

# 一种改进 Nagel-Schreckenberg 模型在 开放边界条件下交通流的研究\*

白克钊 谭惠丽 刘慕仁 孔令江†

(广西师范大学物理与电子科学系, 桂林 541004)

(2003 年 1 月 20 日收到 2003 年 2 月 10 日收到修改稿)

研究了一种改进的 Nagel-Schreckenberg 模型在开放边界条件下交通流的性质, 分析了边界条件, 安全距离, 刹车概率对交通流的影响.

关键词: 元胞自动机, 交通流, 安全距离, 延迟启动

PACC: 0550

## 1. 引 言

近年来在对交通流的研究中, 元胞自动机 (cellular automaton, CA) 模型得到了广泛的应用<sup>[1]</sup>. CA 模型的时间、空间、状态均为离散的, 易于在计算机上进行运算且灵活可调, 能较方便地研究各种交通现象<sup>[2-5]</sup>. 为了研究高速公路的交通流情况, Nagel 和 Schreckenberg 提出了一种描述高速公路交通流的 CA 模型 (简称 NS 模型<sup>[6]</sup>), 该模型考虑车距及刹车概率对交通流的影响, 显示了车辆从自由运动相到局部堵塞相的变化. 文献 [7, 8] 在 NS 模型的基础上进一步考虑了真实交通流的特点, 各自提出了一种改进的 NS 模型. 文献 [7] 提出的模型中借鉴了二维绿波模型<sup>[9]</sup>的思想并引入了与平均密度有关的减速概率, 数值模拟结果与实测结果符合较好. 而文献 [8] 提出了一种基于跟车思想的改进 NS 模型, 将所研究的车辆与前方紧邻车辆之间的车距和相对速度来确定该车辆的运动, 采用了有条件减速, 引入安全距离来判定高速车辆接近前方低速车辆时的减速行为, 并利用随机减速概率反映车辆减速行为中的随机因素, 数值模拟表明在临界密度附近车流运动出现了亚稳态和滞后现象, 密度小于 1 时就会出现完全堵塞的现象. 文献 [6-8] 都采用了周期性边界

条件对交通流进行研究. 本文根据文献 [8] 所提出的模型, 研究了在开放边界条件下, 安全距离, 刹车概率, 延迟启动共同作用时交通流所呈现的特点.

## 2. 模 型

将车道视为由  $L$  个格点组成的一维离散点链, 每个格点上可以无车, 也可以只存在一辆以速度  $v$  运行的车辆, 其中  $v \in \{0, 1, 2, \dots, v_{\max}\}$ ,  $v_{\max}$  为车辆所能具有的最大速度. 车辆从左向右运动, 车道上各车辆的演化规则为

$$1) \text{ 如果 } d_i'(t) \geq v_{\max}, v_i'(t) = v_i(t),$$

否则

$$v_i'(t) = \min(v_i(t), d_i(t)).$$

$$2) \text{ 如果 } d_i'(t) > d_{\text{safe}}, a_i'(t) = a,$$

否则

$$a_i'(t) = \begin{cases} -a & \text{以概率 } p_d, \\ 0 & \text{以概率 } 1 - p_d. \end{cases}$$

3) 第  $i$  辆车在  $t$  时步的实际速度

$$v_i = \max(\min(v_i'(t) + a_i'(t), v_{\max}), 0).$$

4) 更新位置为  $x_i(t+1) = x_i(t) + v_i$ .

$x_i(t)$ ,  $v_i(t)$  分别表示第  $i$  辆车  $t$  时刻的位置和初始速度,  $d_i(t)$  表示在  $t$  时刻第  $i$  辆车与第  $i+1$  辆

\* 国家自然科学基金 (批准号: 10062001), 广西壮族自治区自然科学基金 (批准号: 0007017) 和教育部高等学校骨干教师资助计划资助的课题.

† 通讯联系人

车的距离  $d_i(t) = x_{i+1}(t) - x_i(t) - 1$ .  $v'_i(t)$  表示在  $t$  时步第  $i$  辆车可能速度.  $d'_i(t)$  表示在  $t$  时步第  $i$  辆车与第  $i + 1$  辆车的可能距离,  $d'_i(t) = d_i(t) + \min(v_{i+1}(t), d_{i+1}(t)) - \min(v_i(t), d_i(t))$ .  $d_{\text{safe}}$  为安全距离,  $a'_i(t)$  为  $t$  时刻第  $i$  辆车速度增加值,  $p_d$  为刹车概率.

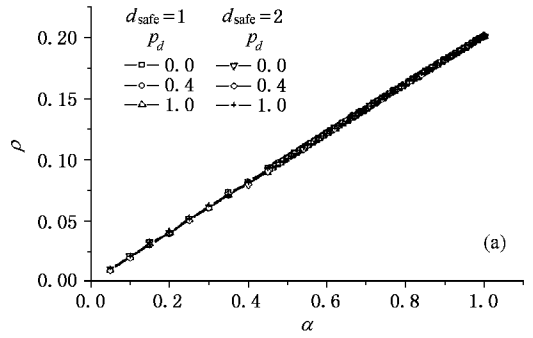
开放边界条件定义为<sup>[10,11]</sup>: 设  $i$  为车道上任一格点 ( $1 \leq i \leq L$ ), 在  $t$  时步, 车道左边界格点  $i = 0$  处以概率  $\alpha$  产生一辆速度为  $v_{\text{max}}$  的车, 此车根据上述演化规则运动, 若在  $t$  时步此辆车不运动, 则消除这辆车; 在车道右边界格点  $i = L + 1$  处,  $t$  时步以概率  $(1 - \beta)$  出现一辆堵塞车, 此辆堵塞车在  $t$  时步的速度始终为 0, 且  $d_i(t) = d'_i(t) = 0$ , 以保证接近车道右边界的车辆以概率  $(1 - \beta)$  减速, 也可以认为车道内的车辆在右边界以概率  $\beta$  消失(故  $\beta$  称为消失概率). 在右边界格点  $i = L + 1$  处无堵塞车时, 车道内的最右边的车  $d_i(t) = d'_i(t) = v_{\text{max}}$ , 以保证此时车道内最右边的车辆运动不受堵塞.

### 3. 数值模拟结果与分析

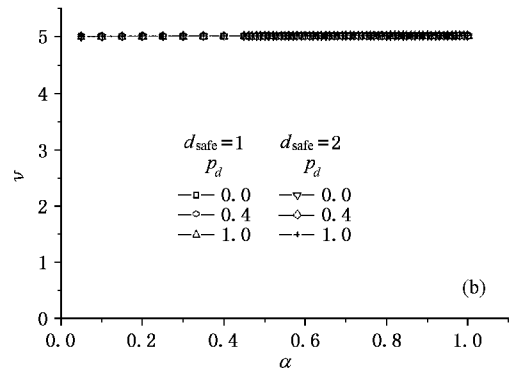
定义如下宏观量: 车道由  $L$  个离散格点组成,  $t$  时刻车道上的车辆总数为  $N(t)$ , 平均速度记为  $V(t) = \frac{1}{N(t)} \sum_{i=1}^{N(t)} v_i(t)$ , 平均密度  $\rho(t) = N(t)/L$ , 平均流量  $J(t) = \rho(t)V(t) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^{N(t)} v_i(t)$ . 在数值模拟时, 取车道长  $L = 1000$ ,  $a = 1$ ,  $d_{\text{safe}}$  取 1, 2,  $v_{\text{max}} = 5$ ,  $p_d$  分别取 0.0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 在  $t = 0$  时车道上是全空的, 当研究左边界对交通流影响时, 右边界完全开放(即  $\beta = 1$ ), 当研究右边界对交通流影响时, 左边界完全开放(即  $\alpha = 1$ ). 在进行数值模拟时, 每个样本运行 51000 步, 对最后 10000 个时步的数值模拟结果作时间平均, 取 50 个样本作系综平均, 以消除随机性的影响.

图 1(a)(b)(c) 分别为  $\beta = 1$ ,  $d_{\text{safe}} = 1, 2$  时密度、速度、流量与  $\alpha$  的关系图. 在  $\beta = 1$  根据演化规则可知, 从左边界驶入车道的车辆其后车与前车的车距至少为  $v_{\text{max}} - 1$ ,  $d' \geq v_{\text{max}} - 1 > d_{\text{safe}}$ . 刹车概率和安全距离对车辆运动不起作用, 车道上所有的车辆都以  $v_{\text{max}}$  的速度运动,  $d_{\text{safe}} = 1$  与  $d_{\text{safe}} = 2$  对应的流量、速度、密度与  $\alpha$  的关系图是一样的. 由图 1 可知  $v, J, \rho$  近似存在着如下关系  $J = \alpha v, v = v_{\text{max}}, \rho = \alpha /$

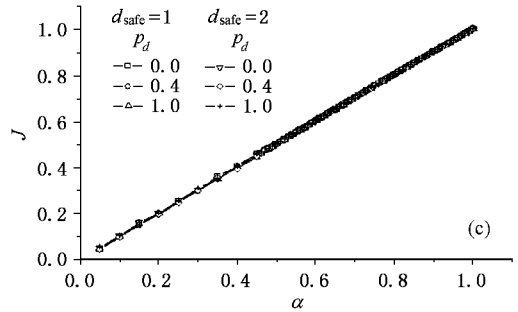
$v_{\text{max}}$ . 这些结果与文献 [8, 12] 的结果是有区别的.



(a) 密度与  $\alpha$  的关系图



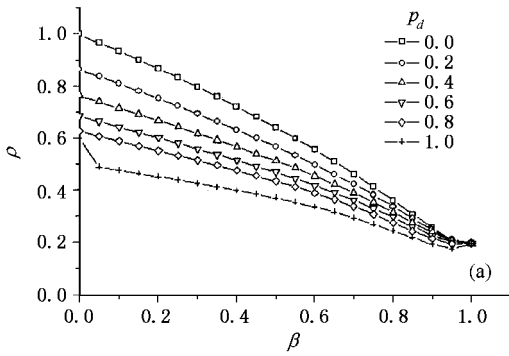
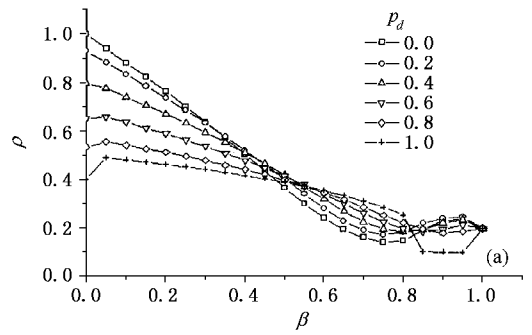
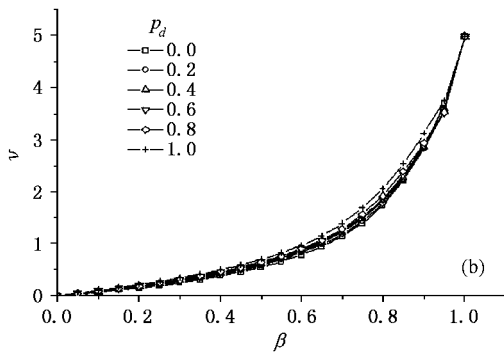
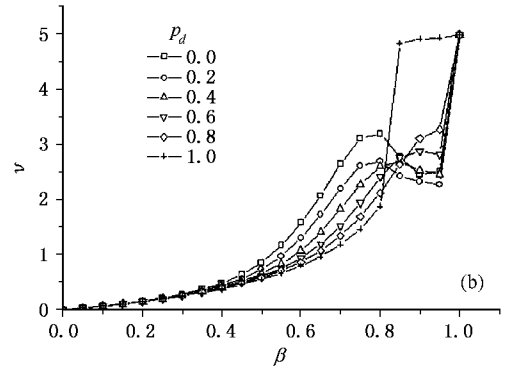
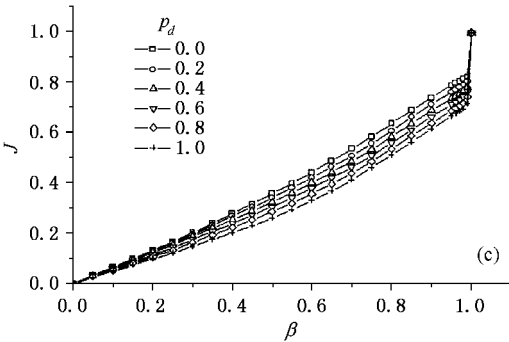
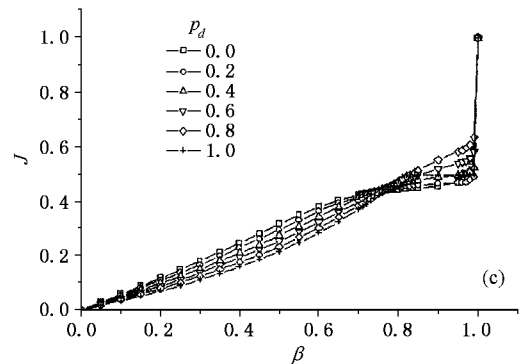
(b) 速度与  $\alpha$  的关系图



(c) 流量与  $\alpha$  的关系图

图 1  $\beta = 1, d_{\text{safe}} = 1, 2, v_{\text{max}} = 5$  时, 密度、速度、流量与  $\alpha$  的关系图

$\alpha = 1, d_{\text{safe}} = 1$  时, 密度、速度、流量与  $\beta$  的关系如图 2 所示. 当  $\beta < 0.88$  时,  $\beta$  相同的情况下, 随着刹车概率的增加, 车道上的车辆密度逐渐减小, 速度逐渐增大, 流量逐渐减小, 而在相同的刹车概率下, 随着  $\beta$  的增加, 密度逐渐减小, 速度逐渐增加, 流量也逐渐增加. 与文献 [8] 对比表明, 在相同的密度、相同刹车概率的情况下, 较高密度时, 开放边界条件下的流量要比周期性边界条件的流量要小.

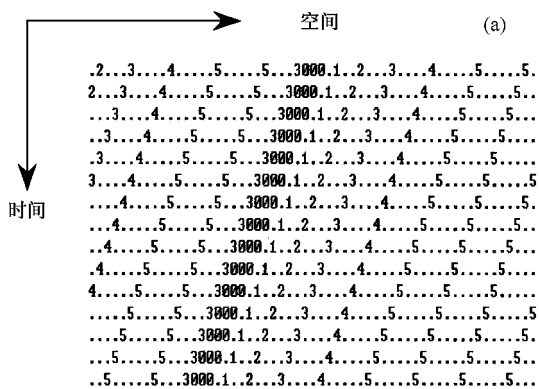
(a) 密度与  $\beta$  的关系图(a) 密度与  $\beta$  的关系图(b) 速度与  $\beta$  的关系图(b) 速度与  $\beta$  的关系图(c) 流量与  $\beta$  的关系图(c) 流量与  $\beta$  的关系图图2  $\alpha=1, d_{\text{safe}}=1, v_{\text{max}}=5$  时 密度、速度、流量与  $\beta$  的关系图图3  $\alpha=1, d_{\text{safe}}=2, v_{\text{max}}=5$  时 密度、速度、流量与  $\beta$  的关系图

当  $\alpha=1, d_{\text{safe}}=2$  时, 密度、速度、流量与  $\beta$  的关系如图 3 所示。在  $\beta < 1$  时, 密度、速度、流量与  $\beta$  的关系变得复杂起来, 在  $\beta=0.76$  时, 不同的刹车概率的流量与  $\beta$  关系的曲线相交, 交点处流量为 0.445, 这要比周期性边界条件下交点对应的流量值(0.33)要大<sup>[8]</sup>。

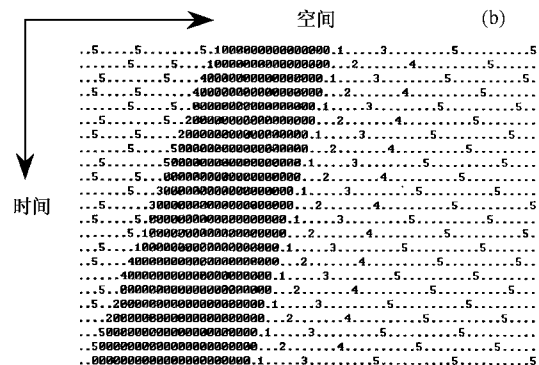
由于本文所使用的模型采用逐步加速方式<sup>[8]</sup>, 这可使先起动车辆与后起动车辆的间距变大, 车辆在离开堵塞区域后可形成一段低密度高速度的车

流, 而车辆运动具有延迟启动性<sup>[8]</sup>将会使这一现象表现得更为明显。由演化规则可知, 只有当  $d_i(t) \leq d_{\text{safe}}$ , 延迟启动现象才会出现, 安全距离越大越易出现延迟启动现象。如在图 4(图中点表示该格点无车辆, 数字表示该格点存在一辆以此速度运行的车辆)中, 在  $d_{\text{safe}}=1$  的图(a)没有出现延迟启动现象且堵塞区域并未扩大, 而在  $d_{\text{safe}}=2$  的图(b)则出现了延迟启动现象且堵塞区域不断扩大, 同时车辆离开堵

塞区域,速度达到  $v_{\max}$  后,  $d_{\text{safe}} = 2$  的两辆车车距大于  $d_{\text{safe}} = 1$  时两辆车的车距. 当  $\beta$  较小时车道上堵塞区域较多, 先起动车辆离开堵塞区域后再遇到阻塞的机会多, 而会较快减速, 后起动车辆能够较快追上, 从而使延迟启动对交通流的影响减弱. 随着  $\beta$  增大, 车辆启动后再遇到阻塞的机会减少, 从而使延迟启动对交通流的影响增强. 当  $d_{\text{safe}} = 2$  时, 延迟启动和刹车概率对交通流的影响较  $d_{\text{safe}} = 1$  时更为显著, 密度、速度、流量与  $\beta$  的关系变得复杂, 出现了  $d_{\text{safe}} = 2$  时不同的刹车概率的密度、速度、流量与  $\beta$  的关系曲线之间相交的现象, 导致了图  $\chi(d_{\text{safe}} = 2)$  和图  $\chi(d_{\text{safe}} = 1)$  在  $\beta$  较大时所呈现的特点有明显不同. 当  $\beta > 0.99$  时, 随着  $\beta$  的增加, 延迟启动、刹车概率和安全距离对流量的影响迅速减小, 流量急剧增大而发生了突变. 当  $\beta = 1$  时, 延迟启动、刹车概率和安全距离对车辆运动不再起作用, 此时流量为 1 (如图  $\chi(c)$  图  $\chi(c)$ ).

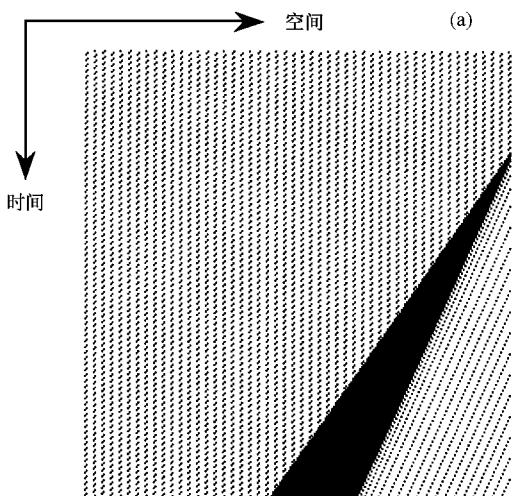


(a)  $d_{\text{safe}} = 1$

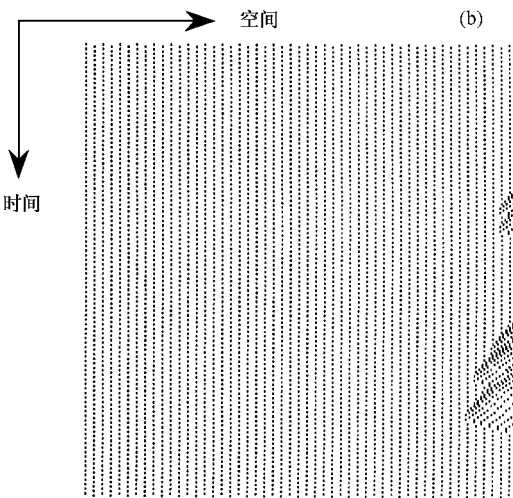


(b)  $d_{\text{safe}} = 2$

图 4 起动图 ( $\alpha = 1, \beta = 0.9, p_d = 0.0$ , 图中点表示该格点无车辆, 数字表示该格点存在一辆以此速度运行的车辆)



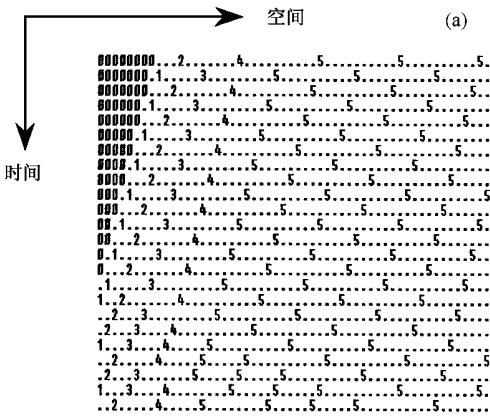
(a)  $p_d = 0.0$



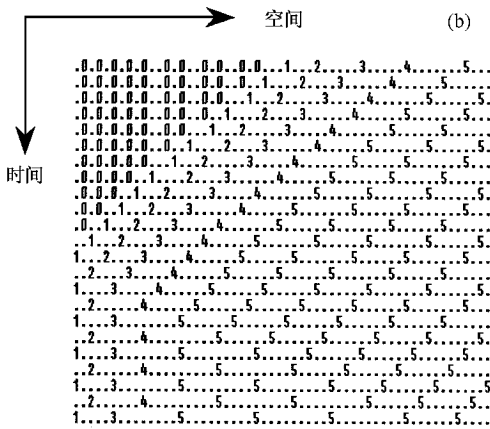
(b)  $p_d = 1.0$

图 5 时空演化图 ( $\alpha = 1, \beta = 0.9, d_{\text{safe}} = 2$ , 格点取  $200 \sim 1000$ ,  $\beta$  万—4 万时步之间取 500 个时步长)

为了进一步了解安全距离对交通流的影响, 对  $\beta = 0.9, d_{\text{safe}} = 2$  的车道进行计算机模拟的结果表明,  $p_d = 0.0$  时, 在暂态过程之后出现了大尺度交通堵塞形成及缓解的现象(如图  $\chi(a)$ ), 而  $p_d = 1.0$  却无此现象(如图  $\chi(b)$ ). 这是由于堵塞区域在左边界随时间增加而逐步缓解后, 边界条件和刹车概率的影响使左边界驶入的车辆速度达到  $v_{\max}$  后的车距不同所致. 如在  $\beta = 0.9, d_{\text{safe}} = 2, p_d = 0.0$  的图  $\chi(a)$  中, 堵塞区域在左边界缓解后, 一些由左边界驶入的车辆在速度达到  $v_{\max}$  后车距较短 ( $d_i = 5$ ), 正是这些较短车距的车辆在右边界受堵后, 易于形成堵塞; 由于  $d_{\text{safe}}$



(a)  $p_d = 0.0$

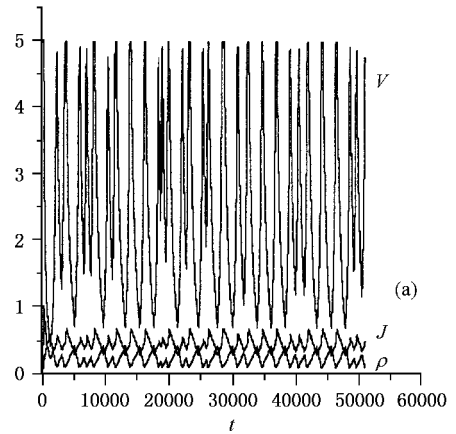


(b)  $p_d = 1.0$

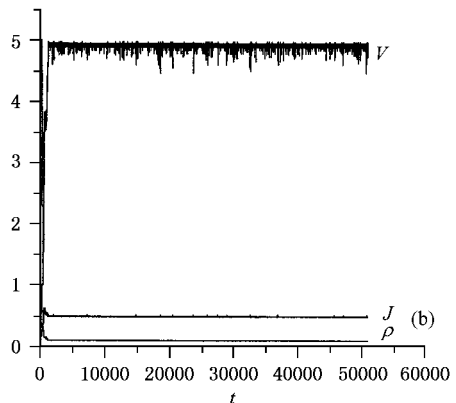
图6 左边界车辆驶入图( $\alpha = 1, \beta = 0.9, d_{safe} = 2$  格点取 [1—54] 图中点表示该格点无车辆, 数字表示该格点存在一辆以此速度运行的车辆)

= 2 延迟启动时间长, 出现了进入堵塞区域的车辆数大于离开堵塞区域的车辆数, 而形成向后传播且范围不断扩大的堵塞区域(如图 5(a)). 值得注意的是由于延迟启动时间长, 离开堵塞区域的先起动车辆与后起动车辆在速度都达到  $v_{max}$  后的车距大(如图 6(a),  $d_i = 10$ ), 此时车流对堵塞有较强的自我缓解能力, 较难在右边界受堵后形成堵塞, 原堵塞区域在左边界缓解后, 车道上会出现一段时间的多数车辆处于自由运动状态的情况, 此时平均速度较大, 密度较小, 流量较高. 因而  $p_d = 0.0$  时车道上车流运动会出现一段时间的多数车辆处于自由运动状态, 而在另一段时间的多数车辆处于堵塞状态的情况, 形成了大尺度交通堵塞及缓解的现象, 密度、速度、流量随时步演化存在较大的波动(如图 7(a)). 而由  $\beta$

= 0.9,  $d_{safe} = 2, p_d = 1.0$  的图 6(b) 的结果可看出暂态时所形成的堵塞在左边界缓解后, 驶入的车辆在速度达到  $v_{max}$  后车距较长 ( $d_i = 9$ ), 长时步演化后的时空演化图上没有长时间存在的堵塞区域, 在右边界形成的堵塞很快就缓解(如图 5(b)), 可见车流对堵塞有较强的自我缓解能力, 车道上大多数车辆处于自由运动状态, 这就出现了图 3(b)(c) 中的低密度 ( $\rho = 0.101$ ) 高速度 ( $V = 4.93$ ) 的情形, 密度、速度、流量随时步演化的波动较小(如图 7(b)). 进一步对  $d_{safe} = 2, \beta = 0.9$  的车道进行数值模拟可得随着刹车概率的增加, 车道上的平均密度、速度、流量随时步演化的波动幅度减小.



(a)  $p_d = 0.0$



(b)  $p_d = 1.0$

图7  $\alpha = 1, \beta = 0.9, d_{safe} = 2$  时, 密度、速度、流量随时步演化图

### 4. 结 论

本文研究了改进的 NS 模型<sup>[8]</sup>在开放边界条件

下,安全距离、刹车概率、延迟启动对交通流的影响。 $\beta = 1$  时流量、密度、速度与  $\alpha$  呈现出线性关系;在  $\alpha = 1, \beta = 1$  时,流量可达到 1;且  $\alpha = 1$  时,在  $\beta = 1$  附近出现了流量的突变,这些都是与开放边界条件下 NS 模型<sup>[13]</sup>不同的。在对  $d_{\text{safe}} = 2, \beta = 0.9$  的车道进行数值模拟表明,  $p_d = 0.0$  时形成了大尺度堵塞及

缓解的现象,较为准确的再现了真实的交通现象,而  $p_d = 1.0$  时车道上没有长时间存在的堵塞区域,在右边界形成的堵塞很快就缓解,大多数车辆处于自由运动状态。在本文的模型中,边界条件、安全距离、刹车概率对交通流的影响是复杂的,有一些问题尚待进一步研究。

- [ 1 ] Chowdhury D, Santen L and Schadschneider A 2000 *Phys. Rep.* **329** 199
- [ 2 ] Wang L and Wang B H 1999 *Atca. Phys. sin.* **48** 808 ( in Chinese )  
[ 王 雷、汪秉宏 1999 物理学报 **48** 808 ]
- [ 3 ] Wang B H, Wang L, Xu B M and Hu B B 2000 *Atca. Phys. sin.* **49** 1926 ( in Chinese ) [ 汪秉宏、王 雷、许伯铭、胡斑比 2000 物理学报 **49** 1926 ]
- [ 4 ] Lü X Y, Kong L J and Liu M R 2001 *Atca. Phys. sin.* **50** 1255 ( in Chinese ) [ 吕晓阳、孔令江、刘慕仁 2001 物理学报 **50** 1255 ]
- [ 5 ] Huang B H, Kong L J and Liu M R 2002 *Chin. Phys.* **11** 678
- [ 6 ] Nagel K and Schreckenberg M 1992 *J. Phys. I France* **2** 2221
- [ 7 ] Xue Y, Dong L Y and Dai S Q 2001 *Atca. Phys. sin.* **50** 445 ( in

- Chinese ) [ 薛 郁、董力耘、戴世强 2001 物理学报 **50** 445 ]
- [ 8 ] Dong L Y, Xue Y and Dai S Q 2002 *Appl. Math. Mech.* **23** 33 ( in Chinese ) [ 董力耘、薛 郁、戴世强 2002 应用数学与力学 **23** 331 ]
- [ 9 ] Török J and Kertész J 1996 *Physica A* **231** 515
- [ 10 ] Joachim K 1991 *Phys. Rev. Lett.* **67** 1882
- [ 11 ] Cheybani S, Kertész J and Schreckenberg M 2001 *Phys. Rev. E* **63** 016107
- [ 12 ] Tan H L, Liu M R and Kong L J 2002 *Atca. Phys. sin.* **51** 2713 ( in Chinese ) [ 谭惠丽、刘慕仁、孔令江 2002 物理学报 **51** 2713 ]
- [ 13 ] Cheybani S, Kertész J and Schreckenberg M 2001 *Phys. Rev. E* **63** 016108

## A study on an improved Nagel-Schreckenberg traffic flow model with open boundary conditions \*

Bai Ke-Zhao Tan Hui-Li Liu Mu-Ren Kong Ling-Jiang

( Department of Physics and Electronic Science, Guangxi Normal University, Guilin 541004, China )

( Received 20 January 2003; revised manuscript received 10 February 2003 )

### Abstract

For the improved Nagel-Schreckenberg model, we study it with an open boundary condition. We analyze the influence of the boundary condition, safety distance and deceleration probability on the traffic flow.

**Keywords:** cellular automaton, traffic flow, safety distance, delay start

**PACC:** 0550

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant No. 10062001 ), and by Natural Science foundation of Guangxi Zhuang Autonomous Region, China ( Grant No. 0007017 ) and by the Foundation for University Key Teachers from the Ministry of Education, China.