第 52 卷 第 10 期 2003 年 10 月
1000-3290/2003/52(10)/2373-06

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.52, No.10, October, 2003

非线性耦合标量场方程的新双周期解(Ⅰ)*

李德生[1)2)†]　张鸿庆[1)]

[1)](大连理工大学应用数学系，大连　116024)

[2)](沈阳工业大学理学院，沈阳　110023)

(2002 年 7 月 29 日收到；2002 年 12 月 22 日收到修改稿)

对于具有丰富物理意义和众多应用价值的非线性耦合标量场方程，利用 sinh-Gordon 方程展开法，导出了五种新的双周期解，同时在退化的情形得到了新的孤波解和三角函数解. 结果说明该方程具有丰富的解的结构，方程描述的物理模型所具有的物理现象仍将是物理学家和数学家进一步探讨的对象.

关键词：非线性耦合标量场方程，sinh-Gordon 方程展开法，双周期解，精确解

PACC：0340K，0290

1. 引　　言

本文研究非线性耦合标量场方程[1]

$$\sigma_{xx} = -\sigma + \sigma^3 + d\rho^2\sigma, \tag{1}$$

$$\rho_{xx} = (f-d)\rho + \lambda\rho^3 + d\sigma^2\rho \tag{2}$$

的精确解问题. 该方程主要来源于基本粒子理论中量子化荷电孤子的研究. 其中 σ 和 ρ 为标量场；d，f 和 λ 为有关常数. 对该方程的精确解的研究已有大量的结果. Rajaraman[1] 利用"轨道函数"法，得到了一种孤子解. Wang 等[2] 利用函数变换得到了两种新的孤子解. Fan 等[3] 进一步利用不同的函数变换法获得了更多的精确解. 最近，Cao[4] 利用三角函数变换法再次讨论了该方程的精确解问题，得到了一些新的解析解，但其结果既不完整，所给的结论也有错误. 实际上该方程不仅具有丰富的物理意义和众多的应用，同时也存在着多种结构的精确解. 本文利用 sinh-Gordon 方程展开法获得了该方程的 5 种新的双周期解，即 cs 与 ns 以及它们的组合解. 首先本文简单叙述了闫振亚提出的 sinh-Gordon 方程展开法[5]；然后利用 sinh-Gordon 方程展开法详细讨论方程(1)，(2)的新精确解并给出它的一些应用；最后，就相关问题进行讨论并给出一些结论.

2. sinh-Gordon 方程展开法

基于著名的 sinh-Gordon 方程

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial t} = \alpha\sinh\phi, \tag{3}$$

在行波变换 $u(x,t)=u(\xi)$，$\xi=k(x-\lambda t)$下，(3)式约化成如下的常微分方程：

$$\frac{d^2\phi}{d\xi^2} = -\frac{\alpha}{k\lambda}\sinh\phi, \tag{4}$$

令 $\phi=2\omega$，$-\frac{\alpha}{k\lambda}=1$，则(4)式变成

$$\frac{d^2\omega}{d\xi^2} = \frac{1}{2}\sinh 2\omega, \tag{5}$$

解方程(5)，它有解

$$\sinh[\omega(\xi)] = \mathrm{cs}(\xi;m), \tag{6a}$$

$$\cosh[\omega(\xi)] = \mathrm{ns}(\xi;m), \tag{6b}$$

这里 m 是雅可比椭圆函数的模数[6]，且

$$\mathrm{cs}(\xi,m) = \frac{\mathrm{cn}(\xi,m)}{\mathrm{sn}(\xi,m)},$$

$$\mathrm{ns}(\xi,m) = \frac{1}{\mathrm{sn}(\xi,m)}.$$

此外，与方程(5)等价的方程为

$$\left(\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}\xi}\right)^2 = \sinh^2\omega + 1 - m^2, \tag{7}$$

方程(5)和(7)在下文中扮演着重要角色. 基于(5)和

* 国家"973"项目(批准号：G1998030600)和国家自然科学基金(批准号：10072013)资助的课题.

† E-mail：deshengli-868@yahoo.com.cn

(7)式,有如下的算法:对于给定的非线性常微分方程

$$F(y, y_t, y_{tt}, \cdots) = 0, \tag{8}$$

通过使用新变量 $\omega = \omega(t)$,假设方程(8)具有如下形式的解:

$$y(t) = y(\omega(t)) = A_0 + \sum_{i=1}^{n} \cosh^{i-1}\omega \times [A_i \sinh\omega + B_i \cosh\omega], \tag{9}$$

这里 $\omega = \omega(t)$ 满足(5)或(7)式,并且 $A_i(i = 0, 1, 2, \cdots, n)$, $B_j(j = 1, 2, \cdots, n)$ 为待定常数. 定义多项式次数函数为 $D(y(\omega)) = n$,我们有

$$D\left(y^p(\omega)\left(\frac{\mathrm{d}^s y(\omega)}{\mathrm{d}t^s}\right)^q\right) = np + q(n + s), \tag{10}$$

这样,可通过平衡最高阶线性项和非线性项来确定 n. 将(10)式代入方程(8)中得到一关于 $\sinh^i(\omega) \times \cosh^j(\omega)(i = 0, 1; j = 0, 1, 2, \cdots, n)$ 的多项式方程. 令它们的系数为 0,得到一关于未知数 $A_j(j = 0, 1, 2, \cdots, n)$ 和 $B_j(j = 1, 2, \cdots, n)$ 的代数方程组. 求解此代数方程组即可得到方程(8)的双周期解.

3. 非线性耦合标量场方程的新双周期解

对方程(1),(2)可假设它的解为

$$\rho = A_0 + A_1 \sinh\omega + B_1 \cosh\omega,$$
$$\sigma = C_0 + C_1 \sinh\omega + D_1 \cosh\omega,$$

其中

$$\frac{\mathrm{d}^2\omega}{\mathrm{d}x^2} = \sinh\omega\cosh\omega,$$
$$\left(\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}\omega}\right)^2 = \sinh^2\omega + 1 - m^2,$$
$$\cosh^2\omega = 1 + \sinh^2\omega.$$

通过简单的计算得到

$$\begin{aligned}
& -\sigma + \sigma^3 + d\rho^2\sigma - \sigma_{xx} \\
= & -A_0 + A_0^3 - 3A_0A_1^2 + dA_0(C_0^2 - A_1^2) \\
& - 2dC_0C_1A_1 + [-A_1 + (3A_0^2A_1 - A_1^3) \\
& + 2dC_0C_1A_0 + dA_1(C_0^2 - C_1^2) + A_1m^2]\sinh\omega \\
& + [-B_1 + 3A_0^2B_1 - 3A_1^2B_1 + 2dC_0A_0D_1 \\
& + dB_1(C_0^2 - C_1^2) - 2dC_1D_1A_1 + B_1(1 + m^2)]\cosh\omega \\
& + [6A_0A_1B_1 + 2dC_1D_1A_0 + 2dC_0D_1A_1 \\
& + 2dC_0C_1B_1]\sinh\omega\cosh\omega + [3A_1^2A_0 + 3B_1^2A_0 \\
& + dA_0(C_1^2 + D_1^2) + 2dC_0C_1A_1 + 2dC_0D_1B_1]\cosh^2\omega \\
& + [A_1^3 + 3A_1B_1^2 + dA_1(C_1^2 + D_1^2) \\
& + 2dC_1D_1B_1 - 2A_1]\sinh\omega\cosh^2\omega \\
& + [3A_1^2B_1 + B_1^3 + 2dC_1D_1A_1 \\
& + dB_1(C_1^2 + D_1^2) - 2B_1)]\cosh^3\omega \\
= & 0,
\end{aligned} \tag{11}$$

$$\begin{aligned}
& (f - d)\rho + \lambda\rho^3 + d\rho\sigma^2 - \rho_{xx} \\
= & (f - d)C_0 + \lambda(C_0^3 - 3C_1^2C_0) \\
& + dC_0(A_0^2 - A_1^2) - 2dA_0A_1C_1 \\
& + [(f - d)C_1 + \lambda(3C_0^2C_1 - C_1^3) \\
& + 2dA_0A_1C_0 + d(A_0^2 - A_1^2)C_1 \\
& + C_1m^2]\sinh\omega + [(f - d)D_1 + \lambda(3C_0^2D_1 \\
& - 3C_1^2D_1) + 2dA_0B_1C_0 + dD_1(A_0^2 - A_1^2) \\
& - 2dA_1B_1C_1 + D_1(1 + m^2)]\cosh\omega \\
& + [6\lambda C_0C_1D_1 + 2dA_1B_1C_0 + 2dA_0B_1C_1 \\
& + 2dA_0A_1D_1]\sinh\omega\cosh\omega + [3\lambda C_0C_1^2 \\
& + 3\lambda D_1^2C_0 + dC_0(A_1^2 + B_1^2) + 2dA_0A_1C_1 \\
& + 2dA_0B_1D_1]\cosh^2\omega + [\lambda C_1^3 + 3\lambda C_1D_1^2 \\
& + 2dA_1B_1D_1 + dC_1(A_1^2 + B_1^2) - 2C_1]\sinh\omega\cosh^2\omega \\
& + [3\lambda C_1^2D_1 + \lambda D_1^3 + 2dA_1B_1C_1 \\
& + dD_1(A_1^2 + B_1^2) - 2D_1]\cosh^3\omega \\
= & 0,
\end{aligned} \tag{12}$$

令方程(11),(12)中的系数为零,则可得如下代数方程:

$$\begin{aligned}
& -A_0 + A_0^3 - 3A_0A_1^2 \\
& + dA_0(C_0^2 - C_1^2) - 2dC_0C_1A_1 \\
= & 0,
\end{aligned} \tag{13a}$$

$$\begin{aligned}
& -A_1 + (3A_0^2A_1 - A_1^3) + 2dC_0C_1A_0 \\
& + dA_1(C_0^2 - C_1^2) + A_1m^2 \\
= & 0,
\end{aligned} \tag{13b}$$

$$\begin{aligned}
& -B_1 + 3A_0^2B_1 - 3A_1^2B_1 \\
& + 2dC_0A_0D_1 + dB_1(C_0^2 - C_1^2) \\
& - 2dC_1D_1A_1 + B_1(1 + m^2) \\
= & 0,
\end{aligned} \tag{13c}$$

$$\begin{aligned}
& 6A_0A_1B_1 + 2dC_1D_1A_0 \\
& + 2dC_0D_1A_1 + 2dC_0C_1B_1 \\
= & 0,
\end{aligned} \tag{13d}$$

$$\begin{aligned}
& 3A_1^2A_0 + 3B_1^2A_0 + dA_0(C_1^2 + D_1^2) \\
& + 2dC_0C_1A_1 + 2dC_0D_1B_1 \\
= & 0,
\end{aligned} \tag{13e}$$

$$\begin{aligned}
& A_1^3 + 3A_1B_1^2 + dA_1(C_1^2 + D_1^2) \\
& + 2dC_1D_1B_1 - 2A_1
\end{aligned}$$

$$=0, \tag{13f}$$

$$3A_1^2B_1+B_1^3+2dC_1D_1A_1+dB_1(C_1^2+D_1^2)-2B_1=0, \tag{13g}$$

$$(f-d)C_0+\lambda(C_0^3-3C_1^2C_0)+dC_0(A_0^2-A_1^2)-2dA_0A_1C_1=0, \tag{13h}$$

$$(f-d)C_1+\lambda(3C_0^2C_1-C_1^3)+2dA_0A_1C_0+d(A_0^2-A_1^2)C_1+C_1m^2=0, \tag{13i}$$

$$(f-d)D_1+\lambda(3C_0^2D_1-3C_1^2D_1)+2dA_0B_1C_0+dD_1(A_0^2-A_1^2)-2dA_1B_1C_1+D_1(1+m^2)=0, \tag{13j}$$

$$6\lambda C_0C_1D_1+2dA_1B_1C_0+2dA_0B_1C_1+2dA_0A_1D_1=0, \tag{13k}$$

$$3\lambda C_0C_1^2+3\lambda D_1^2C_0+dC_0(A_1^2+B_1^2)+2dA_0A_1C_1+2dA_0B_1D_1=0, \tag{13l}$$

$$\lambda C_1^3+3\lambda C_1D_1^2+2dA_1B_1D_1+dC_1(A_1^2+B_1^2)-2C_1=0, \tag{13m}$$

$$3\lambda C_1^2D_1+\lambda D_1^3+2dA_1B_1C_1+dD_1(A_1^2+B_1^2)-2D_1=0. \tag{13n}$$

解此代数方程,可得如下六种解:

情形 1　令 $A_0=B_1=C_0=C_1=0$,上述方程组可约化为

$$-A_1-A_1^3+A_1m^2=0, \tag{13b$'$}$$

$$A_1^3+dA_1D_1^2-2A_1=0, \tag{13f$'$}$$

$$(f-d)D_1-dD_1A_1^2+D_1(1+m^2)=0, \tag{13j$'$}$$

$$\lambda D_1^3+dD_1A_1^2-2D_1=0, \tag{13n$'$}$$

由方程(13f′),(13n′)可得

$$A_1=\pm\sqrt{\frac{2\lambda-2d}{\lambda-d^2}},\ D_1=\pm\sqrt{\frac{2-2d}{\lambda-d^2}},$$

由方程(13b′),(13j′)可知参数 λ,f,d 及 m 应满足

$$\frac{f^2+2f-d^2+2d}{(d-1)^2}=\frac{2\lambda-2d}{\lambda-d^2},$$

$$m^2=\frac{f+1}{d-1},$$

这样我们可得方程(1),(2)的一组双周期解

$$\rho_1=\pm\sqrt{\frac{2\lambda-2d}{\lambda-d^2}}\mathrm{cs}(x;m), \tag{14a}$$

$$\sigma_1=\pm\sqrt{\frac{2-2d}{\lambda-d^2}}\mathrm{ns}(x;m). \tag{14b}$$

情形 2　令 $A_0=A_1=C_0=D_1=0$,类似于情形1,可得

$$B_1=\pm\sqrt{\frac{2\lambda-2d}{\lambda-d^2}},C_1=\pm\sqrt{\frac{2-2d}{\lambda-d^2}},$$

参数 λ,f,d 及 m 应满足

$$\frac{f-d}{\lambda-d}=\frac{2-2d}{\lambda-d^2},$$

$$m^2=\frac{df-d^2}{\lambda-d},$$

这样我们可得方程(1),(2)的第二组双周期解

$$\rho_2=\pm\sqrt{\frac{2\lambda-2d}{\lambda-d^2}}\mathrm{ns}(x;m), \tag{14c}$$

$$\sigma_2=\pm\sqrt{\frac{2-2d}{\lambda-d^2}}\mathrm{cs}(x;m). \tag{14d}$$

情形 3　令 $A_0=B_1=C_0=D_1=0$,类似于情形1,可得

$$A_1=\pm\sqrt{\frac{2\lambda-2d}{\lambda-d^2}},$$

$$C_1=\pm\sqrt{\frac{2-2d}{\lambda-d^2}},$$

参数 λ,f,d 及 m 应满足

$$f-d+1=0,m^2=3,$$

$\lambda\neq d^2$ 为任意常数.这样我们可得方程(1),(2)的第三组双周期解

$$\rho_3=\pm\sqrt{\frac{2\lambda-2d}{\lambda-d^2}}\mathrm{cs}(x;m), \tag{14e}$$

$$\sigma_3=\pm\sqrt{\frac{2-2d}{\lambda-d^2}}\mathrm{cs}(x;m). \tag{14f}$$

情形 4　令 $A_0=A_1=C_0=C_1=0$,类似于情形1,可得

$$B_1=\pm\sqrt{\frac{2\lambda-2d}{\lambda-d^2}},$$

$$D_1=\pm\sqrt{\frac{2-2d}{\lambda-d^2}},$$

参数 λ,f,d 及 m 应满足

$$f-d+1=0,m=0,$$

$\lambda\neq d^2$ 为任意常数.这样我们可得方程(1),(2)的一组三角函数解

$$\rho_4 = \pm\sqrt{\frac{2\lambda - 2d}{\lambda - d^2}}\csc x, \tag{14g}$$

$$\sigma_4 = \pm\sqrt{\frac{2 - 2d}{\lambda - d^2}}\csc x. \tag{14h}$$

情形5 令 $A_0 = A_1 = C_0 = C_1 = 0$，类似于情形1，可得

$$C_1 = \pm\sqrt{\frac{1}{2\lambda}},$$

$$D_1 = \pm\sqrt{\frac{1}{2\lambda}},$$

参数 λ, f, d 及 m 应满足

$$f - d = \frac{1 - 2m^2}{2},$$

$\lambda \neq 0$ 为任意常数. 这样我们可得方程(1)，(2)的第四组双周期解

$$\rho_5 = 0, \tag{14i}$$

$$\sigma_5 = \pm\sqrt{\frac{1}{2\lambda}}\mathrm{cs}(x;m) \pm\sqrt{\frac{1}{2\lambda}}\mathrm{ns}(x;m). \tag{14j}$$

情形6 令 $C_0 = C_1 = A_0 = D_1 = 0$，类似于情形1，可得

$$A_1 = \pm\sqrt{\frac{1}{2}}, B_1 = \pm\sqrt{\frac{1}{2}},$$

参数 λ, f, d 为任意常数及

$$m^2 = \frac{3}{2},$$

这样我们可得方程(1)，(2)的第五组双周期解

$$\rho_6 = \pm\sqrt{\frac{1}{2}}\mathrm{cs}(x;m) \pm\sqrt{\frac{1}{2}}\mathrm{cs}(x;m), \tag{14k}$$

$$\sigma_6 = 0. \tag{14l}$$

另外当 $m\to1$ 时，可得孤波解

$$\rho_1 = \pm\sqrt{\frac{2\lambda - 2d}{\lambda - d^2}}\mathrm{csch}(x), \tag{14a$'$}$$

$$\sigma_1 = \pm\sqrt{\frac{2 - 2d}{\lambda - d^2}}\coth(x), \tag{14b$'$}$$

$$\rho_2 = \pm\sqrt{\frac{2\lambda - 2d}{\lambda - d^2}}\coth(x), \tag{14c$'$}$$

$$\sigma_2 = \pm\sqrt{\frac{2 - 2d}{\lambda - d^2}}\mathrm{csch}(x), \tag{14d$'$}$$

$$\rho_5 = 0, \tag{14i$'$}$$

$$\sigma_5 = \pm\sqrt{\frac{1}{2\lambda}}\mathrm{csch}(x) \pm\sqrt{\frac{1}{2\lambda}}\coth(x), \tag{14j$'$}$$

当 $m\to0$ 时，可得三角函数解

$$\rho_1 = \pm\sqrt{\frac{2\lambda - 2d}{\lambda - d^2}}\cot(x), \tag{14a$''$}$$

$$\sigma_1 = \pm\sqrt{\frac{2 - 2d}{\lambda - d^2}}\csc(x), \tag{14b$''$}$$

$$\rho_2 = \pm\sqrt{\frac{2\lambda - 2d}{\lambda - d^2}}\csc(x), \tag{14c$''$}$$

$$\sigma_2 = \pm\sqrt{\frac{2 - 2d}{\lambda - d^2}}\cot(x), \tag{14d$''$}$$

$$\rho_5 = 0, \tag{14i$''$}$$

$$\sigma_5 = \pm\sqrt{\frac{1}{2\lambda}}\cot(x) \pm\sqrt{\frac{1}{2\lambda}}\csc(x). \tag{14j$''$}$$

至此，我们已求得了方程(1)，(2)的五组双周期解和一些新的孤波解及三角函数解，将我们所得的结果与提出偏微分方程的雅可比椭圆函数求解法的文献[7—11]相比较，不仅可以给出单个雅可比椭圆函数所表达的解，而且还可以给出它们的组合解. 此外，这里使用的 sinh-Gordon 方程展开法具有着前述方法所不具有的一个显著的优点，在整个求解的过程中，雅可比椭圆函数的出现是间接的，这避开了计算机的数学软件中没有雅可比椭圆函数这一缺点. 从而，该方法可以在计算机的符号计算软件的帮助下，实现一类偏微分方程的雅可比椭圆函数求解的数学机械化.

由于许多著名的物理学中的偏微分方程可通过行波变换约化为方程(1)，(2)，如文献[3]和[12]中所给出的导电聚合物中弱钉扎电荷密度波方程

$$\sigma_{tt} - c^2\sigma_{xx} = a\sigma - b\sigma^3 - b\sigma\rho^2,$$

$$\rho_{tt} - c^2\rho_{xx} = (a - 4e)\rho - b\rho^3 - b\rho\sigma^2,$$

文献[13—15]中的 Klein-Gordon 方程，Landou-Ginburg-Higgs 方程和 sine-Gordon 方程的近似等方程. 因此，此类方程的行波解均可利用方程(1)，(2)来进行求解，并得到它们的双周期解. 限于篇幅，在此我们就不给出具体的说明了，有兴趣的读者可参见文献[3]的有关内容.

4. 有关问题的讨论及结论

从本文的结果可以看出只有最后一种解对参数 λ, f, d 不作任何要求，利用本文的讨论方法可以发现文献[4]中的结果均对参数有一定的要求. 下面就文献[4]中的第一种情形作一说明. 将 $A_0 = B_1 = C_0 = C_1 = 0$ 代入到文献[4]中的代数方程组(13)中，原方程组被约化为

$$-A_1 + dA_1D_1^2 + 2k^2A_1 = 0, \tag{15a}$$

$$A_1^3 - dA_1D_1^2 - 2k^2A_1 = 0, \tag{15b}$$

$$(f-d)D_1+dD_1A_1^2-k^2D_1=0, \tag{15c}$$

$$\lambda D^3-dD_1A_1^2+2k^2D_1=0, \tag{15d}$$

由(15a),(15c)可得

$$A_1^2=\frac{k^2+d-f}{d},D_1^2=\frac{1-2k^2}{d},$$

由(15b),(15d)可得

$$A_1^2=\frac{2k^2(\lambda-d)}{\lambda-d^2},D_1^2=\frac{2k^2(d-1)}{\lambda-d^2},$$

由此可知参数 λ,d,f 满足

$$\lambda-d^2+2df-2\lambda f=0,$$

k 为任意常数.容易看出文献[4]中的结果仅是这里的一种特列,此外,还遗漏了两种具有组合结构的情形.因此,该文的结果即不完整,也存在着错误.

总之,本文利用 sinh-Gordon 方程展开法找出了非线性耦合标量场方程的新双周期解,并首次利用该方程指出了物理学中一类具有重要物理意义的方程具有此类解的结构这一结果.这为物理学家和数学家进一步探索该类方程所描述的物理模型具有的物理现象提供了理论上的基础.

[1] Rajaraman R 1979 *Phys*. *Rev*. *Lett*. **42** 200

[2] Wang X Y *et al* 1993 *Phys*. *Lett*. A **173** 30

[3] Fan E G *et al* 1998 *Acta*. *Phys*. *Sin*. **47** 1064(in Chinese)[范恩贵等 1998 物理学报 **47** 1064]

[4] Cao D B 2002 *Phys*. *Lett*. A **296** 27

[5] Yan Z Y 2003 *Chaos*. *Solitons and Fractals* **16** 291

[6] Patrick D V 1973 *Elliptic Function and Elliptic Curves* (Cambridge: Cambridge University Press)

[7] Liu S K *et al* 2001 *Acta*. *Phys*. *Sin*. **50** 2068 (in Chinese)[刘式适等 2001 物理学报 **50** 2068]

[8] Liu S K *et al* 2002 *Acta*. *Phys*. *Sin*. **51** 10 (in Chinese)[刘式适等 2002 物理学报 **51** 10]

[9] Liu S K *et al* 2002 *Acta*. *Phys*. *Sin*.**51** 718(in Chinese)[刘式适等 2002 物理学报 **51** 718]

[10] Liu S K *et al* 2001 *Phys*. *Lett*. A **289** 69

[11] Fu Z *et al* 2001 *Phys*. *Lett*. A **290** 72

[12] Sarker S *et al* 1976 *Phys*. *Lett*. A **59** 255

[13] Abowitz M J *et al*. 1991 *Nonlinear Evolution Equations and Inverse Scattering* (Cambridge :Cambridge University Press)

[14] Feng P X 1994 *Nonlinear Quantum Mechanical Theory* (Chongqing Publishing House. Chongqing) (in Chinese)[庞晓峰 1994 非线性量子力学理论(重庆出版社)]

[15] Fan E G *et al* 1997 *Acta*. *Phys*. *Sin*. **46** 1254(in Chinese)[范恩贵等 1997 物理学报 **46** 1254]

The new doubly-periodic solutions for nonlinear coupled scalar field equations(Ⅰ)*

Li De-Sheng[1)2)] Zhang Hong-Qing[1)]

[1)] (*Department of Applied Mathematics, Dalian University of Technology, Dalian* 116024, *China*)

[2)] (*Science School of Shenyang University of Technology, Shenyang* 110023, *China*)

(Received 29 July 2002; revised manuscript received 22 December 2002)

Abstract

In this paper, we obtained five kinds of new doubly-periodic solutions by using sinh-Gordon equation expansion method for nonlinear coupled scalar field equations which show physical significance and application value. In degeneration, we can obtain the new solitary wave solutions and trigonometric function solutions. The results showed that the equation has plenty of constructions of solutions, the physical phenomena of the physical model which the equation described, will be the object many physicists and mathematicians further explore.

Keywords: nonlinear coupled scalar field equations, sinh-Gordon equation expansion method, doubly-periodic solutions, exact solutions

PACC: 0340K; 0290

* Project supported by the National Key Basic Research Special Foundation of China(Grant No. G1998030600) and the National Natural Science Foundation of China(Grant No. 10072013).