

非均匀交换各向异性铁磁介质的非线性表面自旋波*

徐 岩¹⁾²⁾ 薛德胜¹⁾ 左 维²⁾ 李发伸¹⁾

¹⁾ 兰州大学磁学与磁性材料国家教育部重点实验室, 兰州 730000

²⁾ 中国科学院近代物理研究所, 兰州 730000

(2002 年 9 月 25 日收到, 2003 年 3 月 18 日收到修改稿)

利用 Landau-Lifshitz 方程, 研究了具有非均匀交换各向异性的半无限大铁磁体的非线性表面自旋波理论. 导出了部分钉扎纯交换铁磁介质的磁化强度所满足的边界条件和非线性表面自旋波的色散关系, 并获得了自旋波振幅沿 z 方向驻波的一维非线性 Schrödinger 方程和包络振幅沿平面传播的二维非线性 Schrödinger 方程. 结果表明铁磁体磁化强度的包络振幅随时空变化的性质是由二维非线性 Schrödinger 方程决定的. 因此预言铁磁介质的表面非线性激发应是二维孤波的形式. 对于弱非线性表面自旋波, 对非线性 Schrödinger 方程存在孤子形式解的可能性作了讨论.

关键词: 表面自旋波, Landau-Lifshitz 方程, 非线性 Schrödinger 方程, 孤子

PACC: 7530D, 7540G, 7530T, 0340K

1. 引 言

自从 1990 年, Kalinikos 等人^[1]在 YIG 膜上观察到表面静磁波的孤子模式, 使得对自旋波非线性性质方面的研究引起了理论^[2-8]和实验^[9-11]物理学工作者的极大兴趣. 许多非线性过程(如有限振幅的参量失稳^[9]、表面过程孤子^[12]等)可以归因于磁性晶体的非线性性质. 1994 年, Nikitov^[4]和 Bespyatykh^[5]等人给出了考虑纯交换作用和偶极交换作用的铁磁介质的非线性自旋波理论, 导出了磁化强度振幅所遵循的非线性 Schrödinger 方程. 上述文献仅考查了立方晶体或单轴晶体的情况. 据我们所知, 到目前为止还没有人研究具有非均匀交换各向异性铁磁体的非线性表面自旋波. 例如, 对一般晶体, 非均匀交换能表示为 $W_{\text{nex}} = \frac{1}{2} \alpha_{ij} \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_j}$ (这里 α_{ij} 为非均匀交换张量, x_i, x_j 代表 x, y 或 z). 对立方晶体, 若只考虑最近邻交换作用, W_{nex} 简化成 $W_{\text{nex}} = \frac{1}{2} \alpha \nabla^2 \mathbf{M}$, 而对我们研究的正交晶体, 非均匀交换张量的对角元素是不相等的, 非均匀交换能则表示为

$$W_{\text{nex}} = \frac{1}{2} \left[\alpha_1 \left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x} \right)^2 + \alpha_2 \left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial y} \right)^2 \right. + \alpha_3 \left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial z} \right)^2 \left. \right], \quad (1)$$

式中 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 分别为沿 x, y, z 方向的最近邻交换作用常量.

2. 基本理论

平面体自旋波是不稳定的, 当受到铁磁介质体积参量或表面参量微扰时, 会演变成表面波. 考虑一个半无限大的铁磁体, 外场方向沿各向异性轴磁化, 并假设该轴沿 z 方向, 铁磁体占据 z 轴负半轴空间, 其表面位于 oxy 平面. 本文所要研究系统的总自由能可以写成如下形式:

$$F = M_0^2 \int dV \left\{ \frac{1}{2} \left[\alpha_1 \left(\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x} \right)^2 + \alpha_2 \left(\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial y} \right)^2 + \alpha_3 \left(\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial z} \right)^2 \right] - \frac{1}{2} \beta m_z^2 - h_0 m_z \right\}, \quad (2)$$

式中 $\mathbf{m} = \mathbf{M}/M_0, h_0 = \mathbf{H}/M_0, M_0$ 为饱和磁化强度, \mathbf{H} 为外磁场强度, $-\beta m_z^2/2$ 为各向异性能, $-h_0 m_z$ 为铁磁体在外场中的塞曼能.

铁磁体的动力学过程由 Landau-Lifshitz 方程描

* 中国科学院“百人计划”基金和国家自然科学基金(批准号: 19835050 和 10174027)资助的课题.

述:

$$\frac{dm}{dt} = -\omega_0 [m \times h_{\text{eff}}], \quad (3)$$

式中等效场 h_{eff} 可由总能 F 对磁化强度 m 的变分求得, 定义算符

$$\tilde{\nabla}^2 = \alpha_1 \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \alpha_2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \alpha_3 \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \quad (4)$$

则等效场 h_{eff} 表示为

$$h_{\text{eff}} = -\frac{1}{M_0} \frac{\delta F}{\delta m} \\ = \tilde{\nabla}^2 m + (\beta m_z + h_0) z. \quad (5)$$

将方程(5)代入方程(3)相应 Landau-Lifshitz 方程的分量形式可以写为

$$\frac{1}{\omega_0} \frac{\partial m_x}{\partial t} = m_z \tilde{\nabla}^2 m_y - (\tilde{\nabla}^2 m_z + \beta m_z + h_0) m_y, \quad (6a)$$

$$\frac{1}{\omega_0} \frac{\partial m_y}{\partial t} = (\tilde{\nabla}^2 m_z + \beta m_z + h_0) m_x - m_z \tilde{\nabla}^2 m_x. \quad (6b)$$

考虑弱非线性近似情形, 即 $m_x, m_y \ll m_z \approx m_0 = 1$, 定义循环变量

$$m^\pm = m_x \pm i m_y, \quad (7)$$

则

$$m_\perp^2 = m^+ m^- = m_x^2 + m_y^2. \quad (8)$$

可以把磁化强度的 z 分量写为

$$m_z = \sqrt{1 - (m_x^2 + m_y^2)} \approx 1 - \frac{m_\perp^2}{2}, \quad (9)$$

于是相应的 Landau-Lifshitz 方程的分量方程变为

$$\frac{1}{\omega_0} \frac{\partial m_x}{\partial t} + (\beta + h_0 - \tilde{\nabla}^2) m_y \\ = \frac{1}{2} (m_y \tilde{\nabla}^2 m_\perp^2 + \beta m_y m_\perp^2 - m_\perp^2 \tilde{\nabla}^2 m_y), \quad (10a)$$

$$\frac{1}{\omega_0} \frac{\partial m_y}{\partial t} - (\beta + h_0 - \tilde{\nabla}^2) m_x \\ = -\frac{1}{2} (m_x \tilde{\nabla}^2 m_\perp^2 + \beta m_x m_\perp^2 - m_\perp^2 \tilde{\nabla}^2 m_x). \quad (10b)$$

方程(10a)和(10b)可用循环变量 $m^\pm = m_x \pm i m_y$ 表示为一个方程,

$$\pm \frac{i}{\omega_0} \frac{\partial m^\pm}{\partial t} + (h - \tilde{\nabla}^2) m^\pm \\ = \frac{1}{2} (m^\pm \tilde{\nabla}^2 m_\perp^2 + \beta m^\pm m_\perp^2 - m_\perp^2 \tilde{\nabla}^2 m^\pm). \quad (11)$$

3. 边界条件

为求边界条件, 在铁磁体表面附近选一个扁盒子, 对方程(11)积分^[14], 并注意 $t \rightarrow \infty$ 时 $dm/dt \rightarrow 0$.

通过繁琐的计算, 得到边界条件如下:

$$\frac{\partial m^\pm}{\partial z} + \xi m^\pm = -\frac{1}{2} m^\pm \frac{\partial m_\perp^2}{\partial z} \\ + \frac{1}{2} m_\perp^2 \left(\frac{\partial m^\pm}{\partial z} + \xi m^\pm \right), \quad (12)$$

式中

$$\xi = \frac{\int_0^\delta \beta dz}{\alpha_3} \quad (13)$$

为表面各向异性常量(δ 为表面层厚度), 反比于非均匀交换各向异性常数 α_3 , 正比于各向异性常数 β . 方程(12)意味着铁磁体的表面自旋是部分钉扎的, 与文献[4]所给出的边界条件相比(12)式多出了最后一项. 求解(12)式, 得

$$m_\perp = 2\sqrt{C} \exp(-\xi z) [1 - 2C \exp(-2\xi z)].$$

从图1可以看出, 表面层的磁化强度 $m_z = 1 - \frac{m_\perp^2}{2}$ 随表面层深度呈指数衰减, 这是一个合理的结果. 它表明表面各向异性使半无限铁磁体的表面自旋沿平行于表面的方向钉扎, 当表面各向异性很强时, 表面会在块材料临界温度以上仍保持磁有序状态. 当 $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha$, 方程(11)和(12)退化成非均匀交换各向同性的情况. 后者对应于立方晶体最近邻交换常数是相同的情形, 这种情况在文献[4]中已作了研究, 但对于 $\alpha_1 \neq \alpha_2 \neq \alpha_3$, 我们的讨论为进一步的分析研究提供了理论基础.

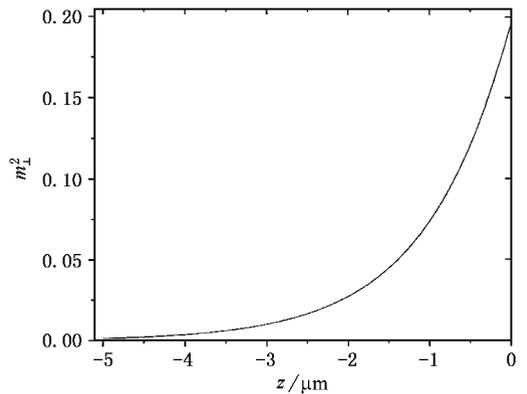


图1 表面磁化强度沿 z 方向随着趋近表面而增强 $A = 0.2$, $\xi = -10^6/\text{m}$

4. 色散关系

考虑到边界条件(12)式, 假设方程(11)具有如

下形式的解：

$$m^{\pm} = A^{\pm} e^{i\omega t} [1 - |A|^2 B e^{2i\lambda z}] \times \exp[\pm i(\omega t - k_x x - k_y y)], \quad (14)$$

式中 ω 为非线性频率, k_x, k_y 为非线性波数, $|A^{\pm}| = 2\sqrt{C}$ 为非线性表面自旋波的振幅. 将方程(14)代入边界条件(12)式, 可得

$$\lambda = -\xi + |A|^2(1 - 2B)\xi. \quad (15)$$

将方程(14)代入方程(11), 并利用(15)式, 可得

$$\omega_{nl} = (h_0 + \beta + \alpha_1 k_x^2 + \alpha_2 k_y^2)\omega_0 - \alpha_3 \xi^2 \omega_0 - \frac{1}{2}|A|^2(\beta + \alpha_1 k_x^2 + \alpha_2 k_y^2)\omega_0, \quad (16)$$

式中等号右端第一项为线性体自旋波的色散频率, 前两项对应线性表面自旋波的色散频率, 最后一项为非线性表面自旋波色散频率的修正项. 从方程(16)可以看出非均匀交换常量 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 对色散频率的调制作用.

5. 非线性表面自旋波的孤子解

5.1. 垂直于表面的驻波

由于表面层的原子沿 z 方向逐渐失去三维对称性, 设表面层磁化强度的振幅沿 z 方向随时间缓慢变化, 满足慢变幅近似, 即

$$\left| \frac{\partial A}{\partial t} \right| \ll |\omega_1 A|, \quad \left| \frac{\partial A}{\partial z} \right| \ll |kA|, \quad (17)$$

式中 ω_1 为线性体自旋波频率. 取解的形式为

$$m^{\pm} = A^{\pm}(z, t) \exp[\pm i(\omega_1 t - k_x x - k_y y)] \quad (18)$$

代入方程(11), 得到振幅包络的孤子方程为

$$-\frac{i}{\omega} \frac{\partial A}{\partial t} + \alpha_3 \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} + \frac{|A|^2}{2} A (\alpha_1 k_x^2 + \alpha_2 k_y^2 + \beta) = 0. \quad (19)$$

令 $\partial^2 A / \partial z^2 = 0$, 并取 $A = A_0 \exp[i\phi(t)]$ [A_0 为最大振幅], 得到方程(19)的稳态解,

$$A = A_0 \exp[-i(\beta + \alpha_1 k_x^2 + \alpha_2 k_y^2) |A_0|^2 \omega_0 t / 2]. \quad (20)$$

此解对应于非线性体自旋波在铁磁体中的传播情况.

对方程(19)作标度变换, 引入新的变量

$$a = A/A_0, \quad (21a)$$

$$\tau = \omega_0 t (\alpha_1 k_x^2 + \alpha_2 k_y^2 + \beta) |A_0|^2 / 2, \quad (21b)$$

$$\lambda = z |A_0| \sqrt{(\alpha_1 k_x^2 + \alpha_2 k_y^2 + \beta) 4\alpha_3}, \quad (21c)$$

可以将方程(19)化解为标准的非线性薛定谔方程,

$$-i \frac{\partial a}{\partial \tau} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 a}{\partial \lambda^2} + |a|^2 a = 0. \quad (22)$$

它的单个孤子解为

$$a(\lambda, T) = \text{sech}(\lambda) \exp[-T + \varphi_0], \quad (23)$$

式中 φ_0 为自由相位. 表面自旋波的穿透深度为 $\lambda \approx 1/A_0$, 当 $A_0 \rightarrow 0$ 时, $\lambda \rightarrow \infty$, 说明振幅衰减时表面自旋波是非局域的.

5.2. 沿表面的行波

沿铁磁体表面传播的非线性表面自旋波所满足的方程可以写成

$$[\omega - \omega(k_x, k_y, |A|^2)]A = 0. \quad (24)$$

对于缓慢变化的包络振幅 $A(x, y, t)$, 由于非线性所引起的波数偏移可表示为

$$(k_x, k_y, 0) = (k_{x0}, k_{y0}, 0) + (\kappa_x, \kappa_y, 0),$$

式中 $\kappa_x, \kappa_y \ll k_{x0}, k_{y0}$. 对色散关系在 $(\omega_1, k_{x0}, k_{y0})$ 处作泰勒展开, 并作能量动量对应算符的变换: $\omega - \omega_1$

$$= i \frac{\partial}{\partial t} k_x = -i \frac{\partial}{\partial x} k_y = -i \frac{\partial}{\partial y} \quad \text{得到}$$

$$i \frac{\partial A}{\partial t} + i \left(v_{gx} \frac{\partial A}{\partial x} + v_{gy} \frac{\partial A}{\partial y} \right) + \left(\alpha_1 \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \alpha_2 \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \right) + \gamma |A|^2 A = 0, \quad (25)$$

式中

$$v_{gx} = \left. \frac{\partial \omega}{\partial k_x} \right|_{k_{x0}} = 2\alpha_1 \omega_1 k_{x0}, \quad (26a)$$

$$v_{gy} = \left. \frac{\partial \omega}{\partial k_y} \right|_{k_{y0}} = 2\alpha_1 \omega_0 k_{y0},$$

$$\gamma = - \left. \frac{\partial \omega}{\partial |A|^2} \right|_{k_{x0}, k_{y0}} = \frac{1}{2} \omega_0 (\beta + \alpha_1 k_{x0}^2 + \alpha_2 k_{y0}^2), \quad (26b)$$

v_{gx}, v_{gy} 为群速在 x, y 方向的分量, γ 为非线性系数, 表征非线性频率移动的大小. 与文献[15]对比可知, 表面自旋钉扎铁磁体的非线性频率移动要比表面自旋自由情况的大, 这种情况是由于在体自旋波转变为表面自旋波过程中, 自旋钉扎的表面由于表面各向异性要比自旋自由的表面损耗更多的能量. 再作变换: $T = t\gamma/2$,

$$X = (x - v_{gx}t) \sqrt{\gamma/2\alpha_1},$$

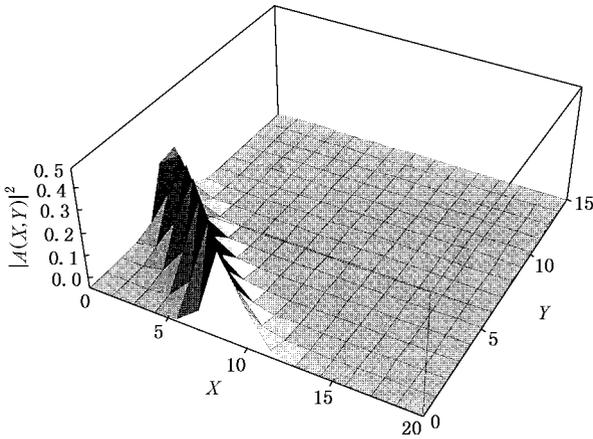
$$Y = (y - v_{gy}t) \sqrt{\gamma/2\alpha_2},$$

则方程 (14) 变为

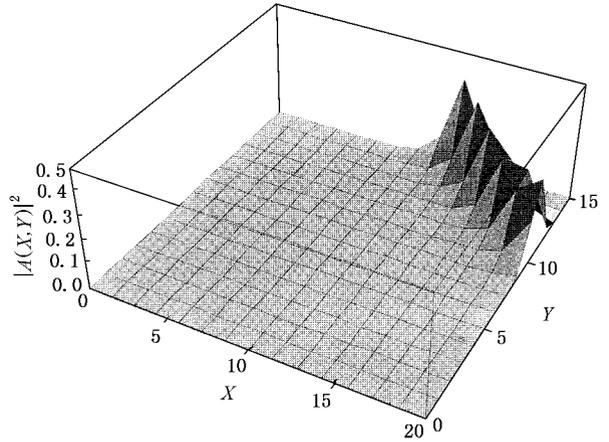
$$i \frac{\partial A}{\partial T} + \frac{\partial^2 A}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial Y^2} + 2|A|^2 A = 0. \quad (27)$$

这是一个标准的二维非线性薛定谔方程^[15,16]. 如果令 $\chi = rX + sY - VT$, $\zeta = \alpha X + \beta Y + WT$, 取行波形式的解 $A = u(\chi) \exp(i\zeta)$, 可以把 (15) 式化为常微分方程求解, 其解具有孤子形式:

$$A(X, Y, T) = \pm \sqrt{\mu} \operatorname{sech} \left[\sqrt{\frac{\mu}{r^2 + s^2}} (rX + sY - VT + C) \right] \times \exp \left[i \left(\frac{V}{2r} + \frac{s^2 V}{r^2 + s^2} \right) X - i \frac{rsV}{r^2 + s^2} Y + iWT \right], \quad (28)$$



(a) $T=5.0$



(b) $T=20$

图2 包络振幅 $|A(X, Y)|^2$ 随标度化变量 X, Y 的演化 $r=2, s=3, V=3.55$

6. 结 论

本文针对具有非均匀交换各向异性的纯交换铁磁介质的非线性表面自旋波性质和行为作了较为系统的理论研究. 基于 Akhiezer 等人所给出的铁磁体自由能的表达式, 我们引入了对应于正交晶系的非均匀交换各向异性项, 利用该项导出了弱非线性近似下铁磁体的 Landau-Lifshitz 方程, 得到了纯交换铁

磁介质非线性表面自旋波的色散关系, 并获得了自旋波振幅沿 z 方向驻波的一维非线性 Schrödinger 方程和自旋波包络振幅沿平面传播的二维非线性 Schrödinger 方程, 结果表明铁磁体磁化强度振幅随时空变化的性质是由二维非线性 Schrödinger 方程决定的. 因此, 我们预言铁磁介质的表面非线性激发是二维孤波的形式. 对于弱非线性表面自旋波, 本文对二维非线性 Schrödinger 方程存在孤子形式解的可能性作了详细讨论.

式中 $\mu = r^2 + s^2 - V^2$, r, s, V 和 W 为任意参数. 从 (13) 式可以看出包络振幅随时间和空间的演变是一个钟形的孤子.

为了形象地理解非线性自旋波能量随时间和空间演化的行为, 选择了适当的参数作数值计算, 其结果如图 2 所示. 从图 2 可以看出, 在 $T=5.0$ 时所产生的孤波在传播到 $T=20$ 时几乎保持不变的形状, 这表明我们所得到的解确实是一个孤子解, 也说明具有非均匀交换各向异性铁磁体中所激发的非线性表面自旋波为孤波形式.

[1] Kalinikos B A, Kovshikov N G and Slavin A N 1990 *Phys. Rev. B* **42** 8658

[2] Boardman A D, Nikitov S A and Waby N A 1993 *Phys. Rev. B* **48** 13602

[3] Wesselinowa J M *et al* 1998 *Phys. Rev. B* **57** 6508

[4] Nikitov S A and Wallis R F 1994 *Phys. Rev. B* **50** 998

[5] Bespyatykh Yu I *et al* 1994 *Phys. Rev. B* **50** 13435

[6] Boardman A D *et al* 1998 *Phys. Rev. B* **57** 10667

- [7] Wu Z *et al* 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1612 (in Chinese) [吴 中 等 2002 物理学报 **51** 1612]
- [8] Shi Q F and Yan X Q 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 225 (in Chinese) [史庆藩、闫学群 2003 物理学报 **52** 225]
- [9] Zhang H Y *et al* 1998 *J. Appl. Phys.* **84** 3766
- [10] Nash J M *et al* 1998 *J. Appl. Phys.* **83** 2689
- [11] Chen M *et al* 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 1707
- [12] Bespyatykh Yu I , Dikshtein I E and Nikitov S A 1994 *Phys. Lett. A* **184** 198
- [13] Akhiezer A I , Bar 'yakhtar V G and Pletminkii S V 1968 *Spin Waves* (Amsterdam :North-Holland)
- [14] Liao S B 1988 *Ferromagnetics* (Beijing :Science Press) p190 (in Chinese) [廖绍彬 1988 铁磁学 (北京 科学出版社) 第 190 页]
- [15] Xu Y *et al* 2001 *Phys. Scr.* **64** 92
- [16] Xu Y *et al* 2002 *Nucl. Phys. Rev.* **19** 47 (in Chinese) [徐 岩 等 2002 原子核物理评论 **19** 47]

Nonlinear surface spin waves on ferromagnetic media with inhomogeneous exchange anisotropy *

Xu Yan^{1,2)} Xue De-Sheng¹⁾ Zuo Wei²⁾ Li Fa-Shen¹⁾

¹⁾ (Key Laboratory for Magnetism and Magnetic Materials , Ministry of Education of China , Lanzhou University , Lanzhou 730000 , China)

²⁾ (Institute of Modern Physics , Chinese Academy of Sciences , Lanzhou 730000 , China)

(Received 25 September 2002 ; revised manuscript received 18 March 2003)

Abstract

The theory of nonlinear surface spin waves in pure-exchange semi-infinite ferromagnetic media with inhomogeneous exchange anisotropy has been considered by using the Landau-Lifshitz equation. For partly pinned pure-exchange ferromagnet, the boundary condition for magnetization of this system is derived, and the nonlinear dispersion relation for these waves is obtained. The one-dimensional (stationary wave along the z -direction) and two-dimensional (2D) travelling wave in the oxy plane) nonlinear Schrödinger equations which are satisfied by the spin-wave envelope amplitude of the magnetization, are derived. It is shown that the amplitude of the magnetization is determined by the 2D nonlinear Schrödinger equation. From this, we predict that the nonlinear excitation on the surface of magnetic materials should be of 2D soliton form. For weakly nonlinear spin waves, the possibility of soliton formation on the basis of 2D nonlinear Schrödinger equation has been discussed in detail.

Keywords : surface spin waves , Landau-Lifshitz equation , nonlinear Schrödinger equation , soliton

PACC : 7530D , 7540G , 7530T , 0340K

* Project supported by the " Hundreds of Talents Program " of Chinese Academy of Sciences , and the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 19835050 and 10174027).