第 52 卷 第 10 期 2003 年 10 月
1000-3290/2003/52(10)/2584-05
物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA
Vol.52, No.10, October, 2003

载荷波动在超导特性中的研究

梁芳营 青 心 钟玉荣 丁双红

(烟台大学光电信息科学与技术学院,烟台 264005)

(2003 年 1 月 8 日收到;2003 年 2 月 10 日收到修改稿)

利用超导体的金兹堡-朗道理论第一方程对超导体的特性作一些探讨研究.从理论上得出金兹堡-朗道的载荷有效质量 m 也可以为负,在理论上得到超导能量以及超导体电流密度和超导自由能与温度、载荷密度的具体表达式,并且可以拟合实验结果.

关键词:超导电性,电流密度,载荷密度

PACC:7400,7430F,7440,7470J

1. 引 言

众所周知,高温氧化物超导体正常态的性质是反常而有趣的.自从超导体被发现以来,在超导体特性方面的研究继续吸引理论界和实验界的注意,对此前人已做了大量的理论研究和实验研究工作[1—17].MgB_2 超导体的发现似乎是偶然的,特别是高 T_c 值(39K)的发现更是一个大的惊奇,更加进一步吸引了更多的理论物理学家和实验物理学家的广泛注意和兴趣.Hoffman 等在一系列扫描隧道显微实验中发现 $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+\delta}$ 处在磁场中,其超导涡旋中心周围被四个单元局域态密度调制影响[1].高温超导特性是与掺杂浓度紧密相关,铜酸盐超导体的母体化合物是反铁磁性的,但是对这种母体材料引入载流子(可用阳离子替代或掺入阴离子)可强烈地影响它的反铁磁有序和输运性质.令人惊奇的是,当空穴杂质掺入 CuO_2 时,长程反铁磁性的序参量转为短程的序参量,然后超导特性才开始出现.在掺杂下许多超导特性的奇异性被发现,如旋转和载荷的相互关系被掺杂戏剧性地改变;局域化的空穴进入一维结构的斑纹现象,这已在许多高温超导实验中被发现[3—6].

本文利用超导体的金兹堡-朗道理论第一方程对超导体的特性作一些探讨研究.载流子局域化程度对超导特性产生的影响,文中对产生这些的机理进行了讨论.

2. 模型和运动方程

Hoffman 等在一系列扫描隧道显微实验中发现 $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+\delta}$ 处在磁场中,其超导涡旋中心周围被四个单元局域态密度调制影响[1].局域化的空穴进入一维结构的斑纹现象,这已在许多高温超导实验中被发现[3—6].这旋转调制也显示一维特征.对 $La_{2-x}Sr_xCuO_4$ 和 $YBa_2Cu_3O_6$ 中子散射研究显示有两类成对区和旋转调制在各自的区是一维[13,14],在序参量的一个方向调制可以得到这些一维特性的结果.现在考虑不含磁场时,由金兹堡-朗道理论第一方程可得

$$a\Psi(\boldsymbol{r},t)+\frac{1}{2}b\,|\,\Psi(\boldsymbol{r},t)\,|^2\Psi(\boldsymbol{r},t)-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi(\boldsymbol{r},t)=0,\tag{1}$$

其中 $a=a_0(T/T_C-1)$,a_0 是待定常量;T 是开氏温度,T_C 是临界温度;b 是常量[11,12],参数 a,b 是通过微观特性来确定,$e=1.6\times10^{-19}$ 库仑;$\hbar$ 是普朗克常数;m 是准粒子的有效质量;Ψ 是超导序参量;$n_s=|\,\Psi\,|^2$ 是载荷密度,$\int\Psi\Psi^*\,\mathrm{d}\boldsymbol{r}=V$,$V$ 是体积.

从文献[11,12],可以知道哈密顿量和超流密度的表达式分别是

$$H=\int\mathrm{d}^3\boldsymbol{r}\Big[a\,|\,\Psi(\boldsymbol{r},t)\,|^2+\frac{1}{2}b\,|\,\Psi(\boldsymbol{r},t)\,|^4+\frac{\hbar^2}{2m}\left|\left(\nabla-\frac{2\mathrm{i}e}{\hbar}\boldsymbol{A}\right)\Psi(\boldsymbol{r},t)\right|^2+\frac{1}{8\pi}(\nabla\times\boldsymbol{A})^2\Big],\tag{2}$$

$$J_s = \frac{2e\hbar}{2mi}(\Psi^* \nabla\Psi - \Psi\nabla\Psi^*) - \frac{(2e)}{m} |\Psi|^2 A. \tag{3}$$

哈密顿量(即超导能量)与外界磁场平方成正比,超流密度与外界磁场成反比.

当把方程(1)代入无外磁场的方程(2)可以得到

$$\begin{aligned} H &= \int d^3 r \Big[a |\Psi(r,t)|^2 + \frac{1}{2} b |\Psi(r,t)|^4 \\ &\quad + \left(a\Psi(r,t) + \frac{1}{2} b |\Psi(r,t)|^2 \Psi(r,t) \right) \\ &\quad \times \Psi^*(r,t) \Big] \\ &= \int d^3 r \Big[2a |\Psi(r,t)|^2 + b |\Psi(r,t)|^4 \Big] \\ &= 2a_0 (T/T_C - 1) V + b\int d^3 r n_s^2. \end{aligned} \tag{4}$$

当外界磁场为零时,由方程(4)可知哈密顿量与温度成正比,即超导能量与温度成正比.如果载荷密度是一常量,则超导能量与载荷密度成正比.

当把方程(1)代入无外磁场的方程(3)可以得到

$$\begin{aligned} J_s &= \frac{2e\hbar}{2mi}(\Psi^* \nabla \Psi - \Psi \nabla \Psi^*) - \frac{(2e)}{m} |\Psi|^2 A \\ &= \frac{2e\hbar}{2mi}\Psi^* \nabla\Psi + \frac{2e\hbar}{2mi}[-\Psi^* \nabla\Psi]^* \\ &\quad - \frac{(2e)}{m} |\Psi|^2 A \\ &= 2e\Bigg\{ \Psi^* \frac{1}{\sqrt{2m}} \sqrt{-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi(r,t)} \sqrt{\Psi^*} \\ &\quad + \left[\Psi^* \frac{1}{\sqrt{2m}} \sqrt{-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi(r,t)} \sqrt{\Psi^*} \right]^* \Bigg\} \\ &\quad - \frac{(2e)}{m} |\Psi|^2 A \\ &= 2e\Bigg\{ \Psi^* \frac{1}{\sqrt{2m}} \\ &\quad \times \sqrt{-\left(a\Psi(r,t) + \frac{1}{2} b |\Psi(r,t)|^2 \Psi(r,t) \right)} \\ &\quad \times \sqrt{\Psi^*} + \Big[\Psi^* \frac{1}{\sqrt{2m}} \\ &\quad \times \sqrt{-\left(a\Psi(r,t) + \frac{1}{2} b |\Psi(r,t)|^2 \Psi(r,t) \right)} \\ &\quad \times \sqrt{\Psi^*} \Big]^* \Bigg\} \\ &= 2e\Bigg\{ n_s \sqrt{-\frac{a_0(T/T_C - 1) + \frac{1}{2} b n_s}{2m}} \\ &\quad + \left[n_s \sqrt{-\frac{a_0(T/T_C - 1) + \frac{1}{2} b n_s}{2m}} \right]^* \Bigg\}. \end{aligned} \tag{5}$$

超流密度与载荷密度和温度的关系是

$$c_1 n_s \sqrt{c_2 (T/T_C - 1) + n_s},$$

c_1, c_2 是常数;而 Lsun 等在文献[18]的图 5 和图 6 的实验曲线上拟合出 $J \propto T^{4/3}$ 的关系,这里方程(5)当 $T_C = 90K, c_2 > 0, n_s$ 取一定的值时可以得到拟合文献[18]的图 6 中的空心圆点的曲线(见图 1);当 $T_C = 90K, c_2 < 0, n_s$ 取一定的值时可得文献[19]的图 10 形状的曲线.

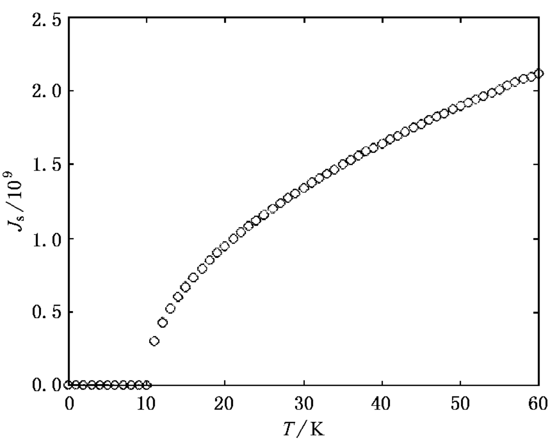

图 1　当 $T_c = 90K$ 时,超导电流密度 J_s 与温度 T 的关系曲线.

如果考虑超导体为层状超导体,假定各层的层内序参量相同,层间差为常数,用对应于每层的波函数 $\Psi_w(r,t)$ 取代金兹堡-朗道理论中的连续复序参量 $\Psi(r,t)$(这里 $\Psi(r,t) = \sum_w \Psi_w(r,t)$, $z_w = ws$, w 为层数且为正整数, s 为层距),那么层状模型的金兹堡-朗道自由能[10—12,15]为

$$\begin{aligned} F &= \int d^2 r s \sum_w \Bigg\{ a |\Psi_w(r,t)|^2 + \frac{1}{2} b |\Psi_w(r,t)|^4 \\ &\quad + \frac{\hbar^2}{2m} \left| \left(-i\frac{\partial}{\partial r} - \frac{2e}{c} A \right) \Psi_w(r,t) \right|^2 \\ &\quad + \frac{1}{2Ms^2} \left| \Psi_{w+1}(r,t) \exp\left[-\frac{2ie}{c} \int_{ws}^{(w+1)s} dz A_z \right] \right. \\ &\quad \left. - \Psi_w \right|^2 + \frac{(\nabla \times A)^2}{8\pi} \Bigg\}, \end{aligned}$$

其中 M 是有效金兹堡-朗道质量，参数 M 是通过微观特性来确定；A 是矢势；A_z 是矢势 A 在 z 轴方向的分量.

考虑无外含磁场时，层状模型的金兹堡-朗道自由能为

$$F=\int \mathrm{d}^2 \boldsymbol{r} s \sum_w\left\{2 a_0(T / T_{\mathrm{C}}-1) \times\left|\Psi_w(\boldsymbol{r}, t)\right|^2+b\left|\Psi_w(\boldsymbol{r}, t)\right|^4\right\} . \quad (6)$$

当外界磁场为零时，由方程(6)层状超导自由能与温度成正比.如果载荷密度 n_s 是一常量，方程(6)可为 $F=2aV+bVn_s$ 则超导自由能与载荷密度成正比.

3. 结果及其讨论

在超导体并且在柱坐标系(r,θ,z)中，可设 $\Psi=f\exp[\mathrm{i}\chi(\boldsymbol{r},t)]$是连续复序参量(这里 f 为幅值；χ 是相角且不是温度的函数，涡旋运动不具有柱对称，于是 χ 仅在涡旋中心等同于角度变量.)；$n_s=|\Psi|^2=f^2$ 是超导载荷密度.可选[10,12,16]

$$f(r)=\frac{kr}{\sqrt{(kr)^2+\xi_v^2}}, \quad (7)$$

其中 ξ_v 是一个测量序参量的拟合长度的参量，数字上接近于 1.令 $\xi_v=1$，$k=1/2$ 是金兹堡-朗道常量[20]，那么 $n_s=\frac{r^2}{r^2+2}$，现把 n_s 代入方程(5)，则得

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{J}_s= & 2e\left\{n_s\sqrt{-\frac{a_0(T/T_{\mathrm{C}}-1)+\frac{1}{2}bn_s}{2m}}\right. \\
& \left.+\left[n_s\sqrt{-\frac{a_0(T/T_{\mathrm{C}}-1)+\frac{1}{2}bn_s}{2m}}\right]^*\right\} \\
= & 4e\left\{\frac{r^2}{r^2+2}\sqrt{-\frac{a_0(T/T_{\mathrm{C}}-1)+\frac{1}{2}b\frac{r^2}{r^2+2}}{2m}}\right\},
\end{aligned} \quad (8)$$

当 $r\to 0$ 时，$\boldsymbol{J}_s=0$ 当 $r\to\infty$ 时，

$$\boldsymbol{J}_s=4e\left\{\sqrt{\frac{a_0(-T/T_{\mathrm{C}}+1)-\frac{1}{2}b}{2m}}\right\},$$

根号里分数的分子可能为负，那么这时准粒子的有效质量 m 必需相应地小于零；准粒子的有效质量 m 可正也可负，负的准粒子的有效质量 m 在固体物理中是一般普通的概念，在金兹堡-朗道有效质量 m 已考虑周期性的格构势，能带理论顶部的电子有效质量为负，所以金兹堡-朗道的载荷有效质量 m 也可以为负，负的有效质量局限于能带顶部附近.而 Lsun 等在文献[18]的图 5 和图 6 的实验曲线上拟合出 $J\propto T^{4/3}$ 的关系，我们这里方程(8)当 $T_c=90\mathrm{K}$，$-a_0/m>0$ 时可以得到拟合文献[18]的图 6 中的空心圆点的曲线；当 $T_c=90\mathrm{K}$，$-a_0/m<0$ 时可得文献[19]的图 10 形状的曲线.

在层状超导体并且在柱坐标(r,θ,z)系中，可设 $\Psi=\sum_w\Psi_w=\sum_w f_w\exp[\mathrm{i}\chi_w(\boldsymbol{r},t)]$是连续复序参量(这里 f_m 为幅值；χ_w 是相角且不是温度的函数，涡旋运动不具有柱对称，于是 χ_w 仅在涡旋中心等同于角度变量.)；$n_s=|\Psi|^2=\sum f_w^2$ 是超导载荷密度.

可选[10,12,16]

$$f_w(r)=Ms^2a\frac{r}{\sqrt{r^2+\xi_v^2}}, \quad (9)$$

其中 ξ_v 是一个测量序参量的拟合长度的参量[10,12,16]，数字上接近于 1.令 $\xi_v=1$，那么

$$n_s=\sum_w\frac{(Ms^2a)^2r^2}{r^2+1},$$

现把 n_s 代入方程(5)，则得

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{J}_s= & 2e\left\{n_s\sqrt{-\frac{a_0(T/T_{\mathrm{C}}-1)+\frac{1}{2}bn_s}{2m}}+\left[n_s\sqrt{-\frac{a_0(T/T_{\mathrm{C}}-1)+\frac{1}{2}bn_s}{2m}}\right]^*\right\} \\
= & 4e\left\{n_s\sqrt{-\frac{a_0(T/T_{\mathrm{C}}-1)+\frac{1}{2}bn_s}{2m}}\right\} \\
= & 4e\left\{\sum_w\frac{(Ms^2a)^2r^2}{r^2+1}\left[\sqrt{-\frac{a_0(T/T_{\mathrm{C}}-1)+\frac{1}{2}b\sum_w\frac{(Ms^2a)^2r^2}{r^2+1}}{2m}}\right]\right\}
\end{aligned}$$

$$= 4ea_0^2(T/T_C - 1)^2\left\{\sum_w \frac{(Ms^2)^2 r^2}{r^2+1}\left[\sqrt{\frac{a_0(-T/T_C+1) - \frac{1}{2}ba_0^2(T/T_C-1)^2\sum_w \frac{(Ms^2)^2 r^2}{r^2+1}}{2m}}\right]\right\}, \tag{10}$$

当 $r\to 0$ 时,$J_s = 0$;当 $r\to\infty$ 时,根号里分数的分子可能为负,那么这时准粒子的有效质量 m 必需相应地小于零,表达式才有意义 ;并且有

$$J_s = C_1'(-T/T_C+1)^2 \times\left[\sqrt{C_3'(-T/T_C+1) + C_2'(-T/T_C+1)^2}\right], \tag{11}$$

而 Zhang 和 Deltour 等得到 $I_{nl}\propto T^{1+v_{2D}}$ 的关系[21,22],$v_{2D}\approx 2$;因此我们这里得到的表达式与 Zhang 和 Deltour 等得到的表达式一致.把

$$\Psi_w = f_w \exp[\mathrm{i}\chi_w(\boldsymbol{r},t)]$$

和

$$f_w(r) = Ms^2 a\frac{r}{\sqrt{r^2+\xi_v^2}}$$

代入方程(6),则得

$$F = \int \mathrm{d}^2\boldsymbol{r}s\sum_w\{2a\,|\,\Psi_w(\boldsymbol{r},t)\,|^2 + b\,|\,\Psi_w(\boldsymbol{r},t)\,|^4\}$$
$$= 2a_0(T/T_C-1)V + \int 2\pi rs\sum_w b\left(\frac{(Ms^2a)^2r^2}{r^2+1}\right)^2\mathrm{d}r$$
$$= 2a_0(T/T_C-1)V + b(Ms^2a_0)^2(T/T_C-1)^2V. \tag{12}$$

从这个表达式,得到了曲线图 2,而它与文献[23]的图 5 是相符的.

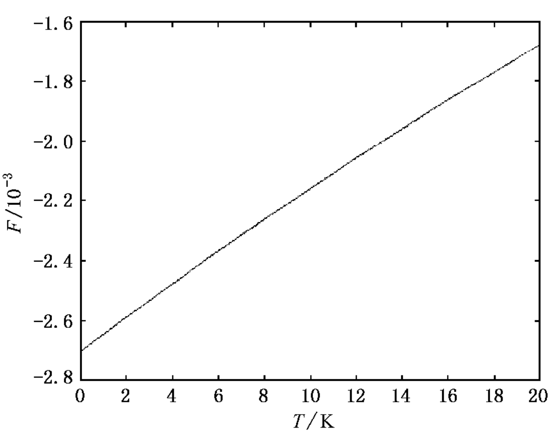

图 2　当 $T_c = 90$K 时,层状超导体自由能 F 与温度 T 的关系曲线

4. 与前人工作的比较

本文从理论上得出金兹堡-朗道的载荷有效质量 m 也可以为负,这负有效质量局限于能带顶部附近,可以对高温超导体正常态的反常性质的解释提供帮助. 在某些条件下,理论上得到超导能量与温度、载荷密度的具体表达式,以及超导体电流密度和超导自由能与温度、载荷密度的具体表达式.在某些特殊条件下得到了超流密度与温度、载荷密度的关系是 $c_1 n_s\sqrt{c_2(T/T_C-1)+n_s}$,当 $T_c = 90$K,$c_2>0$,n_s 取一定的值时可以得到拟合文献[18]的图 6 中的空心圆点的曲线(见图 1);而 Lsun 等在文献[18]的图 5 和图 6 的实验曲线上拟合出 $J\propto T^{4/3}$ 的关系;这里当 $T_c = 90$K,$c_2<0$,n_s 取一定值时可得文献[19]的图 10 形状的曲线.我们在层状超导体中得到了

$$J_s = C_1'(-T/T_C+1)^2 \times\left[\sqrt{C_3'(-T/T_C+1) + C_2'(-T/T_C+1)^2}\right],$$

而 Zhang 和 Deltour 等得到 $I_{nl}\propto T^{1+v_{2D}}$ 的关系[21,22],$v_{2D}\approx 2$;因此这里得到的表达式与 Zhang 和 Deltour 等得到的表达式一致.在层状超导体中,我们得到了超导自由能与温度、载荷密度的关系是 $F = 2aV + bVn_s$;在某些特殊条件下,得到了层状超导体自由能

$$F = 2a_0(T/T_C-1)V + b(Ms^2a_0)^2(T/T_C-1)^2V$$

它与 Dasgupta 和 Valls 得到的结论相符[23] . 但 Dasgupta 和 Valls 没有得到 T/T_C 的具体表示式 ;Goldobin等也没有得出超导电流与外界电场、磁场的具体表示式,只是实验得到了相关结果和定性描述[24] ;而我们得到了某些条件下关于 T/T_C 和 n_s 的具体表示式,并且可以拟合实验结果[18,19,21,22] .

[1] Hoffman J E, Hudson E W, Lang K M, Madhavan V, Eisaki H, Uchida S and Davis J C 2002 *Science* **295** 466

[2] Imada M, Fujimori A and Tokura Y 1998 *Rev. Mod. Phys.* **70** 1039

[3] Tranquada J M *et al* 1996 *Phys. Rev.* B **54** 7489

[4] Borsa E *et al* 1995 *Phys. Rev.* B **52** 7334

[5] Tranquada J M, Sternlieb B J, Axe J D, Nakamura Y and Uchid S 1995 *Nature* **375** 561

[6] Sharma R P *et al* 2000 *Nature* **404** 736

[7] Lynn J W 1990 *High Temperature Superconductivity* by Spring-Verlag New York Inc (World publishing Corp) p203 – 260

[8] Liang F Y *et al* 1997 *Acta Phys. Sin.* **46** 2431 (in Chinese) [梁芳营等 1997 物理学报 **46** 2431]

[9] Liang F Y 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 898 (in Chinese) [梁芳营等 2002 物理学报 **51** 898]

[10] Liang F Y, Li Z H 2002 *Commun. Theor. Phys.* (Beijing, China) **38** 379

[11] Kopnin N B, Ivlev B I and Kalatsky V A 1993 *J. Low Temp. Phys.* **90** 1

[12] Dorsey A T 1992 *Phys. Rev.* B **46** 8376

[13] Tranquada J M 1998 *Physica* B **241 – 243** 745

[14] Mook H A, Pengcheng D, Dogan F and Hunt R D 2000 *Nature* **404** 729

[15] Ivlev B I and Kopnin N B 1989 *J. Low Temp. Phys.* **77** 413

[16] Albert Schmid 1966 *Phys. Kondens. Materie* **5** 302

[17] Li P C 2002 *Chin. Phys.* **11** 282

[18] Lsun J and Gao J 2000 *Phys. Rev.* B **62** 1457

[19] Marconi V I, Candia S *et al* 2000 *Phys. Rev.* B **62** 4096

[20] Clem J R 1975 *J. Low. Temp. Phys.* **18** 427

[21] Zhang Y Z, Deltour R *et al* 2000 *Phys. Rev.* B **62** 11373

[22] Timm C, Manske D, Bennemann K H 2002 *Phys. Rev.* B **66** 094515

[23] Dasgupta C, Valls O T 2002 *Phys. Rev.* B **66** 064518

[24] Goldobin E *et al* 2000 *Phys. Rev.* B **62** 1414
Goldobin E *et al* 2000 *Phys. Rev.* B **62** 1427

The study of charge fluctuations in superconductors characteristics

Liang Fang-Ying Qing Xin Zhong Yu-Rong Ding Shuang-Hong

(*Institute of Science and Technology for Opto-Electronic Information, Yantai University, Yantai* 264005, *China*)

(Received 8 January 2003; revised manuscript received 10 February 2003)

Abstract

We used the first equation of Ginzburg-Landau theory to study superconductivity with no magnetic field considered. We have obtained the effective mass m of Ginzburg-Landau equations, which has a special property, namely it can be negative. Some explicit expressions for different cases are derived, which are consistent with experimental data.

Keywords: superconductivity, electric-current density, load-density

PACC: 7400, 7430F, 7440, 7470J