很难用解析方法得出,只能在实践中根据控制目标进行调整。由图1可知,将离散周期信号与三角波信号相加,再与反馈信号  $\mu_i$  进行比较,将导致比较放大器输出的脉冲信号的占空比发生变化,从而改变了开关管  $S$  的导通或截止时间,即参数  $P$  受到了周期性信号的调整。因此,图1所示的混沌控制方法与参数周期微扰法类似<sup>[8]</sup>,它的控制机制文献[11]已进行了详细讨论。当系统参数取为: $R_1 = 10k\Omega$ ,  $R_2 = 220\Omega$ ,  $T = 392\mu s$ ,  $R_L = 20\Omega$ ,  $R_S = 1\Omega$ ,  $C_1 = 20nF$ ,  $L = 11.6mH$ ,  $V_1 = 1.0V$ ,  $V_2 = 4.0V$ ,  $V_{in} = 62.85V$ ,  $C_0 = 10\mu F$ , 得到如图6所示的混沌吸引子。

离散脉冲周期信号与三角波信号相加后,实际的比较信号为  $V'_{ref} = V_{ref} + k \times A(t)$  式中  $k$  为控制

强度  $A(t)$  为离散脉冲周期信号, 在我们的数值模拟中, 用 Logistic 映象 ( $x_{n+1} = 1.0 - ux_n^2$ ) 来产生  $A(t)$ , 离散脉冲周期  $T$  取为  $2\mu s$ . 当  $u$  取 1.05, 此时 Logistic 映象的解为二周期, 其值为  $\{0.95783,$

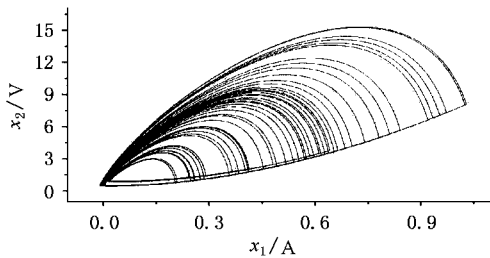


图 6 混沌吸引子的相图

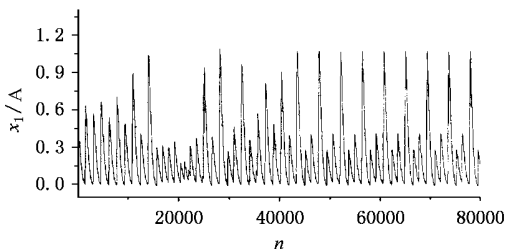


图 7 控制到稳定的周期 3 轨道

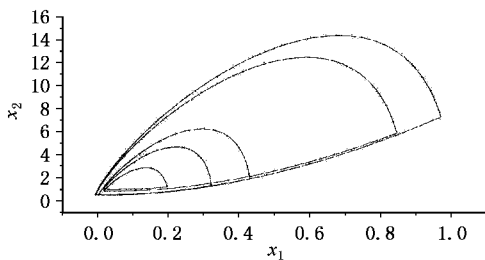


图 8 控制到稳定的 5 周期轨道相图

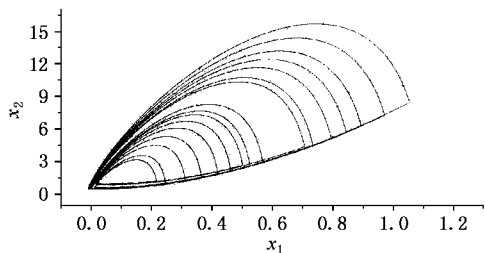


图 9 控制到稳定的 16 周期轨道相图

$-0.04545, \dots \}$  控制强度  $k = 0.4$ , 得到稳定的 3 周

期轨道, 如图 7 所示; 当控制强度  $k = 0.3, 0.25$  时, 分别得到稳定的 5 周期轨道和 16 周期轨道, 如图 8, 9 所示. 固定控制强度  $k$ , 改变 Logistic 映象中的参数  $u$ , 使其处于 4 周期或 8 周期运动, 也可得到不同的稳定周期轨道, 图略.

## 5. buck 变换器电压转换效率的计算与分析

由图 2 可知, 当参数  $V_{in}$  变化时, buck 变换器表现出周期和混沌运动, 那么系统的一些主要性能如电压转换效率在不同的运动模式下有何差别和特点, 目前这方面的研究还少见报道, 由于这些指标在很大程度上决定了系统的性能和质量, 因此对此问题进行研究有一定的实用价值.

首先给出电压转换效率的定义:

$$\text{电压转换效率} \quad \eta = \frac{\bar{u}_{c_0}}{V_{in}}, \quad (9)$$

式中  $\bar{u}_{c_0}$  为负载电压的平均值, 我们利用 30 万个数据求其平均值  $\bar{u}_{c_0}$ .

图 10 给出了系统处在不同运动状态时, 电压转换效率  $\eta$  的变化情况. 对照图 2 和图 10 可知, 电压转换效率虽然在总体上随输入电压  $V_{in}$  的增加而下降, 但从混沌运动区过渡到周期运动区时, 电压转换效率均有较大幅度的跳跃增加. 因此, 系统处在周期运动区时, 其电压转换效率高于系统处在混沌运动区时的电压转换效率. 所以在实际的电路系统设计中要避免混沌运动的出现, 或采取措施控制混沌.

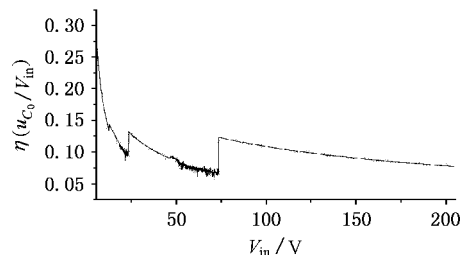


图 10 电压转换效率  $\eta$  的变化图

## 6. 结 论

本文首先对带负载电容的 DC-DC buck 变换器的分岔及其混沌行为进行了进一步深入研究, 得到了一些有意义的新结果. 研究结果表明: 负载电容

$C_0$  对该电路系统的动力学行为有十分重要的影响, 主要表明: 1)  $C_0$  作为分岔参数时, 这种电路系统出现了周期叠加序列窗口; 2)  $C_0$  取值超过一定值后, 系统的混沌运动消失而总处于稳定的周期运动. 这种分段线性(分段光滑)系统的动力学行为和通向混沌的途径与处处光滑系统有许多相同之处, 例如, 两种系统都可以由环面破裂导致混沌, 在一定条件下, 都可以发生各种标准分岔如倍周期分岔、Hopf 分岔、切分岔等. 但是, 分段线性系统由于存在边界碰撞, 它的分岔和动力学行为又有其不同的特点, 例如

倍周期分岔的次数十分有限, 在分岔过程中, 系统从某个周期轨道突然过渡到混沌, 边界碰撞分岔和标准分岔相互作用也是其固有的特点. 其次, 我们研究了这种电路系统的混沌控制问题, 利用外加周期信号注入法, 成功地实现了该电路系统的混沌控制, 通过调整控制信号的有关参数, 可以实现各种周期轨道的稳定控制. 由于系统处在周期运动区时, 其电压转换效率高于系统处在混沌运动区时的电压转换效率, 因此研究这种电路系统的混沌控制具有较重要的实用价值.

- [ 1 ] Middlebrook R D and Cuk S 1976 *IEEE Power Electron. Space. Conf. Rec.* **9** 18
- [ 2 ] Wu A G and Li J T 1999 *Technology of Electric Power and Electron* **2** 75 [ in Chinese ] 吴爱国、李际涛 1994 电力电子技术 **2** 75 ]
- [ 3 ] Yuan G, Banerjee S and Ott E 1998 *IEEE Trans. Circuit Syst.* **1** **45** 707
- [ 4 ] Hamill D C and Jeffries D J 1988 *IEEE Trans. Circuits Syst.* **1** **35** 1059
- [ 5 ] Wang G R and Chen G Z 1995 *Chaotic motion in nonlinear constant differential equation* ( Press of Guangxi Science and technology ) p89 ( in Chinese ] 王光瑞、陈光旨 1995 非线性常微分方程的混沌运动( 广西科学技术出版社 )第 89 页 ]
- [ 6 ] Chen G, Yang L and Liu Z R 2001 *IEICE Transactions :Fundamentals* accepted
- [ 7 ] Ott E, Grebogi C and Yorke J A 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 1196
- [ 8 ] Lima B and Pettini M 1991 *Phys. Rev. Lett.* **66** 2545
- [ 9 ] Chen G and Ueta T 1990 *Int. J. Bifurcation and Chaos* **9** 1465
- [ 10 ] Chen G and Dong X 1998 *From Chaos to Order* ( Singapore :Scientific Pub Co )
- [ 11 ] Wang G R, Yu X L and Chen S G 2001 *Control and synchronization of chaos and its application* ( Press of Defense industry ) p172 [ in Chinese ] 王光瑞、于熙龄、陈式刚 2001 混沌的控制、同步与应用 ( 国防工业出版社 )第 172 页 ]
- [ 12 ] Hu G 2000 *Controlling chaos* ( Press of Shanghai Education of Science and Technology ) p54 ( in Chinese ] 胡 岗 2000 混沌控制 ( 上海科技教育出版社 )第 54 页 ]
- [ 13 ] Pyragas K 1992 *Phys. Lett. A* **170** 421
- [ 14 ] Fang J Q 1996 *Progr. Phys.* **16** 21 ( in Chinese ] 方锦清 1996 物理学进展 **16** 21 ]
- [ 15 ] Fang J Q, Gao Y *et al* 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 435 ( in Chinese ) [ 方锦清、高 远等 2001 物理学报 **50** 435 ]
- [ 16 ] Hu G, Qu Z and He K 1995 *Int. J. Bifurcation and Chaos* **5** 901
- [ 17 ] Liu Z R and Huang D B 1999 *Chin. Phys. Lett.* **16** 313
- [ 18 ] Luo X S, Kong L J and Qu W L 1998 *Acta Phys. Sin.* **47** 1078 [ in Chinese ] 罗晓曙、孔令江、屈万里 1998 物理学报 **47** 1078 ]
- [ 19 ] Huang X G, Xu J X, Huang W and Lu Z J 2001 *Chin. Phys.* **10** 1113
- [ 20 ] Fu W J, He D H, Shi P L, Kang W and Hu G 2002 *Chin. Phys.* **11** 17

# Research on bifurcation behaviour and chaos control in DC-DC buck converter<sup>\*</sup>

Luo Xiao-Shu<sup>1,2)</sup> Wang Bing-Hong<sup>1)</sup> Guanrong Chen<sup>3)</sup> Quan Hong-Jun<sup>4)</sup>  
Fang Jin-Qing<sup>5)</sup> Zou Yan-Li<sup>2)</sup> Jiang Pin-Qun<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> (Department of Modern Physics, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China)

<sup>2)</sup> (Department of Physics and Electronic Science, Guangxi Normal University, Guilin 541004, China)

<sup>3)</sup> (Department of Electronic Engineering, City University of Hong Kong, Kowloon, Hong Kong, China)

<sup>4)</sup> (Department of Applied Physics, South China University of Technology, Guangzhou 510641, China)

<sup>5)</sup> (China Institute of Atomic Energy, Beijing 102413, China)

(Received 7 April 2002; revised manuscript received 16 May 2002)

## Abstract

In this paper, the bifurcation behaviour and chaos control are investigated for a DC-DC buck converter with load capacitor. Some valuable new results are obtained, e.g., the periodicity adding windows are found in this circuit system and the measure of chaotic motion is found to converge to zero asymptotically increasing load capacitance. Moreover, it is found that the transform ratio of voltage for periodict motion is higher than that for the chaotic motion in the buck converter. These results have some applications for designing practical circuits. At the same time, chaotic behaviours of this circuit system can be effectively controlled by applying suitable periodic impulses to the system.

**Keywords** : DC-DC buck converter, bifurcation, chaos control, periodic impulse

**PACC** : 0525

---

<sup>\*</sup> Project supported by the Guangxi Natural Science Foundation (Grant No. 0135063), the State Key Development for Basic Research of China (973 Project), the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 19932020, 19974039, 59876039, 19875080, 70071047), the Research Grant Council of Hong Kong SAK Government (Grant Nos. CUHK 4241/01P and CityU 7001174), and the China-Canada University Industry Partnership Program (CCCUIPP-NSFC Grant No. 70142005).