

界面层对层状各向异性复合结构中 Lamb 波的影响*

张海燕¹⁾ 刘镇清²⁾ 马小松¹⁾

¹⁾ 上海大学通信与信息工程学院, 上海 200072)

²⁾ 同济大学声学所, 上海 200092)

(2002 年 11 月 27 日收到, 2003 年 1 月 16 日收到修改稿)

建立了各向异性界面层的弹簧模型, 并将其应用于分析层状复合媒质的全局矩阵技术中. 其引入的机理是全局矩阵的程序结构、各层矩阵的排列不至于遭受大的破坏. 因此, 把弹簧界面作为一个“材料层”. 该层的材料常数用劲度常数来描述, 其层厚为零. 把该层放在全局矩阵适当的位置而使系统中的其他层不发生任何变化. 数值示例显示了刚性联接、滑移联接、完全脱层三种不同界面条件下双层各向异性复合结构中 Lamb 波的频散特征, 并对刚性联接和滑移联接时质点沿板厚方向的位移分布进行了比较.

关键词: 各向异性界面, 弹簧模型, 全局矩阵, 兰姆波频散

PACC: 4320, 6265

1. 引 言

层间界面力学特性是影响层状复合结构总体力学性能的重要因素. 由于 Lamb 波的多模式特征以及频散特性, 其传播特性与层间界面力学特性密切相关. 因而研究声导波模式特性及它们与复合结构之间的关系受到高度重视, 考虑了界面层影响的 Lamb 波特性的研究是材料超声检测领域中一个重要的前沿课题^[1,2].

文献[3]针对若干常见界面模型下弹性波传播规律的研究现状进行了详细综述, 介绍了完好黏接界面、弱联接界面(或界面层)以及接触界面等复杂界面模型的建立方法. 在其中的弱界面(界面层)模型中, 涉及到了最常见的弹簧模型. 该模型曾被广泛应用于各向同性复合媒质中界面层的研究^[4-10]. Rokhlin, Wang 和 Huang^[11-13]也对介于两各向同性固体之间、两各向异性固体之间的薄各向异性界面层进行了建模. 从多层介质波动问题出发, 根据界面层厚度远小于波长这一特点, 对精确解进行渐近分析, 由此导出了薄各向异性界面层的近似界面条件, 即弹簧模型.

鉴于弹簧模型应用上的广泛性和简单性, 本文将这种模型引入到层状各向异性复合结构弱界面的

分析, 并将其应于全局矩阵技术中^[14]. 该技术是目前研究层状复合媒质中声传播问题较为流行的矩阵方法之一, 因而在本文的全局矩阵模型中包含了弱界面的情况. 这是与以上文献采用的传递矩阵弹簧模型一个很大的不同之处. 文中首先建立了各向异性界面层的弹簧模型, 然后数值示例研究了界面层对双层复合结构中 Lamb 波频散特性以及位移的影响.

2. 界面层的弹簧模型

层状结构或复合材料中, 不同组分固体间必然存在界面. 理想完好的界面称为刚性联接界面. 这里两种组分固体中的弹性波所对应的应力和位移分别连续. 另一种常出现的界面是滑移界面, 它具有这样的特性: 能承受垂直于界面的法向应力, 而界面上的切向应力恒为零. 从物理上讲, 处于滑移界面两边固体媒质的法向应力和位移连续, 而切向应力为零, 切向位移不连续. 实际上, 两种组分固体媒质间总存在着很薄的界面层, 其力学参数与两边固体媒质力学参数不同. 在复合结构或复合材料使用过程中, 界面处会出现微裂纹, 力学强度降低, 形成弱界面层. 可以用弹簧模型描述平面状弱界面的物理特性, 并由此得到界面处力学量的边界条件. 用法向劲度常数

* 国家自然科学基金(批准号: 10074050)资助的课题.

k_{33} 和两个切向劲度常数 k_{13}, k_{23} 来描述弹簧层顶部 (上界面) 与底部 (下界面) 力学量之间的关系

$$\begin{aligned} u_{x(t)} - u_{x(b)} &= -\frac{\sigma_{13}}{k_{13}}, \\ u_{x(t)} - u_{x(b)} &= -\frac{\sigma_{23}}{k_{23}}, \\ u_{x(t)} - u_{x(b)} &= -\frac{\sigma_{33}}{k_{33}}, \end{aligned} \quad (1)$$

其中方向 3 是界面层的法线方向且向下的方向为正, 方向 1 是 Lamb 波传播的方向, 方向 2 是与方向 1 和 3 正交的方向, 如图 1 所示. 注意, 如果方向 3 的正方向向上, 上面的三个方程表达式中等号的右边都将为正. (1) 式中, 因弹簧层顶部和底部的应力相等, 则有 $\sigma_{1x(t)} = \sigma_{1x(b)} = \sigma_{13}, \sigma_{2x(t)} = \sigma_{2x(b)} = \sigma_{23}, \sigma_{3x(t)} = \sigma_{3x(b)} = \sigma_{33}$, 下标“t”和“b”分别代表弹簧层的顶部和底部.

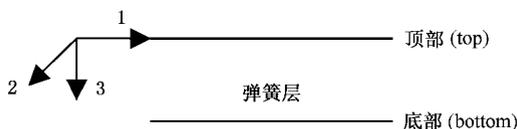


图 1 弱界面的弹簧层坐标系

为便于描述, 假设弹簧层在多层介质模型中处于第三层, 下面来求它的两个矩阵 $[D_{3t}]$ 和 $[D_{3b}]$ 中的元素. $[D]$ 表示某一层的场矩阵, 则 $[D_t]$ 和 $[D_b]$ 分别表示某一层顶部和底部的场矩阵.

对弹簧层的顶部, 方程 (1) 可写为

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{Bmatrix}_{\text{layer3 (t)}} = [D_{3t}] \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{Bmatrix}_{\text{layer3 (b)}}, \quad (2)$$

其中

$$[D_{3t}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1/k_{13} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1/k_{23} \\ 0 & 0 & 1 & -1/k_{33} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

对弹簧层的底部, 设定该界面的场矩阵为单位矩阵, 即

$$[D_{3b}] = \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & 1 & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & 1 & & \\ & & & & 1 & \\ & & & & & 1 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

以上对界面弹簧层矩阵的推导是假设层内传播的是耦合的 Lamb 波, 若经典 Lamb 与水平偏振的 SH 解耦, 则问题简化为类似于各向同性界面层的情况, 方程 (1) 变为

$$\begin{aligned} u_{x(t)} - u_{x(b)} &= -\frac{\sigma_{13}}{k_{13}}, \\ u_{x(t)} - u_{x(b)} &= -\frac{\sigma_{33}}{k_{33}}. \end{aligned} \quad (5)$$

$[D_{3t}]$ 和 $[D_{3b}]$ 现在均变成 4×4 的矩阵

$$[D_{3t}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1/k_{13} \\ 0 & 1 & -1/k_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$[D_{3b}] = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

由 (1) 式和 (5) 式很容易写出刚性界面和滑移界面的边界条件. 令 $k_{13} \rightarrow \infty, k_{23} \rightarrow \infty, k_{33} \rightarrow \infty$, 这就是刚性界面边界条件, 这时界面处的应力为有限值. 令 $k_{13} \rightarrow 0, k_{23} \rightarrow 0, k_{33} \rightarrow \infty$, 这就是滑移界面的边界条件, 这时界面处的法向应力和法向位移均连续, 切向应力则变为零. 当两切向劲度常数在 0 到 ∞ 之间一定范围内变化时, 可作为描述弱界面的重要参数, 它是界面对切向应力承受程度的一种量度.

3. 数值计算

作为例子, 我们讨论了同一材料不同各向异性双层复合结构中 Lamb 波的频散特性以及质点的位移分布. 数值计算中, 上、下层板的厚度 $d_1 = d_2 = 0.5 \text{ mm}$, 它们均为 T300/914 近似横向各向同性材料, 材料的参数来自文献 [15], 其密度以及晶轴坐标系下的弹性常数分别为

$$C'_{11} = 143.8 \text{ GPa}, C'_{12} = C'_{13} = 6.2 \text{ GPa},$$

$$C'_{23} = 6.5 \text{ GPa}, C'_{44} = 3.6 \text{ GPa},$$

$$C'_{22} = C'_{33} = 13.3 \text{ GPa}, C'_{55} = C'_{66} = 5.7 \text{ GPa},$$

$$C'_{44} \approx (C'_{33} - C'_{23})/2, \rho = 1560\text{kg/m}^3.$$

需说明的是,在下面的数值示例中,所给出的各层纤维的铺设角度是指纤维(晶轴)方向与 Lamb 波传播方向之间的夹角,且逆时针方向为正.若晶轴方向与 Lamb 波传播方向不一致,则按照邦德变换^[16]规则对弹性常数进行变换,这样,弹性常数与 Lamb 波的传播方向都是相对于同一坐标系.把弹簧界面层作为复合结构中的一层,则双层复合结构变成三层结构.利用计算多层各向异性复合媒质的全局矩阵技术^[14],得到双层复合结构包含界面层时 Lamb 波的频散方程

$$\begin{bmatrix} [D_{1b}^-] & [-D_{2t}] \\ & [D_{2b}] & [-D_{3t}] \\ & & [D_{3b}] & [-D_{4t}] \\ & & & [D_{4b}] & [-D_{5t}^+] \end{bmatrix} = 0, \quad (8)$$

式中 $[D_{1b}^-]$ 和 $[D_{5t}^+]$ 分别为两真空层的场矩阵, $[D_{2t}]$ $[D_{2b}]$ 以及 $[D_{4t}]$ $[D_{4b}]$ 分别为上、下层板的场矩阵, $[D_{3t}]$ $[D_{3b}]$ 为弹簧层的场矩阵,见(3)式和(4)式.

3.1. 界面层对复合结构中 Lamb 波频散特性的影响

为了显示界面层对复合结构中 Lamb 波频散特性的影响,下面给出三种极限界面层状态即刚性联接、滑移联接、完全脱层情况下不同各向异性双层复合结构中声导波的频散曲线.其中完全脱层时,在理想情况下,Lamb 波仅在上层板中传播.

图 2 为 45°/45°双层复合结构中不同界面状态下 Lamb 波的频散曲线.从图 2 可以看到,滑移联接时(图 2(b)), s'_0 和 s_0 模式各分裂为两种导波模式,分别记为 s'_{01} 、 s'_{02} 和 s_{01} 、 s_{02} ,其中 s'_{01} 、 s_{01} 模式分别与刚性联接时 s'_0 、 s_0 模式(图 2(a))重合, s'_{02} 、 s_{02} 模式分别与脱层时 s'_0 、 s_0 模式(图 2(c))重合.

图 3 为 75°/15°双层复合结构不同界面状态下 Lamb 波的频散曲线.从图 3 可以看出,滑移联接低频极限时存在四个相速度值,说明固体间界面由刚性联接变为滑移联接时,某一个低阶对称模式发生分裂.假设 s_0 模式分裂成两种模式 s_{01} 和 s_{02} ,这两种模式低频部分的相速度较刚性联接时相同频率范围内 s_0 模式的相速度大大降低.随频率升高, s_{01} 模式的相速度趋向于刚性联接时 s'_0 模式的相速度, s_{02} 模式的相速度趋向于刚性联接时与 s_0 模式相邻的

较高阶模式的相速度(图 3(c)).此外,滑移联接时 s_{01} 和 s_{02} 模式的低频部分分别与脱层情况下相同频率范围内 s'_0 模式和 s_0 模式重合.

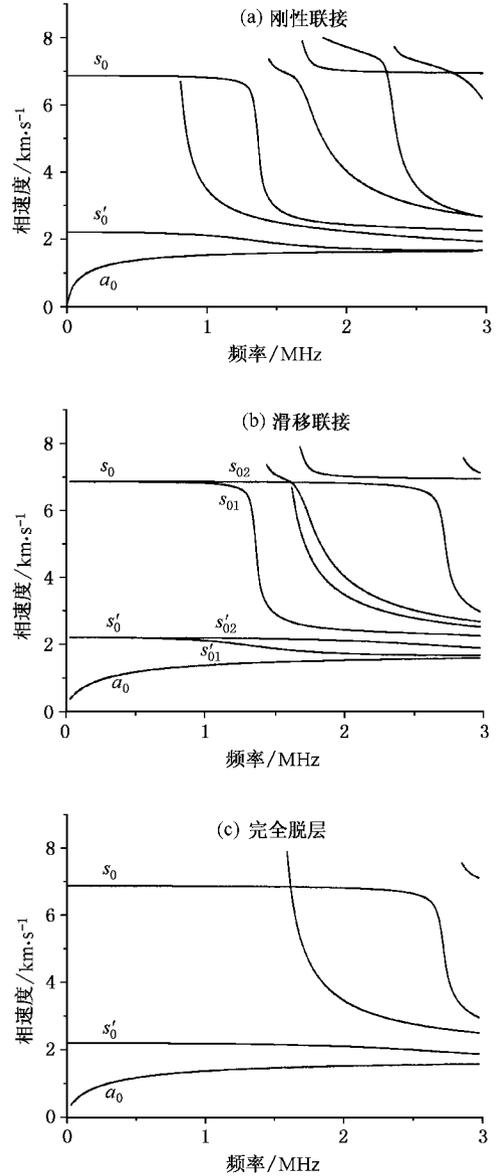


图 2 45°/45°双层复合结构中不同界面状态下 Lamb 波频散曲线

从图 2(f)中可以看到,不同界面状态下 a_0 模式在低频范围内相速度的变化幅度较大,且具有一定的规律性.在滑移联接界面情况下,导波速度介于刚性联接与完全脱层两种情况下导波速度之间.由于滑移联接界面是界面弱联接的一种极端情况,所以可以推断,当联接剂老化时使联接界面处于紧密接触,复合结构导波速度介于刚性联接与滑移联接两种情况下导波速度之间.当联接界面出现局部脱层

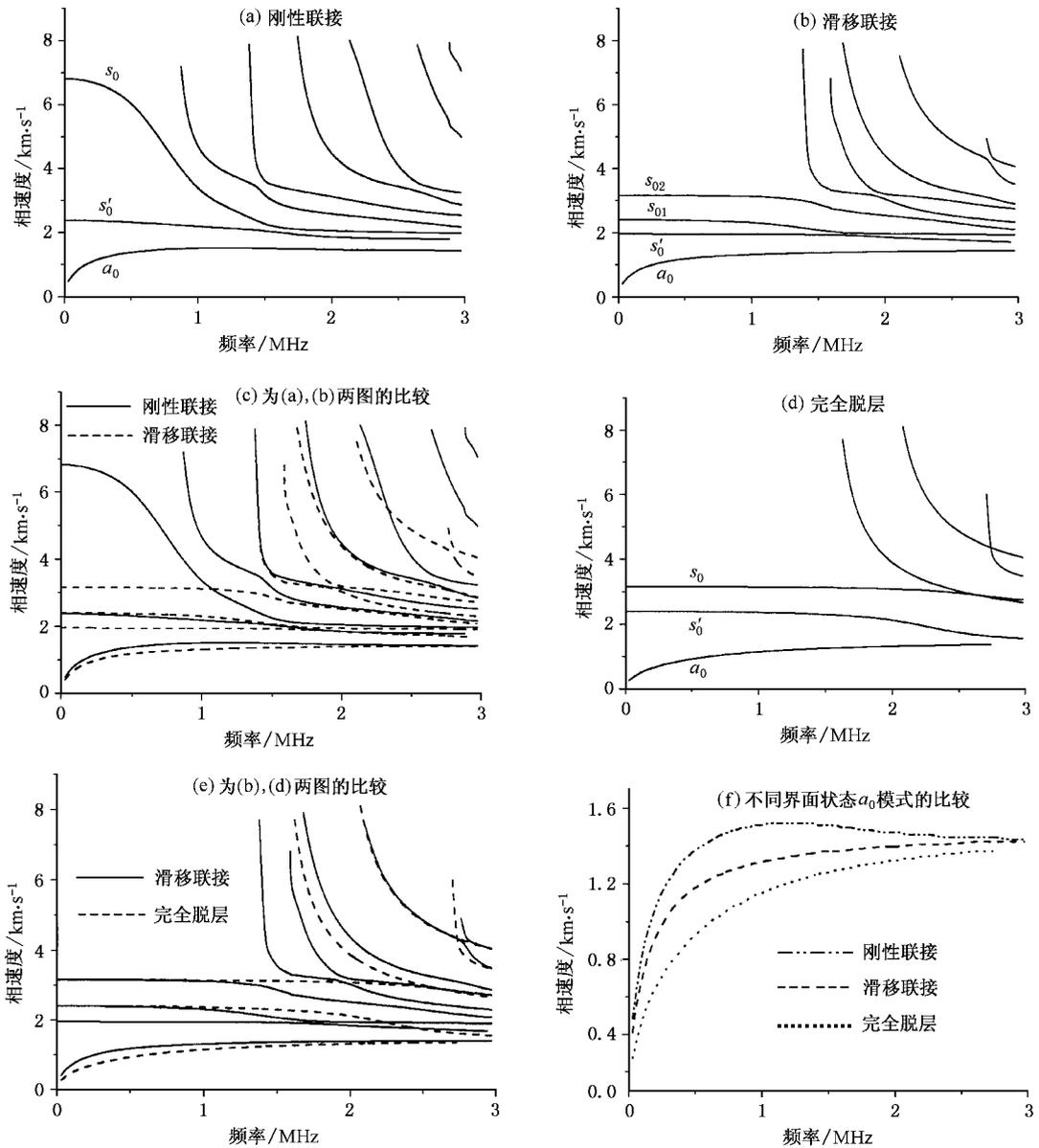


图3 75°/15°双层复合结构不同界面状态下 Lamb 波的频散曲线

情况下,其导波速度介于滑移联接与完全脱层两种情况下导波速度之间。 a_0 模式的这种特性为定量估计界面联接状况提供了理论依据。

由上面的分析可知,界面特性对复合结构导波的频散曲线有明显的影响,且这种影响与复合结构的组分性质有关。实际检测中,黏接复合结构的超声导波色散曲线是可以测量的,如超声漏导波频域分析方法^[17],从而可通过频散曲线的形状以及位置来估计界面联接的特性或采用低频超声导波定征方法^[8]对界面层联接特性进行定量估计。

3.2. 界面层对复合结构中 Lamb 波模式位移分布的影响

以图2中45°/45°双层复合结构 a_0 和 s_0' 模式为例,研究界面层对复合结构中 Lamb 波模式位移分布的影响。图4为45°/45°双层复合结构刚性联接和滑移联接时 a_0 模式的质点位移分布图。其中,图4(a)和(b)分别相应于刚性联接和滑移联接时沿图1所示的1方向(切向)、2方向(切向)、3方向(法向)的质点位移 u_1 、 u_2 、 u_3 振幅的分布。频率 $f = 510050\text{Hz}$ 时刚性联接 a_0 模式的相速度 $c = 1381.25\text{ m/s}$,滑移联接时 a_0 模式的相速度 $c = 1185\text{ m/s}$ 。

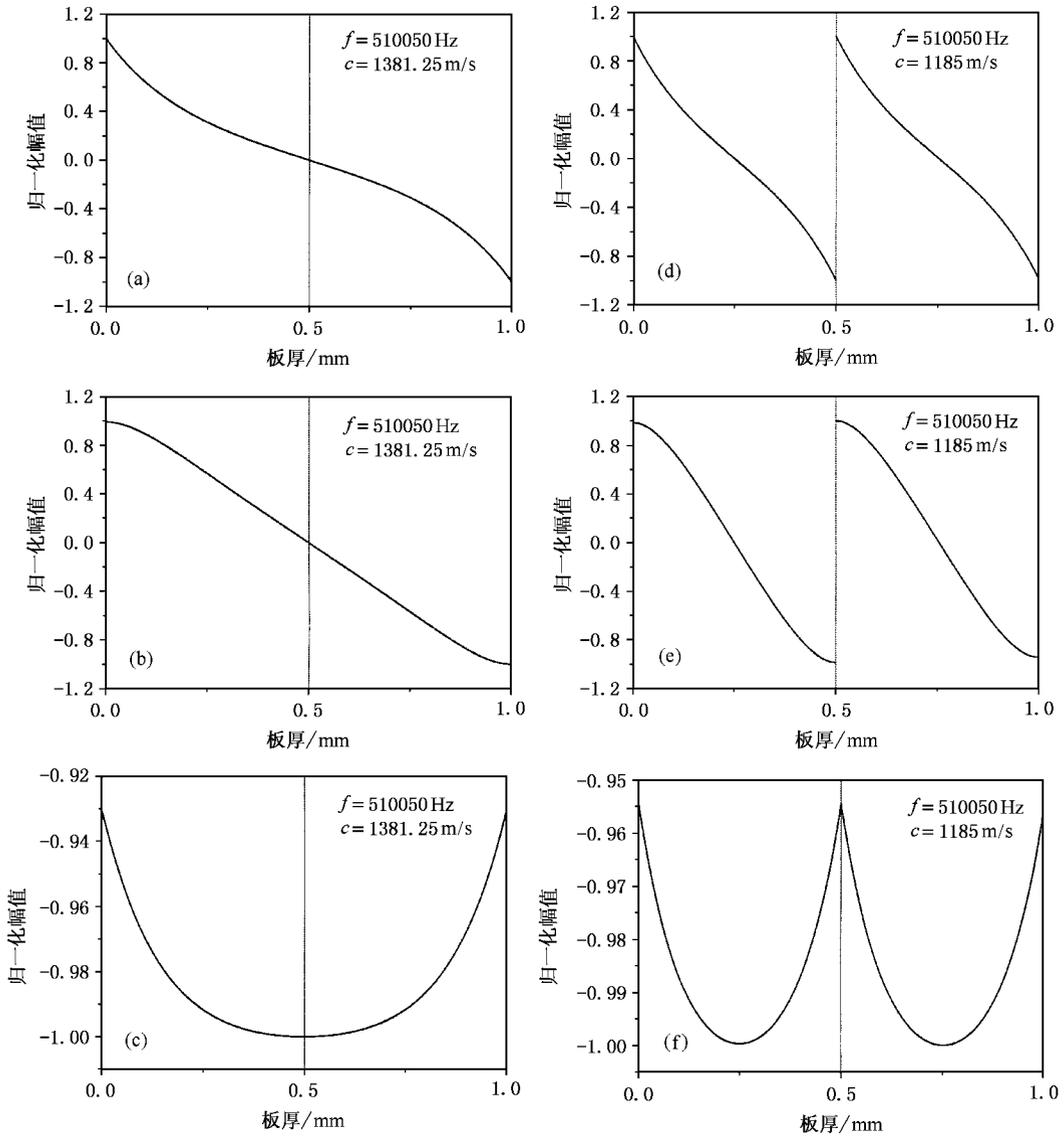


图 4 频率为 510050Hz 时 45°/45° 双层复合结构刚性联接和滑移联接 a_0 模式的质点位移分布 (a)–(c) 分别为刚性联接位移 u_1, u_2, u_3 (d)–(f) 分别为滑移联接位移 u_1, u_2, u_3

从图 4 可以看到, 刚性联接时 45°/45° 双层复合结构相当于等厚度的单层板, 因此板内质点的位移分布呈现严格的对称和反对称特性. 对于 a_0 模式, 两切向位移 u_1 和 u_2 关于板的中心反对称, 而垂直于界面方向的法向位移 u_3 关于板的中心对称. 从图 4(a)–(c) 可以看到, 三个位移在界面处均是连续的. 在滑移联接界面处, 两切向位移 u_1 和 u_2 是间断的, 而垂直于界面方向的质点位移是连续的. 这与滑移界面的特性相符, 即这种界面不能承受切向应力, 造成切向位移不连续.

图 5(a)–(c) (d)–(f) 和图 6 分别为 45°/45° 双

层复合结构刚性联接和滑移联接时 s_0' 模式的质点位移分布图. 频率 $f = 510050\text{Hz}$ 时刚性联接 s_0' 模式的相速度 $c = 2188.75\text{ m/s}$, 滑移连接时 s_0' 模式分裂为两种模式 s_{01}' , s_{02}' , 在该频率下对应两个相速度值分别为 2188.75 m/s (与刚性联接时相等), 2203.75 m/s . 图 5(d)–(f) 为对应相速度值 2188.75 m/s 时 s_{01}' 模式的位移分布, 图 6 为对应相速度值 2203.75 m/s 时 s_{02}' 模式的位移分布.

从图 5 可以看出, 刚性联接界面处的三个位移均是连续的, 且对于 45°/45° 双层复合结构, s_0' 模式的两个切向位移关于板的中心对称, 法向位移关于

板的中心反对称. 而对于滑移联接, 尽管相同频率下其相速度值与刚性联接时相速度值相等, s_{01}' 模式的两切向位移 u_1, u_2 在界面处却是间断的, 但法向位移 u_3 在界面处仍然是连续的, 且与刚性联接时在整

个板厚方向上的位移分布相同.

从图 6 可以看到, 两切向位移 u_1, u_2 在滑移界面处是间断的, 法向位移 u_3 在滑移界面处是连续的. 同样的分析可用于 s_0 模式.

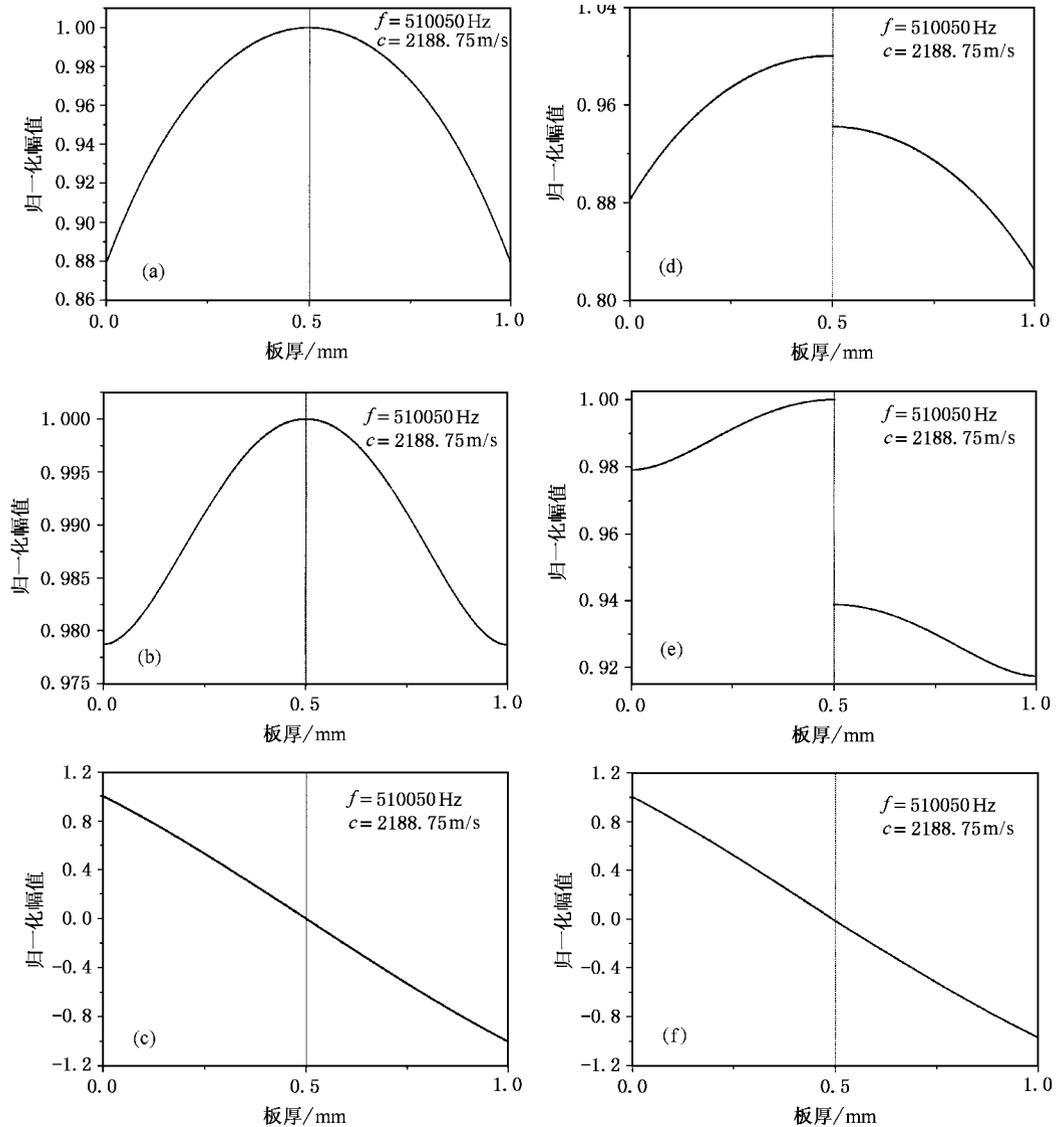


图 5 频率为 510050Hz 时 $45^\circ/45^\circ$ 双层复合结构刚性联接和滑移联接 s_0' 模式的质点位移分布 (a)–(c) 分别为刚性联接位移 μ_1, μ_2, μ_3 (d)–(f) 分别为滑移联接 (s_0' 模式, $c = 2188.75 \text{ m/s}$) 位移 μ_1, μ_2, μ_3

4. 结 论

本文用弹簧层模型模拟各向异性界面层, 研究了界面层对双层各向异性复合材料中 Lamb 波的影响, 主要结论如下:

响, 主要结论如下:

1. 将弹簧模型引入到层状各向异性复合结构 Lamb 波的全局矩阵方程中, 从而使全局矩阵可以推广到包含弱界面的情况. 与各向同性界面层属性不同, 对各向异性界面层, 其弹簧模型是用两个切向劲度常数和—个法向劲度常数来表示的.

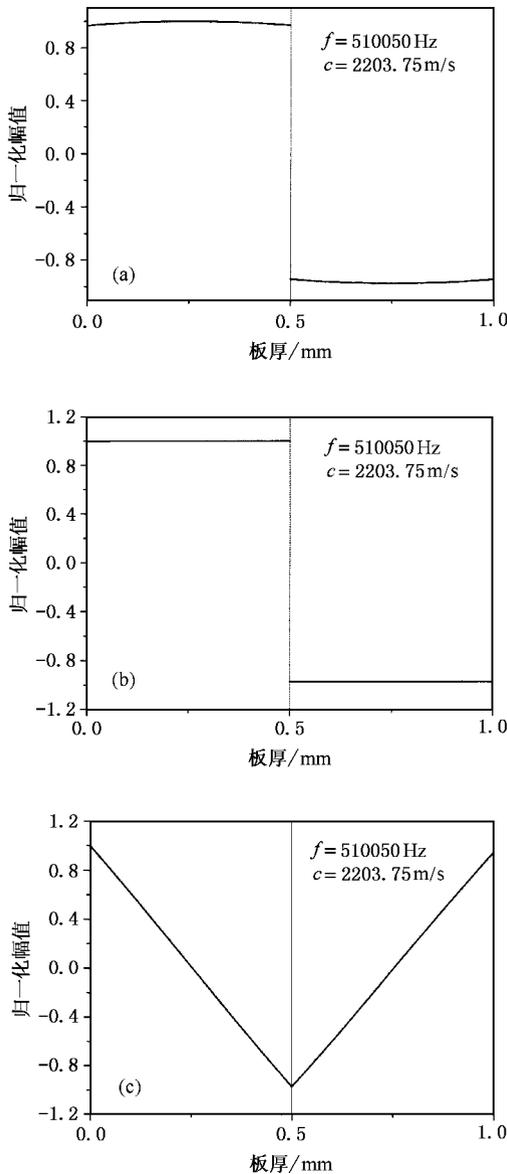


图6 频率为 510050Hz、相速度为 2203.75 m/s 时 45°/45° 双层复合结构滑动界面 s_{02}' 模式的质点位移分布 (a) 位移 u_1 (b) 位移 u_2 (c) 位移 u_3

2. 研究了各向异性双层复合结构界面处于刚性联接、滑动联接和完全脱层三种情况下超声导波的频散特性,发现不同联接状态下的频散曲线存在显著差异,且对不同的复合结构,其界面层的影响也不相同.因此,针对要检测的复合结构,应根据各组分材料的性质对复合结构不同联接状态下的超声导波频散特性进行具体分析,从而实现对界面特性的声学检测.

3. 研究了界面联接状况对双层复合结构中 Lamb 波模式位移分布的影响.刚性联接界面处的三个位移均是连续的,而滑动联接界面处只有法向位移连续,两切向位移均是间断的,不论相同频率下相速度值与刚性联接时相同与否,该结论都是适用的,这与滑动界面的边界条件是相吻合的,从而也验证了本文数值计算的正确性.

4. 对实际应用中最受关注的利用超声 Lamb 波速度实验资料反演界面层的物理特性,本文的一个示例也提供了理论依据.不同联接状态下 75°/15° 铺层 a_0 Lamb 波模式的相速度频散曲线的变化具有一定的规律性,从而可通过测定 a_0 模式的相速度定量反演界面层的特性.

5. 通过将各向异性界面层退化到各向同性情况,应用本文的弹簧模型,采用文献 [6] 中的铝/铜固体复合媒质材料参数,得到了与之同样的数值计算结果,从而验证了本文理论的正确性.

论文的发表得到上海大学通信学院王朔中教授的帮助,在此表示衷心的感谢.

[1] Zhang R and Wan M X 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1297 (in Chinese)
[张 锐、万明习 2000 物理学报 **49** 1297]

[2] Lu P and Wang Y J 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 697 (in Chinese)
[陆 鹏、王耀俊 2001 物理学报 **50** 697]

[3] Wang Y S, Yu G L, Zhang Z M *et al* 2000 *Adv. Mech.* **30** 378 (in Chinese)
[汪越胜、于桂兰、章梓茂等 2000 力学进展 **30** 378]

[4] Wang Y J, Ning W *et al* 1994 *Acta Phys. Sin.* **3** 561 (Overseas Edition)

[5] Ning W and Wang Y J 1995 *Acta Phys. Sin.* **4** 428 (Overseas Edition)

[6] Wang Y J, Ning W and Zhu W Y 1996 *Prog. Phys.* **16** 363 (in Chinese)
[王耀俊、宁 伟、朱为勇 1996 物理学进展 **16** 363]

[7] Du G S, Wang Y J, Yuan Y F *et al* 1998 *Acta Phys. Sin.* **47** 27 (in Chinese)
[杜光升、王耀俊、袁仪丰等 1998 物理学报 **47** 27]

[8] Zhang R, Wan M X and Cao W W 2001 *Chin. J. Appl. Mech.* **18** 75 (in Chinese)
[张 锐、万明习、曹文武 2001 应用力学学报 **18** 75]

[9] Zhang R, Wan M X and Cao W W 2000 *Chin. J. Sci. Ins.* **21** 485 (in Chinese)
[张 锐、万明习、曹文武 2000 仪器仪表学报 **21** 485]

- [10] Rokhlin S I and Wang Y J 1991 *J. Acoust. Soc. Am.* **89** 503
 [11] Rokhlin S I and Wang Y J 1992 *J. Acoust. Soc. Am.* **91** 1875
 [12] Rokhlin S I and Huang W 1992 *J. Acoust. Soc. Am.* **92** 1729
 [13] Rokhlin S I and Huang W 1993 *J. Acoust. Soc. Am.* **94** 3405
 [14] Zhang H Y 2002 *Ph. D. Dissertation*(Tongji University)(in Chinese) [张海燕 2002 博士学位论文(同济大学)]
 [15] Pavlakovic B and Lowe M 2001 *Disperse User 's Manual* 154(Web : www.me.ic.ac.uk/dynamics/ndt)
 [16] Auld B A 1973 *Acoustic Fields and Waves*(New York :Wily)Chap7
 [17] Karpur P *et al* 1995 *Mater. Evalu* **53** 1348

The influence of interface layer characteristics on Lamb waves in layered anisotropic media *

Zhang Hai-Yan¹⁾ Liu Zhen-Qing²⁾ Ma Xiao-Song¹⁾

¹⁾(School of Communication and Information Engineering , Shanghai University , Shanghai 200072 ,China)

²⁾(Institute of Acoustics , Tongji University , Shanghai 200092 ,China)

(Received 27 November 2002 ; revised manuscript received 16 January 2003)

Abstract

In this paper , the spring model for the anisotropic interface layer is built and introduced to the global matrix technique that is popularly used for analyzing layered composites . In introducing the spring interface condition , the philosophy adopted is to incorporate it with a minimum disruption to the program structure , particularly the assembly of the global matrix . The spring interface has therefore been introduced as a "material layer" . This layer has material constants which govern the stiffness across it and has zero thickness . The layer can be built into the appropriate location in the global matrix without making any changes in the other layers of the system . Numerical computations for the Lamb wave dispersion curves in two-layered anisotropic composite media with different interface conditions including rigid connection , slip connection , and complete disbond are made ,and plots of the through-thickness particle displacement distributions of Lamb modes for the rigid bond interface and slip bond interface are compared .

Keywords : anisotropic interface , spring model , global matrix , Lamb wave dispersion

PACC : 4320 , 6265

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10074050) .