

运动的二能级原子与双模量子化腔场的相互作用*

陈爱喜¹⁾ 吴曙东²⁾ 金丽霞²⁾ 詹志明²⁾

¹⁾中国科学院武汉物理与数学研究所原子与分子物理实验室, 武汉 430071)

²⁾华中科技大学物理系, 武汉 430074)

(2002 年 6 月 13 日收到, 2003 年 1 月 22 日收到修改稿)

研究了一个微波激射器, 其腔内是单个运动的二能级原子与一双模量子化腔场的相互作用. 用修饰态来描述系统态矢量, 分析了在热原子状态下, 双模光场配制成不同的状态, 失谐量对微波激射器的原子辐射率的影响.

关键词: 二能级原子, 双模量子化腔场, 原子辐射率

PACC: 4250, 4252, 3280

1. 引言

光场与原子的相互作用一直是量子光学研究的重要内容之一. 1963 年 Jaynes 和 Cummings 用纯量子的方法描述了一个二能级原子与单模光场相互作用的物理模型(JCM)^[1]. 由于 JCM 的简单性, 物理学家们对此模型作了大量的研究, 并作了多种形式的推广^[2-10]. 这些研究大都假定原子是静止的, 只考虑了光场与原子内部的作用. 最近, 随着腔 QED 的发展, 人们开始关注运动原子与光场的相互作用^[11-17]. 例如对微波激射器的研究^[15-17]. 文献 [17] 研究了单模光场与运动的二能级原子相互作用形成的微波激射器的原子辐射率, 在此基础上, 本文进一步讨论运动的二能级原子与双模量子化腔场相互作用的情况. 分析了光场配制成不同的状态时, 失谐量对原子辐射率的影响, 发现要想得到较为稳定的辐射率, 对原子的注入速率比单模光场有更高的要求.

2. 理论模型

假定单个二能级原子沿平行于光场传播方向

(z 轴) 进入双模量子化腔场, 系统的哈密顿量表示为

$$H = H_0 + u(z)H_I, \quad (1)$$

其中 H_0 和 H_I 分别是自由哈密顿量和相互作用哈密顿量, $u(z)$ 为场的模函数.

$$H_0 = \frac{P_z^2}{2m} + \frac{1}{2} \hbar \omega_0 \sigma_z + \sum_{i=1,2} \hbar \omega_i a_i^\dagger a_i, \quad (2)$$

$$H_I = -\frac{1}{2} \hbar \Delta \sigma_x + \hbar g (a_1^\dagger a_2^\dagger \sigma_- + a_1 a_2 \sigma_+). \quad (3)$$

这里 P_z 为原子质心运动的动量算符, ω_0 为原子的本征跃迁频率, $\omega_i (i=1, 2)$ 为双模光场各模的频率, σ_z, σ_\pm 为原子的自旋算符, a_i^\dagger 和 $a_i (i=1, 2)$ 分别为光场的产生和湮没算符, g 为光场与原子的耦合常数, $\Delta = \omega_0 - (\omega_1 + \omega_2)$ 为失谐量, m 为原子的质量. 显然 H_I 与 H_0 对易.

在以 $|+, n_1, n_2\rangle$ 和 $|-, n_1 + 1, n_2 + 1\rangle$ 为基矢张成的不变子空间中 ($|+, |-\rangle$ 分别表示原子的激发态和基态), 相互作用哈密顿量 H_I 对应的矩阵元 $H_I(n_1, n_2)$ 为

$$H_I(n_1, n_2) = \frac{1}{2} \hbar \begin{pmatrix} \Delta & 2g \sqrt{(n_1 + 1)(n_2 + 1)} \\ 2g \sqrt{(n_1 + 1)(n_2 + 1)} & -\Delta \end{pmatrix}, \quad (4)$$

* 国家自然科学基金(批准号: 10125419, 60078023)资助的课题.

取 $\hbar = 1$ 对应的本征值 λ_{n_1, n_2}^{\pm} 为

$$\lambda_{n_1, n_2}^{\pm} = \pm [\Delta^2 + 4g^2(n_1 + 1)(n_2 + 1)]^{\frac{1}{2}} \\ = \pm \frac{(k_{n_1, n_2}^{\pm})^2}{2m}, \quad (5)$$

$$k_{n_1, n_2}^{\pm} = \kappa \mu_{n_1, n_2}^{\pm}, \quad \kappa = \sqrt{2mg}, \quad (6)$$

$$\mu_{n_1, n_2}^{\pm} = \pm \left[\sqrt{\left(\frac{\Delta}{g}\right)^2 + 4(n_1 + 1)(n_2 + 1)} \right]^{\frac{1}{2}}, \\ v = k/\kappa, \quad (7)$$

其中 k 为原子质心运动的动量, v 为原子注入的速率.

相应的本征矢以修饰态展开为

$$|\psi^+ \rangle = \sin(\theta_{n_1, n_2}) |+, n_1, n_2\rangle \\ + \cos(\theta_{n_1, n_2}) |-, n_1 + 1, n_2 + 1\rangle, \quad (8)$$

$$|\psi^- \rangle = \cos(\theta_{n_1, n_2}) |+, n_1, n_2\rangle \\ - \sin(\theta_{n_1, n_2}) |-, n_1 + 1, n_2 + 1\rangle, \quad (9)$$

其中

$$\sin(\theta_{n_1, n_2}) \\ = \frac{2g\sqrt{(n_1 + 1)(n_2 + 1)}}{\sqrt{(\lambda_{n_1, n_2} - \Delta)^2 + 4g^2(n_1 + 1)(n_2 + 2)}}, \quad (10)$$

$$\cos(\theta_{n_1, n_2}) \\ = \frac{\lambda_{n_1, n_2} - \Delta}{\sqrt{(\lambda_{n_1, n_2} - \Delta)^2 + 4g^2(n_1 + 1)(n_2 + 2)}}. \quad (11)$$

按文献 [17] 的讨论, 假设二能级原子初态处在激发态, 在腔场中发生散射, 原子离开相互作用区域后, 系统的初态演化为

$$|\psi(z, t)\rangle = \exp\left(-i\frac{k^2}{2m}t\right) \{ [R_+(k)e^{-kz}\mathcal{A}(-z) \\ + T_+(k)e^{ik(z-l)}\mathcal{A}(z-l)] |+, n_1, n_2\rangle \\ + [R_-(k)e^{-kz}\mathcal{A}(-z) + T_-(k)e^{ik(z-l)} \\ \times \mathcal{A}(z-l)] |-, n_1 + 1, n_2 + 1\rangle \} \quad (12)$$

其中

$$R_+(k) = (\sin(\theta_{n_1, n_2}))^2 \rho_{n_1, n_2}^+(k) \\ + (\cos(\theta_{n_1, n_2}))^2 \rho_{n_1, n_2}^-(k), \quad (13)$$

$$T_+(k) = (\sin(\theta_{n_1, n_2}))^2 \tau_{n_1, n_2}^+(k) \\ + (\cos(\theta_{n_1, n_2}))^2 \tau_{n_1, n_2}^-(k), \quad (14)$$

$$R_-(k) = \sin(\theta_{n_1, n_2}) \cos(\theta_{n_1, n_2}) \\ \times [\rho_{n_1, n_2}^+(k) - \rho_{n_1, n_2}^-(k)], \quad (15)$$

$$T_-(k) = \sin(\theta_{n_1, n_2}) \cos(\theta_{n_1, n_2}) \\ \times [\tau_{n_1, n_2}^+(k) - \tau_{n_1, n_2}^-(k)]. \quad (16)$$

这里 $R_+(k), T_+(k)$ 分别是原子在散射前处在激发态时的反射和透射振幅, $R_-(k), T_-(k)$ 分别是原子辐射双光子跃迁到基态时的反射和透射振幅, $\rho_{n_1, n_2}^{\pm}(k), \tau_{n_1, n_2}^{\pm}(k)$ 分别为组元 $|\psi^+\rangle, |\psi^-\rangle$ 的反射和透射系数, l 为腔长. 系统中原子辐射双光子的概率为

$$P_{\text{emission}}(n_1, n_2) = |R_-(k)|^2 + |T_-(k)|^2. \quad (17)$$

在某些特殊的条件下, 沿着原子注入方向, 腔场和原子在腔内耦合是常数, 其传播系数可以解析求解, 此时场模函数可示为 mesa 函数^[16], 即

$$u(z) = \begin{cases} 1 & 0 < z < l, \\ 0 & \text{其他}. \end{cases} \quad (18)$$

当原子处在热原子状态^[16]时 ($k \gg k_{n_1, n_2}^{\pm}$) 根据文献 [17] 的近似处理得

$$\rho_{n_1, n_2}^{\pm}(k) \approx 0,$$

$$\tau_{n_1, n_2}^{\pm}(k) = \exp\left(i\sqrt{k^2 \mp (k_{n_1, n_2}^{\pm})^2}l\right). \quad (19)$$

把 (7)(15)(16)(19) 式代入 (17) 式得二能级原子辐射双光子的概率为

$$P_{\text{emission}}(n_1, n_2) = (\sin\theta_{n_1, n_2})^2 (\cos\theta_{n_1, n_2})^2 \\ \times \left| \exp\left(-i\frac{(\mu_{n_1, n_2}^+)^2 L}{2v}\right) - \exp\left(i\frac{(\mu_{n_1, n_2}^-)^2 L}{2v}\right) \right|^2, \quad (20)$$

这里 $L = vl$ 为原子与光场的相互作用长度.

3. 不同光场下失谐量对原子辐射率的影响

根据 (20) 式, 我们来分析在热原子方式下, 双模光场配制成不同的状态时, 失谐量对原子辐射率的影响.

3.1. 双模光场初始时配制成双模相干态 $|\alpha_1, \alpha_2\rangle$

$$|\alpha_1, \alpha_2\rangle = \sum_{n_1, n_2=0}^{\infty} \exp\left[-\frac{1}{2}(|\alpha_1|^2 + |\alpha_2|^2)\right] \frac{\alpha_1^{n_1} \alpha_2^{n_2}}{\sqrt{n_1! n_2!}} |n_1, n_2\rangle, \quad (21)$$

其光子数分布为

$$P(n_1, n_2) = \exp[-(\bar{n}_1 + \bar{n}_2)] \frac{\bar{n}_1^{n_1} \bar{n}_2^{n_2}}{n_1! n_2!}, \quad (22)$$

所以此时二能级原子的辐射率为

$$P_{em} = \sum_{n_1, n_2=0}^{\infty} P(n_1, n_2) P_{emission}(n_1, n_2). \quad (23)$$

采用数值计算的方法,分析了失谐量对原子辐射率的影响(见图1),图1(a),(b),(c)中原子注入速率 $v = 50$, $\bar{n}_1 = \bar{n}_2 = 5$, Δ/g 的值分别为 1, 10, 20. (d)中 $v = 10$, $\Delta/g = 0$, \bar{n}_1, \bar{n}_2 的值不变. 数值分析显示:当失谐量较小时,只在相互作用长度较短的范围内原子的辐射率出现波动,在其他地方原子辐射率比较稳定,辐射率也较大(如图1(a)),随着失谐量的增大,原子辐射率明显减小,在相互作用较长的范围内,原子辐射率作周期性振荡,振荡幅度

不断减小,这是因为随着失谐量的增大,原子与光场的耦合强度减弱,原子从激发态向基态跃迁的概率减小,从而使得原子辐射率减小. 同时随着失谐量的增加,系统内量子噪声随之增大,原子辐射率振荡加剧,难以获得较为稳定的辐射率. 同文献[17]相比,发现在双模量子化腔场中,要在相互作用长度较长的范围内获取较大、较稳定的原子辐射率,原子注入速率 v 要比单模腔中的 v 大得多,从图1(d)中,当原子的注入速率较小时($v = 10$),即使失谐量为零,随着相互作用长度的增加,原子的辐射率出现周期性的振荡,这说明要得到较为稳定的原子辐射率,双模相干腔场对原子的注入速率比单模相干场有更高的要求.

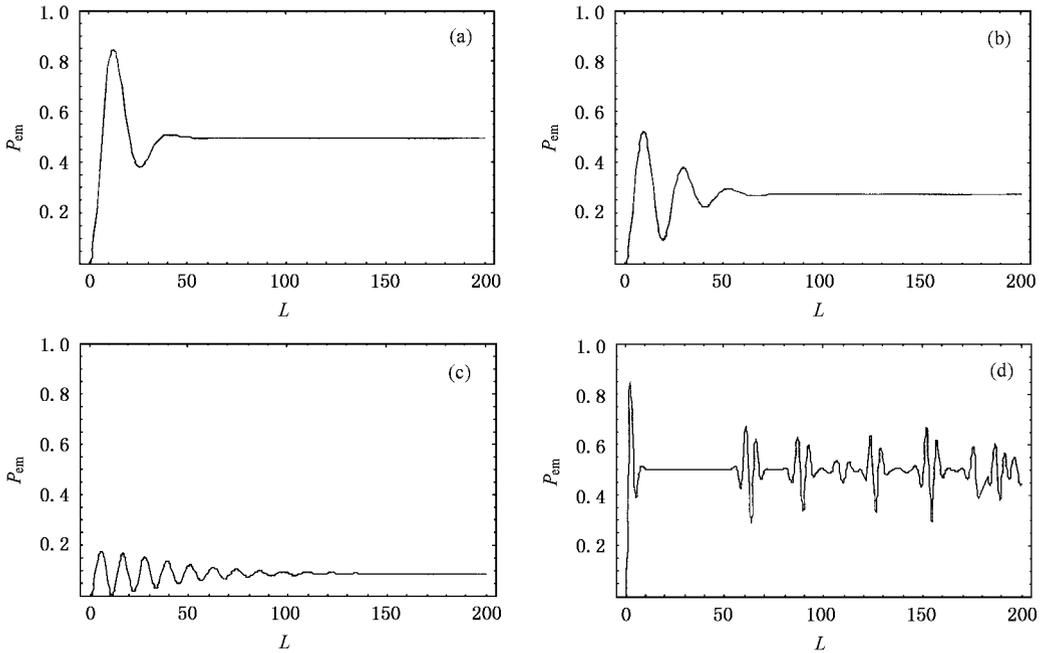


图1 原子辐射率随相互作用长度的变化(a),(b),(c)中 $v = 50$, $\bar{n}_1 = \bar{n}_2 = 5$, Δ/g 的值分别为 1, 10, 20. (d)中 $v = 10$, $\bar{n}_1 = \bar{n}_2 = 5$, $\Delta/g = 0$

3.2. 光场初始时配制成双模压缩真空态场

双模压缩真空态的态函数为^[18]

$$|0, 0, \xi\rangle = \frac{1}{\cosh r} \sum_{n=0}^{\infty} (-e^{i\theta} \tanh r)^n |n, n\rangle, \quad (24)$$

这里 ξ 为复压缩参数, r 表征压缩程度的压缩因子, θ 为压缩方向角.

双模压缩真空态中两模的光子有及强的关联性,要求两模的光子数必须同时相等,即 $n_1 = n_2 =$

n , 其光子数分布概率为

$$P(n) = \frac{\bar{n}^n}{(1 + \bar{n})^{1+n}}, \quad (25)$$

其中 $\bar{n} = \sinh^2 r$. 因为 $\sinh r$ 在 r 大于某个范围时其值迅速增大,使得 $P(n)$ 趋向于无穷大,我们在讨论时压缩参数取值较小. 在双模压缩真空态场中,原子的辐射率为

$$P_{em} = \sum_{n=0}^{\infty} P(n) P_{emission}(n, n). \quad (26)$$

数值分析失谐量对原子辐射率的影响见图 2, 图 2 (a),(b),(c),(d)中, $r = 0.1$, $v = 50$, Δ/g 分别为 0, 1, 5, 10. 我们发现原子辐射率作类似于正弦振荡, 当失谐量为零时(如图 2(a)), 原子辐射率随相互作用长度的增加变化缓慢, 其值在 $50 < L < 120$ 范围内较大, 最大值接近 1, 这说明在双模压缩真

空态场中, 原子具有较大的辐射率, 其原因是在于压缩光场中量子噪声能够得到更好的抑制. 随着失谐量的增加, 原子辐射率明显减小, 其趋势比相干光场更快, 说明不同的光场对原子的辐射率影响也不相同.

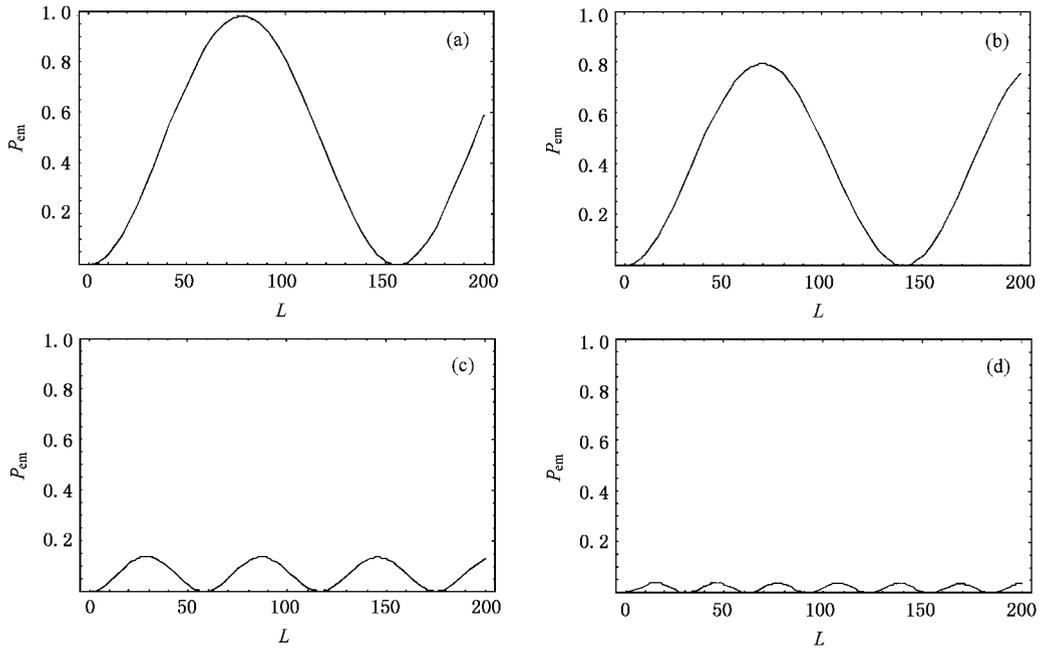


图 2 原子辐射率随相互作用长度的变化((a),(b),(c),(d)中 $r = 0.1$, $v = 50$, Δ/g 分别为 0, 1, 5, 10)

4. 结 论

我们在以前研究的基础上, 采用全量子理论和数值计算的方法分析了运动的二能级原子与双模量子化腔场相互作用形成的微波激光器的原子辐射率, 研究了当光场配制成不同的状态时, 失谐量对原子辐射率的影响, 结果显示无论对什么样的量子

化双模腔场, 失谐量较小时原子辐射率较大、较稳定. 失谐量增大时, 原子与光场的耦合强度减弱, 系统内量子噪声增大, 原子辐射率明显减弱. 研究还发现, 对于双模光场要想在较长的相互作用长度内获得较大、较稳定的原子辐射率, 对原子注入速率有更高的要求.

感谢与吴颖教授有益的讨论.

[1] Jaynes E T and Cummings F W 1963 *Proc. IEEE* **51** 89
 [2] Fleischhauer M and Schleich W P 1993 *Phys. Rev. A* **47** 4258
 [3] Fang M F and Liu X 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 435 (in Chinese)
 [方卯发、刘翔 2000 物理学报 **49** 435]
 [4] Peng J S and Li G X 1993 *Phys. Rev. A* **47** 4212
 [5] Wu Y and Yang X X 1997 *Phys. Rev. A* **56** 2443
 [6] Wu Y and Yang X X 2000 *Phys. Rev. A* **62** 013603
 [7] Zhang L H, Li G X and Peng J S 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 541 (in Chinese)
 [张立辉、李高翔、彭金生 2002 物理学报 **51** 541]

[8] Song K H and Guo G C 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 231 (in Chinese)
 [宋克慧、郭光灿 2000 物理学报 **49** 231]
 [9] Luo Z F, Xu Z Z and Xu L 1992 *Acta Phys. Sin.* **41** 1950 (in Chinese)
 [罗振飞、徐至展、徐磊 1992 物理学报 **41** 1950]
 [10] Song K H and Guo G C 1998 *Acta Phys. Sin.* **47** 1477 (in Chinese)
 [宋克慧、郭光灿 1998 物理学报 **47** 1477]
 [11] Bimalendu D and Surajit S 1997 *Phys. Rev. A* **56** 2470
 [12] Schlicher R R 1989 *Opt. Commun.* **70** 97

- [13] Ren W , Cresser J D and Carmichael H J 1992 *Phys. Rev. A* **46** 7162
- [14] Zhang J T , Feng X L , Zhang W Q and Xu Z Z 2002 *Chin. Phys. Lett.* **19** 670
- [15] Liang W Q , Chu K Q , Zhang Z M *et al* 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 2345 (in Chinese) [梁文青、储开芹、张智明等 2001 物理学报 **50** 2345]
- [16] Meyer G M , Scully M O and Walther H 1997 *Phys. Rev. A* **56** 4142
- [17] Wu S D , Qu Z J *et al* 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 1925 (in Chinese) [吴曙东、曲照军等 2001 物理学报 **50** 1925]
- [18] Peng J S and Li G X 1996 *Introduction of Modern Quantum Optics* (Beijing : Science Press) p192 (in Chinese) [彭金生、李高翔 1996 近代量子光学导论(北京 科学出版社)第 192 页]

Interaction of a moving two-level atom with a two-mode quantized cavity field^{*}

Chen Ai-Xi¹⁾ Wu Shu-Dong²⁾ Jin Li-Xia²⁾ Zhan Zhi-Ming²⁾

¹⁾(*Laboratory of Atomic and Molecular Physics , Wuhan Institute of Physics and Mathematics , Chinese Academy of Sciences , Wuhan 430071 , China*)

²⁾(*Department of Physics , Huazhong University of Science and Technology , Wuhan 430074 , China*)

(Received 13 June 2002 ; revised manuscript received 22 January 2003)

Abstract

We study the micromaser in a two-mode quantized cavity field injected with a two-level atom. A solution in the dressed state description is presented for the system. We investigate under the thermal-atom regime , the influence of detuning Δ on the atomic emission probability , when the two-mode quantized cavity field is prepared in different states.

Keywords : two-level atom , two-mode quantized cavity field , atomic emission probability

PACC : 4250 , 4252 , 3280

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China(Grant Nos. 10125419 , 60078023).