

混沌时间序列基于邻域点的非线性多步自适应预测 *

甘建超^{1,2)} 肖先赐¹⁾

¹⁾ 电子科技大学电子工程学院, 成都 610054)

²⁾ 电子对抗国防科技重点实验室, 成都 610036)

(2003 年 1 月 24 日收到, 2003 年 4 月 5 日收到修改稿)

根据流形理论, 利用混沌时间序列中某点邻域内最近几点的 P 次迭代像, 提出了一种多步自适应预测算法。仿真说明, 这种算法使得预测速度成倍提高, 而预测稳定后得到的误差均方根序列呈指数增长趋势, 这个指数就是该混沌时间序列的 Lyapunov 指数。

关键词: 混沌时间序列, 邻域, 非线性自适应预测, Lyapunov 指数

PACC: 0545

1. 引言

混沌时间序列是一门新兴的学科, 对其进行预报和预测已经受到广泛关注, 是一个比较热门的课题。由于混沌时间序列是由非线性规律所确定, 传统的线性预测方法对其无能为力, 于是人们开始研究非线性预测方法。

处理混沌时间序列的基本工具是利用延迟向量重构相空间^[1], 在此基础上进行非线性预测^[2-18]。其中有些方法是采用邻域点进行预测, 主要有 S-M 算法^[11, 12]和加权的 S-M 算法^[13], 采用线性拟合和多项式拟合的算法^[12], 然而这些算法不是自适应的。还有些方法不是利用邻域点, 而是利用重构矢量中的原来时间序列的点进行预测, 但不是多步预测^[15-18]。本文根据流形理论提出了一种不同的算法, 利用邻域点进行多步非线性自适应预测, 而且嵌入维数可以取不小于吸引子维数的整数。这种算法对邻域点内几个最近点进行非线性拟合, 这种非线性在局部流形上已经不是原来的全局非线性确定机制, 仿真证明这种局部非线性拟合在自适应基础上具有鲁棒性(robustness), 再利用邻域点内几个最近点 P 次迭代的像进行 P 步预测。

在信号处理中, 只要涉及到实时处理, 则减少预测时间的重要性并不亚于预测精度的重要性。比如

电子对抗领域, 要实现通过预测跳频码以便引导干扰的意图, 必须保证一步预测和干扰信号到达被干扰信号的时间不能超过邻近两个脉冲的时间间隔与需要被干扰的脉冲持续时间之和, 否则就达不到预测干扰的目的。只要干扰机与干扰目标距离固定, 则无法减少干扰信号到达被干扰信号的时间, 这就要求减少预测时间, 也就是必须满足预测的实时性。减少预测时间的方法很多, 提高一步预测算法本身的速度是一条途径, 采用多步预测也是一种重要的方法。如果采用本文提出的算法进行一步预测干扰需要时间 T , 则采用 P 步预测干扰需要时间为 T/P , 速度可以相应提高 P 倍。如果一步预测达不到实时性要求, 多步预测是否满足要求至关重要, 工程中是会遇到这种情况的, 因此多步预测算法的研究具有重要的应用价值。

2. 预测模型和算法原理

2.1. 预测模型

假设实际观测到的 N 点混沌时间序列为 $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$, 其实际动力学方程是差分方程

$$x_{n+1} = f(X_n), \quad (1)$$

其中 X_n 表示重构延迟向量 $(x_n, x_{n-\tau}, \dots, x_{n-m\tau})^T$, T 表示转置, m 为嵌入维数。

* 国防科技预研基金(批准号 51435050101DZ0203)资助的课题。

预测的方法是找到一个以任意精度逼近非线性 f 的模型 F , 即

$$x_{n+1} = F(X_n). \quad (2)$$

由于非线性 f 的多样性, 使得对某个混沌时间序列预测有效的模型 F 无法应用于具有不同性质的 f , 因此在全局意义上的模型逼近没有多少应用空间. 是否不同的 f 就没有共性呢? 其实不然. 局部微分流形理论告诉我们, 具有不同非线性的 f 可在一定条件下拥有共同的模型.

本文预测模型的基础是将混沌时间序列重构的真实吸引子当作一个流形, 而流形局部同胚(homomorphism)于欧氏空间. 在一定程度上这个“局部”可以理解为邻域, 在某点的邻域内, 不同的非线性 f 可以拥有某些共性和特性, 共性采用某个预测模型 G 来拟合, 特性采用自适应以及不同的非线性函数来控制. 当然, 这个预测模型 G 与原来的非线性 f 已经大相径庭. 多步预测的目的是利用这个 G 来估计 N 点混沌时间序列的将来第 $N+P$ ($P \geq 2$) 点. 因此预测模型调整为

$$x_{n+P} = G(X_n^*), \quad (3)$$

式中 X_n^* 表示第 n 点邻域内的最近几个点的 P 次迭代后的像. 吸引子上某点“放大”的局部流形结构如图 1 所示. 在第 n 点的局部流形上, 第 n 点的 P 次迭代后的像完全可以通过其邻域内的最近几个点的 P 次迭代后的像来近似表示, 因为这些邻近点与第 n 点有某些相关性 G , 在经过短期时间演化(有限步)后不会有显著变化, 这正是能够进行多步预测的本质所在. 不同非线性 f 的局部流形的大致“趋势”具有某种程度上的共性, 细微差别就是“特性”. 以上就是本文提出的预测思想.

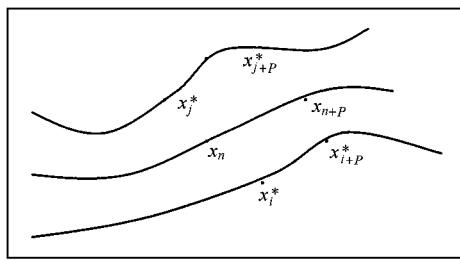


图 1 吸引子上第 n 点的局部流形

2.2. 算法原理

采用如上方法进行预测, 需要知道第 n 点邻域内最近几个点. 寻找这些点的方法如下: 重构相空

间, 即

$$X_i = [x(i), x(i - \tau\Delta t), \dots, 0]^T, \quad i = 1, 2, \dots, m-1 \quad (4)$$

和

$$X_i = [x(i), x(i - \tau\Delta t), \dots, x(i - (m-1)\tau\Delta t)]^T, \quad i = m, m+1, \dots, N. \quad (5)$$

则 N 点序列重构后的轨迹为

$$X = [X_1, X_2, \dots, X_n] = \begin{bmatrix} x(1) & x(2) & \dots & x(n) \\ 0 & x(2 - \tau\Delta t) & \dots & x(n - \tau\Delta t) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & x(n - (m-1)\tau\Delta t) \end{bmatrix}, \quad (6)$$

式中 τ 为时间延迟参数, m 为嵌入维数.

计算第 n 点与前面的 $n-1$ 个重构矢量为 X_i ($i = 1, 2, \dots, n-1$) 的距离,

$$d(i) = \|X(i) - X(n)\| \cdot, \quad \cdot = 1, 2, \dots, \infty, \quad (7)$$

其中 $\cdot = 1, 2, \dots, \infty$ 分别表示求 1 范数, 2 范数, \dots , ∞ 范数, 本文取 2 范数. 找出最近 m 个点 P 次迭代后的像 $x_{i_j}^*$ ($j = 1, \dots, m$) 组成向量

$$X_n^* = (x_{i_1}^*, x_{i_2}^*, \dots, x_{i_m}^*)^T. \quad (8)$$

另外, 预测模型 G 可以假设为

$$x_p(n+P) = \sum_{j=1}^m \omega_{jm,1}(n)x_{i_j}^*(j) + \sum_{k=1}^m \bar{\omega}_{km,2}(n)g(x_{i_k}^*(k)), \quad (9)$$

式中 $\omega_j^*(n)$ 为重排元素 $x_{i_j}^*$ 的权系数, 主要通过自适应来调节. (9) 式等号右边第一项为线性部分, 第二项为非线性部分. 本文取非线性函数 g 为

$$g(x) = \frac{1 - e^{-x}}{1 + e^{-x}}. \quad (10)$$

根据最陡下降原理, 可得递推公式为

$$\begin{aligned} \epsilon(n) &= x(n+P) - \sum_{j=1}^m \omega_{jm,1}(n-1)x_{i_j}^*(j) \\ &\quad - \sum_{k=1}^m \omega_{km,2}(n-1)g(x_{i_k}^*(k)), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \omega_{jm,1}(n) &= \omega_{jm,1}(n-1) + 2\mu\epsilon(n-1)x_{i_j}^*(k), \\ \omega_{km,2}(n) &= \omega_{km,2}(n-1) + 2\mu\epsilon(n-1)g(x_{i_k}^*(k)), \\ k &= 1, 2, \dots, m, \end{aligned} \quad (11)$$

式中 μ 为控制算法收敛的系数.

于是, 整个基于邻域邻近点的多步自适应预测

步骤如下：

(i) 取定某个控制算法收敛的系数为 $0 < \mu \ll 1$, 令初始误差为 1, 令初始权系数全部为 0.

(ii) 根据(6)式重构 N 点序列轨迹.

(iii) 根据(7)(8)式计算第 n 点邻域内 m 个最近点 P 次迭代像组成的向量.

(iv) 根据(9)–(11)式自适应预测第 $n + P$ 点 ($P \geq 2$) 的值.

需要说明的是, 根据(11)式进行预测时, 一旦 $n + P \geq N + 1$, 由于没有观测数据来计算误差, 此时假定预测已经收敛, 则迭代误差一律取为 $e(n) = e(N)$.

2.3. 嵌入维数 m 和邻近点数目的选取

对于全局预测, 需要对整个相空间上的吸引子进行嵌入. 文献[19]根据 Takens 定理证明了嵌入维数 $m \geq 2D + 1$ (D 为吸引子维数) 时, 存在一个光滑函数 f 满足

$$x_{n+1} = f(x_{n-\tau \Delta t}, \dots, x_{n-(m-1)\tau \Delta t}). \quad (12)$$

实际上, 因为进行局部预测时, 可以不需要全局嵌入, 只需要局部逼近原始系统的动力学模型, 而且嵌入维数 m 超过吸引子维数后, 会引进不必要的信息, 同时增加了计算量. 因此, 局部预测时, 嵌入维数 m 可以小于 $2D + 1$. 究竟嵌入维数 m 可以取到怎样的值? 直观上, 只需要取不小于吸引子维数 D 的最小整数即可. 因为嵌入维数 m 小于吸引子维数 D , 就无法局部反映吸引子的全部信息, 会导致预测的失败. 因此局部流形嵌入维数 m 的最小下界是不小于吸引子维数 D 的最小整数. 下面给出一个文献[19]中定理推广后的命题, 并进行证明.

命题 1 令 U 是定义在 R^k 上的开子集, D 表示 U 上紧致流形 A 的分维数, 该流形上的自相交点集的勒贝格测度为 0. 令 $m > D$ 而且是整数, 则存在一个定义在 R^m 上的延迟重构流形上的光滑函数 f , 几乎处处使得

$$x_{n+P} = f(X_n^*), \quad (13)$$

式中 X_n^* 满足(8)式.

证 根据 Sauer 嵌入定理^[20], 观测时间序列可以利用延迟坐标向量 $(x_n, x_{n-\tau}, \dots, x_{n-M\tau})$ 表示相空间中的点 ($M > 2D$, 为整数), 其点集 A 是一个紧致流形, 且延迟坐标映射是一个嵌入. 令 m 为不小于流形 A 维数 D 的整数. 为了方便, 不妨假设 $M > m$.

当 $m > 2D$ 时^[20], m 维延迟坐标映射是整个吸引子的全局嵌入.

当 $m \leq 2D$ 时, D 表示 U 上紧致流形 A 的分维数, 说明描述该紧致流形 A 的动力系统只需要 m 个微分方程即可, 所以 M 维相空间可以投影到 m 维相空间, 这 m 维相空间可以完整地反映局部紧致流形 A . 令投影映射 $P_1 : R^M \rightarrow R^m$ 由下式定义:

$$\begin{aligned} P_1(x_n, x_{n-\tau}, \dots, x_{n-(M-1)\tau}) \\ = (x_n, x_{n-\tau}, \dots, x_{n-(m-1)\tau}). \end{aligned} \quad (14)$$

上述投影的结果会出现自相交点, 又由于紧致流形 A 上的自相交点集的勒贝格测度为零, 因此在 m 维相空间中, m 维延迟坐标映射可以保证在紧致流形 A 那些除去自相交点集以外的区域上几乎处处是一个嵌入, m 维相空间中的点可用 m 维延迟坐标 $(x_n, x_{n-\tau}, \dots, x_{n-m\tau})$ 表示而几乎不失去吸引子的信息.

在 m 维相空间中, 假设向量 X_n 和 $X_{n_i}^*$ ($i = 1, 2, \dots, p$) 分别表示相空间中第 n 点及其 p 个最邻近点, 则它们在 X_n 点附近的局部流形上存在某种关系^[12], 记为

$$X_n = \Phi(X_{n_1}^*, \dots, X_{n_p}^*) = \Phi(x_{n_1}^*, \dots, x_{n_p}^*). \quad (15)$$

如果投影映射 $P : R^m \rightarrow R^1$ 由下式定义:

$$G(x_n, x_{n-\tau \Delta t}, \dots, x_{n-(n-1)\tau \Delta t}) = x_n. \quad (16)$$

则对(15)式取上述投影, 得到

$$x_n = G(X_n) = G \circ \Phi(x_{n_1}^*, \dots, x_{n_p}^*). \quad (17)$$

又假设 H 为取后序 P 次像的映射, 即

$$H(x_n) = x_{n+P}. \quad (18)$$

对于满足命题 1 条件的时间序列而言, 上述映射显然几乎处处可逆. 于是有

$$\begin{aligned} x_{n+P} &= H(x_n) = H \circ G \circ \Phi(x_{n_1}^*, \dots, x_{n_p}^*) \\ &= H \circ G \circ \Phi(H^{-1}(x_{n_1+P}), \dots, H^{-1}(x_{n_p+P})) \\ &\triangleq f(x_{n_1+P}^*, \dots, x_{n_p+P}^*). \end{aligned} \quad (19)$$

于是, 命题 1 得证.

上述命题中的“勒贝格测度为 0”可以理解为“可以忽略不计”, “几乎处处”可以理解为“除去忽略不计的点以外剩余的绝大部分”. 上述概念在任何一本泛函书籍里面均可以找到. 对于预测的问题, 只要“几乎处处”成立, 在工程应用上是允许的. 同时, 上述命题说明, 在某点的局部流形上, 嵌入维数 m 只需大于吸引子维数 D 即可, 并且延迟坐标映射几乎处处是一个嵌入. 对于邻近点的数目 p , 还没有明

确的准则说明应该取多少.显然,邻近点越多,运算量越大.为了减少运算量,邻近点的数目 p 甚至可以不超过嵌入维数 $m^{[21,22]}$.在本文的仿真中,嵌入维数 m 等于不小于吸引子维数 D 的最小整数,邻近点数目 p 等于嵌入维数 m .

3. 预测算法的仿真

3.1. 算法仿真

为了验证本文提出的预测算法的可行性,作者采用了两个混沌映射进行分析.

Hénon 混沌映射

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= 1 + y_n - 1.4x_n^2, \\ y_{n+1} &= 0.3x_n; \end{aligned} \quad (20)$$

logistic 混沌映射

$$x_{n+1} = 4x_n(1 - x_n). \quad (21)$$

在下面的分析中,对两个混沌映射均取 x 分量来进行预测,并且利用公式

$$x(n) = [x_n - \min_n(x_n)][\max_n(x_n) - \min_n(x_n)] \quad (22)$$

将其归一化到 $[0, 1]$ 区间.记数据样本点为 2000, 训练样本点为 1800, 预测集为最后 200 点, 将真实值 $x(n)$ 介于预测值区间 $[x_p(n) - 5\% x_p(n), x_p(n) + 5\% x_p(n)]$ 的预测值 $x_p(n)$ 当作有效预测.

图 2 反映了对 Hénon 混沌映射进行 2 步预测的结果.取 $x_1 = 0.2138, y_1 = 0.3$, 嵌入维数 $m = 3, \mu = 0.001$.图 2(a) 表示 Hénon 混沌映射的真实曲线

(实线)与预测曲线(虚线)的关系,图 2(b) 表示 Hénon 混沌映射的误差平方随时间变化的关系.从图 2 可以看出,在大约 1400 步以后,自适应预测就已经基本上收敛,比较接近真实结果.其余 2 步到 6 步预测的结果见表 1,其中对 logistic 混沌映射进行多步预测时,取 $x_1 = 0.001$, 嵌入维数 $m = 2, \mu = 0.001$.

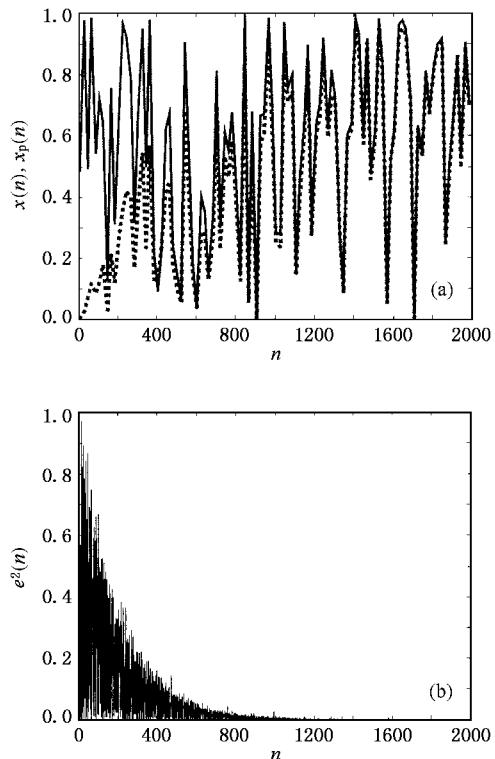


图 2 Hénon 混沌映射的 2 步预测 (a) 真实曲线与预测曲线 (b) $e^2(n)$ - n 关系

表 1 Hénon 混沌映射和 logistic 混沌映射的多步预测统计数据

预测步长	嵌入维数 m		控制系数 μ		有效预测率		均方根 σ	
	Hénon	logistic	Hénon	logistic	Hénon	logistic	Hénon	logistic
2 步预测	3	2	0.001	0.006	88.5%	88.5%	0.0124	0.0071
3 步预测	3	2	0.001	0.006	83%	76%	0.0209	0.0134
4 步预测	3	2	0.001	0.006	74.5%	59%	0.0370	0.0264
5 步预测	3	2	0.001	0.006	60%	50.5%	0.0567	0.0532
6 步预测	3	2	0.001	0.006	49%	26.5%	0.0853	0.0953

表 1 中 Hénon 混沌映射和 logistic 混沌映射的有效预测率都是随着预测步长的增加而减小,其误差均方根(标准差)却随着预测步长的增加而增加,这是混沌映射具有短期可预测性和长期不可预测性的必然结果.

3.2. 误差均方根与 Lyapunov 指数的关系

误差均方根 σ 是一个混沌时间序列采用某种算法得到的一个统计意义上的不变量,而 Lyapunov 指数 λ 也是该混沌时间序列的不变量.在采用某种

算法能够实现预测的条件下,那么误差均方根 σ 与 Lyapunov 指数 λ 应该存在某种关系.由于混沌时间序列具有正的 Lyapunov 指数 λ ,它意味着随着时间的演化会导致信息的丢失,因此预测误差均方根 σ 呈指数 λ 增长.假设某个混沌时间序列采用某种算法进行 P ($P \geq 1$) 步预测得到的误差均方根序列 $\{\sigma_1, \sigma_2, \dots\}$ 满足

$$\sigma_n = \sigma_1 e^{\lambda p}. \quad (23)$$

上式两边取自然对数,经过变形得到

$$\ln \sigma_n = \ln \sigma_1 + \lambda p. \quad (24)$$

这是一条以 λ 为斜率的直线.

为了验证这种猜想,下面用表 1 中两个混沌映射的最后两列数据进行分析,其中最后一列为 logistic 混沌映射的误差均方根序列,最后第二列为 Hénon 混沌映射的误差均方根序列.补充两个映射的一步预测均方根(Hénon 混沌映射的 $\sigma_1 = 0.0096$, logistic 混沌映射的 $\sigma_1 = 0.0043$)后,描出其对数坐标图,如图 3 所示.图 3 中实线表示 Hénon 混沌映射的误差均方根对数曲线,虚线表示 logistic 混沌映射的误差均方根对数曲线.后者显然是一条直线,平均斜率为 0.6197,与真实 Lyapunov 指数 $\lambda = \ln 2 = 0.6931$ 比较接近,前者近似于一条直线,当作直线处理得到平均斜率为 0.4369,与真实 Lyapunov 指数 $\lambda = 0.45^{[16]}$ 也比较接近.

上述分析虽然没有严格的证明,但是确实从数值上验证了混沌时间序列的误差均方根随着时间的增加呈现指数增长趋势,这个指数就是该混沌时间序列的 Lyapunov 指数.本文的目的不是探讨如何求

Lyapunov 指数.如果知道某个混沌时间序列的 Lyapunov 指数 λ ,采用某种算法得到的一步预测误差均方根 σ_1 ,以及允许的误差均方根 σ_n ,那么我们可以通过如下的不等式求最大的预测步长 P :

$$\ln \sigma_n \geq \ln \sigma_1 + \lambda P. \quad (25)$$

从而为多步预测提供一种参考.

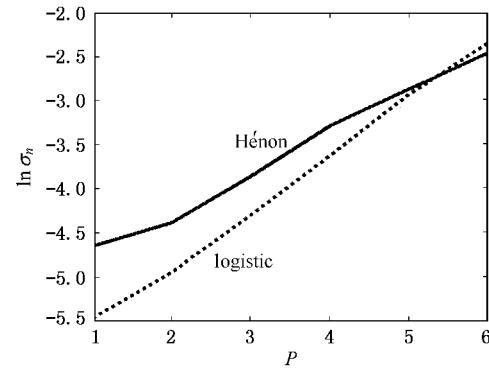


图 3 Hénon 和 logistic 混沌映射的误差均方根与 Lyapunov 指数的关系曲线

3.3. 多步预测的性能比较

假设一个混沌时间序列有 N 点,那么一步预测可以预测到将来的第 $N+1$ 点,显然 P 步预测可以预测到将来的第 $N+P$ ($P \geq 2$) 点.表 2 准确地记录了采用本文提出的算法对 Hénon 混沌映射进行 1 步到 6 步预测的结果,其中的值都经过归一化.假设预测时只有 $N = 2000$,没有 2000 点以后的数据,其中的真实值是为了便于比较而列出,并没有参与预测过程.

表 2 对 Hénon 混沌映射进行 1 步到 6 步预测的统计数据

将来点	2001	2002	2003	2004	2005	2006
真实值	0.92031	0.21869	0.73072	0.62138	0.91104	0.33079
1 步预测值	0.91664	*	*	*	*	*
2 步预测值	0.9267	0.19681	*	*	*	*
3 步预测值	0.87862	0.16973	0.68208	*	*	*
4 步预测值	0.81821	0.28841	0.6221	0.67145	*	*
5 步预测值	0.81662	0.44236	0.74256	0.72303	0.82503	*
6 步预测值	0.81175	0.44171	0.94691	0.30751	0.73012	0.53007

注: * 表示无法预测的值.

表 2 说明,在一定的精度范围内,如果采用同样的方法进行 1 步预测和 P 步预测,则可以将预测速度提高到 1 步预测的 P 倍,这是因为进行 1 步预测和 P 步预测需要的时间相同,但是 1 步预测只能估

计将来一个时刻的值,而 P 步预测可以预先估计到将来 P 个时刻的值,因此将预测速度相应提高了,这为信号处理的实时预测提供了一种策略上的参考.另外,除了 6 步预测的偏差较大外,其余的情况

是能够容忍的. 总之, 多步预测在精度上相对于较小步长的预测有所降低, 这是多步预测的不足之处. 在能够容忍的预测精度范围内, 由于可以预先估计将来几个时刻的值, 预测速度相对提高, 这是多步预测获得的好处.

4. 结 论

本文根据流形理论中的局部动力学原理, 利用混沌时间序列中某点邻域内最近几个点的 P 次迭代像, 实现该序列的多步预测. 仿真结果说明, 这种

算法是可行的, 在预测精度容许的情况下, 可以预测到将来的多个值, 使得预测速度线性提高了若干倍, 这个倍数等于预测步长. 而且, 本文中的两个例子从数值上说明, 多步预测稳定后得到的误差均方根呈指数增长趋势, 这个指数就是该混沌时间序列的 Lyapunov 指数.

以上的理论分析和仿真结果说明, 对混沌时间序列进行局部预测时, 嵌入维数 m 只需大于吸引子维数 D 即可. 对于邻近点的数目 p 可以不超过嵌入维数 m .

-
- [1] Packard N H, Crutchfield J P, Farmer J D *et al* 1980 *Phys. Rev. Lett.* **45** 712 & 14th BMESI **3** 39
 - [2] Zhang J S, Xiao X C 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 403 (in Chinese) [张家树、肖先赐 2000 物理学报 **49** 403]
 - [3] Yuan J, Xiao X C 1998 *Acta Phys. Sin.* **47** 897 (in Chinese) [袁坚、肖先赐 1998 物理学报 **47** 897]
 - [4] Zhang J S, Xiao X C 2000 *Chin. Phys.* **9** 408
 - [5] Zhang J S, Xiao X C 2000 *Chin. Phys. Lett.* **17** 88
 - [6] Guo S B, Xiao X C 2000 *Proc. IEEE WICIA '2000* **2** 1051
 - [7] Frank W A 1994 *Proc. IEEE ICASSP* **3** 517
 - [8] Haykin S, Li L 1995 *IEEE Trans. Signal Proc.* **43** 526
 - [9] Schroer C G, Sauer T, Ott E *et al* 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 1410
 - [10] Sidorowich J J 1992 *Proc. IEEE ICASSP* **4** 121
 - [11] Sugihara G, May R M 1990 *Nature* **344** 734
 - [12] Kantz H, Schreiber T 1997 *Nonlinear Time Series Analysis* (Cambridge : Cambridge University Press)
 - [13] Kavitha V, Narayana Dutt D, Pradhan N 1995 *Proc. RC IEEEEMBS* [14] Zhang J S, Xiao X C 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1221 (in Chinese) [张家树、肖先赐 2000 物理学报 **49** 1221]
 - [15] Yuan J, Xiao X C 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 641 (in Chinese) [袁坚、肖先赐 2000 物理学报 **49** 641]
 - [16] Zhang J S, Xiao X C 2001 *Chin. Phys.* **10** 97
 - [17] Zhang J S, Xiao X C 2001 *Chin. Phys.* **10** 390
 - [18] Zhang J S, Xiao X C 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 1248 (in Chinese) [张家树、肖先赐 2001 物理学报 **50** 1248]
 - [19] Leung H, Lo T T, Wang S C 2001 *IEEE Trans. Neural Networks* **12** 1163
 - [20] Sauer T, Yorke J A, Casdagli M 1991 *J. Stat. Phys.* **65** 579
 - [21] Gan J C, Xiao X C 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 58 (in Chinese) [甘建超、肖先赐 2003 物理学报 **52** 58]
 - [22] Gan J C, Xiao X C 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1248 (in Chinese) [甘建超、肖先赐 2003 物理学报 **52** 1248]

Nonlinear adaptive multi-step-prediction of chaotic time series based on points in the neighborhood^{*}

Gan Jian-Chao^{1,2)} Xiao Xian-Ci¹⁾

¹⁾ Department of Electronic Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China

²⁾ National Electronic Warfare Laboratory, Chengdu 610036, China

(Received 24 January 2003; revised manuscript received 5 April 2003)

Abstract

In this paper a class of nonlinear adaptive multi-step-prediction algorithm based on the manifold theory was proposed. We have performed the multi-step-prediction by exploiting images of P -step iterations of several nearest neighbors with this method. The simulation indicated that this method was available and could improve the prediction speed, and that the series of the standard deviation of error after prediction has an exponential growth ratio that is the largest Lyapunov exponent.

Keywords : chaotic time series, neighborhood, nonlinear adaptive prediction, Lyapunov exponent

PACC : 0545

^{*} Project supported by the Advanced Research Foundation for National Defense of China (Grant No. 51435050101DZ0203).