

# 开放性边界条件下双车道元胞自动机 交通流模型耦合效应研究\*

彭 麟 谭惠丽 孔令江 刘慕仁†

(广西师范大学物理与电子科学系 桂林 541004)

(2002 年 10 月 21 日收到 2003 年 2 月 10 日收到修改稿)

在一种改进的 Nagel-Schreckenberg 元胞自动机交通流模型的基础上,提出一个高速公路双车道元胞自动机模型来模拟开放性边界条件下的车流运动,并考虑两车道之间左边界开放程度的比例系数  $\alpha$  及车辆加减速概率  $p$  的影响.计算机数值模拟结果表明,在车流状态的演化过程中,通过确定车道耦合系数  $b$  来控制车流量,不同的  $b$  值车流量不同,对车辆运动出现堵塞项的相变点有影响.

关键词:元胞自动机,交通流模型,耦合效应

PACC:0550

## 1. 引 言

近年来,交通问题已引起广泛的重视.基于各种交通流模型的交通模拟使我们对交通问题的认识更加深刻.然而,由于交通流牵涉到多自由度,它的模拟是一项比较困难的任务.元胞自动机模型由于其独特的优越性被广泛应用于交通流研究<sup>[1-13]</sup>.

在单车道交通流模型中,速度较慢的车辆对交通有较大影响.在一辆慢车后面,很容易出现堵塞现象,即造成车辆排队堵塞.这在某种程度上类似于玻色-爱因斯坦凝聚<sup>[14]</sup>相变.

实际的交通道路都是多车道的,而多车道交通流模型能在很大程度上缓解这种由于慢车的影响而造成的排队堵塞.慢车后面的司机能够根据判断预先转道,从而避免可能的堵车.在多车道模型的研究中,考虑最多的是双车道模型<sup>[15-17]</sup>.文献<sup>[15]</sup>提出了一个决定论交通流模型,模拟了道路上由于交通事故而引起的交通堵塞情况.文献<sup>[16]</sup>在决定性情况下,研究了不同转道规则对交通流特性的影响,文献<sup>[17]</sup>引入加速减速概率,在不同的转道规则下模拟了道路上由于慢车的影响而造成的车辆排队堵塞情况.文献<sup>[16,17]</sup>研究表明,与对称性转道规则相

比,非对称转道规则是一种更有效的转道规则.文献<sup>[15-17]</sup>采用的都是周期性边界条件,本文在改进的 NS 元胞自动机交通流模型<sup>[18]</sup>的基础上对转道规则作了进一步改进,采用开放性边界条件使之更进一步接近实际情况,并引入车道耦合系数,数值模拟表明车道的耦合程度对交通流量有一定影响.

## 2. 双车道元胞自动机交通流模型

模型如图 1 所示,交通道路系统由两条车道组成.其中一条车道为慢车道,该车道上车辆的最大速度为  $V_{1,max}$ ,用短箭头表示该道上的车辆;另一条车道为快车道,该车道上车辆的最大速度为  $V_{2,max}$ ,用长箭头表示该道上的车辆.每条车道视为长度  $L$  的一维离散格点链,格点链上每格点或为空或只能被一辆车子占据.慢车道(快车道)从入口端注入速度为  $V_{1,max}$ ( $V_{2,max}$ )的车辆,由于车辆之间相互作用的影响,车道上的车辆速度分布于  $0-V_{j,max}$  ( $j=1,2$ ) 之间.每一条车道上车辆自左向右运动,车辆根据前方最近邻车辆的位置及其相对运动进行速度、位置更新.

(1)更新所有车辆  $t+1$  时刻的速度分布:

\* 国家自然科学基金(批准号:10062001)、广西壮族自治区自然科学基金(批准号:0007017)和教育部高等学校骨干教师资助计划资助的课题.

† 通讯联系人.

假如  $V_{j,i}(t) \geq \text{gap}_{j,i}(t) + \Delta X_{j,i+1}(t)$  就有跟车/减速规则

$$V_{j,i}(t+1) = \begin{cases} \max(\text{gap}_{j,i}(t) + \Delta X_{j,i+1}(t) - 1, 0), & \text{概率为 } p, \\ \text{gap}_{j,i}(t) + \Delta X_{j,i+1}(t), & \text{概率为 } (1-p). \end{cases}$$

否则为自由运动/加速规则

$$V_{j,i}(t+1) = \begin{cases} V_{j,i}(t), & \text{概率为 } p, \\ \min(V_{j,\max}, V_{j,i}(t) + 1), & \text{概率为 } (1-p). \end{cases}$$



图1 双车道元胞自动机交通流模型

(2)更新所有车辆的位置:

$$X_{j,i}(t+1) = X_{j,i}(t) + V_{j,i}(t+1).$$

以上各式中,  $V_{j,i}(t)$  表示  $j$  车道上第  $i$  辆车在  $t$  时刻的速度;  $V_{j,\max}$  表示  $j$  车道上车辆的最大速度,  $\text{gap}_{j,i}(t)$  表示  $j$  车道上第  $i$  辆车在  $t$  时刻与前方近邻车辆之间的空格数, 即  $\text{gap}_{j,i}(t) = X_{j,i+1}(t) - X_{j,i}(t) - 1$ ;  $p$  代表车辆具有的加、减速概率;  $\Delta X_{j,i+1}(t)$  是相对位置  $\Delta X_{j,i+1}(t) = X_{j,i+1}(t+1) - X_{j,i+1}(t) = V_{j,i+1}(t+1)$ , 即  $j$  车道上前方紧邻车辆在第  $t+1$  时步前移的距离;  $X_{j,i}(t)$  表示  $j$  车道上第  $i$  辆车在  $t$  时刻的位置.

研究中将每一演化时步更新过程分成两个子过程. 第一个子过程为各车道上的车辆按转道规则进行车道转换, 第二个子过程为转道后的车辆在各车道上按规则运行. 在转道过程中, 转道规则满足超车原则和安全原则.

慢车道转道规则描述为: 慢车道当前第  $i$  辆车所在位置前方空格数  $\text{gap}_{1,i}$  小于慢车道上司机对车辆速度的期望值  $V_{\text{hope}}$  时, 则产生转道意识, 且如果前方空格数  $\text{gap}_{1,i}$  小于快车道相应位置前方空格数  $\text{gap}_{\text{other}2}$ , 快车道相应位置后方空格数  $\text{gap}_{\text{back}2}$  大于或等于后方最近邻车辆的速度  $V_{\text{back}2}$  时, 则慢车道当前车辆以一定概率转到快车道上. 通过转车起到车辆提速的作用. 转到快车道后车辆速度与转车前车辆速度保持不变.

快车道转道规则描述为: 不计快车道当前第  $i$  辆车前方空格数  $\text{gap}_{2,i}$  的大小, 只要满足慢车道相应位置前方的空格数  $\text{gap}_{\text{other}1}$  大于或等于慢车道上车辆的最高速度  $V_{1,\max}$ , 且慢车道相应位置后方空格数

$\text{gap}_{\text{back}1}$  大于或等于后方最近邻车辆的速度  $V_{\text{back}1}$  时, 则快车道当前车辆允许以一定概率转到慢车道上来. 通过转道起到车辆提速(当前车辆被堵时)或减速(减速主要从安全考虑避免车辆速度过快)的作用. 转到慢车道后车辆速度变为  $V_{1,\max}$ .

(1)慢车道超车原则为

$$\text{gap}_{1,i} < V_{\text{hope}},$$

其中  $V_{\text{hope}} = \min(V_{1,i} + 1, V_{1,\max})$ .

安全原则为

$$\text{gap}_{1,i} < \text{gap}_{\text{other}2},$$

$$V_{\text{back}2} \leq \text{gap}_{\text{back}2}.$$

(2)快车道超车原则和安全原则为

$$V_{1,\max} \leq \text{gap}_{\text{other}1},$$

$$V_{\text{back}1} \leq \text{gap}_{\text{back}1}.$$

本模型的研究是在开放性边界条件下进行的. 开放性边界条件定义如下<sup>[19]</sup>: 系统含有两条车道, 每条车道含有  $L$  个格点 ( $1 \leq i \leq L$ ). 在系统  $i=1$  (左边界) 处  $t$  时步慢车道(快车道)以概率  $\alpha_1$  ( $\alpha_2$ ) 产生一速度为  $V_{1,\max}$  ( $V_{2,\max}$ ) 的车辆. 产生的车辆即刻在各自的车道上按以上更新规则运行. 如在  $t$  时步左边界处产生的车辆不能前移, 则该车辆即被消除. 车辆运行到慢车道(快车道)  $i=L$  (右边界) 处后以消失概率  $\beta_1$  ( $\beta_2$ ) 离开系统. 当  $\alpha_1 = \alpha_2 = \beta_1 = \beta_2 = 1$  时即为全开放边界条件, 而  $\alpha_1 < 1, \alpha_2 < 1, \beta_1 < 1, \beta_2 < 1$  时, 边界处于部分开放状态.

### 3. 计算机数值模拟和讨论

为具体分析交通流系统的动力学性质, 定义  $t$  时刻车辆密度

$$\rho(t) = N(t)/2L,$$

平均速度

$$\bar{V}(t) = \{1/N(t)\} \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^{N_j(t)} V_{j,i}(t),$$

流量

$$f(t) = \rho(t)\bar{V}(t),$$

其中,  $N(t)$  是  $t$  时刻一、二车道上车辆总数,  $V_{j,i}(t)$  为  $j$  车道第  $i$  辆车  $t$  时刻的速度,  $N_j(t)$  为  $j$  车道  $t$  时刻的车辆总数, 即

$$N(t) = \sum_{j=1}^2 N_j(t).$$

在模拟时, 两车道左边界开放程度按一定比例取值, 比例系数  $\alpha = \alpha_2/\alpha_1$ , 取  $0 < \alpha \leq 1$ , 使得慢车道的密度大于快车道. 车辆的转出转入概率体现了两道间的耦合作用, 定义两道的耦合系数

$$b = \gamma_1/\gamma_2,$$

其中  $\gamma_1$  为慢车道上的车辆转到快车道上的概率,  $\gamma_2$  为快车道上的车辆转到慢车道上的概率. 当  $b > 1$  时, 表示慢车道转出概率大于快车道转出概率.  $b < 1$  时, 慢车道转出概率小于快车道转出概率.  $b = 1$  时, 两道转出概率相等. 设定  $b = 0$  时, 表示两车道的转出概率为  $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$ , 即两车道间没有耦合作用. 在模拟时, 取  $b = 0.5, 1.0, 2.0$  相应地依次取  $\gamma_1 = 0.5, 1.0, 1.0, \gamma_2 = 1.0, 1.0, 0.5$ .

根据文献 [3], 一个格点所对应的实际道路长度为 7.5 m, 而每个时间步长  $\Delta t \approx 1$  s, 本文中每条车道由 2000 个格点组成, 对应的实际道路长度为 15 km, 慢车道最高速度  $V_{1,max} = 3$ , 对应的实际车速为 81 km/h, 快车道最高速度  $V_{2,max} = 5$ , 对应的实际车速为 135 km/h. 演化时取  $V_{hope} = 2$ , 对应的实际车速为 54 km/h, 步长取 50000 步, 取后 2000 步的值作平均. 在下面给出的基本图上, 每一个点代表 20 个样本的平均值.

图 2 分别给出了在不同的耦合系数情况下双车道系统流量、速度、密度随左边界(据文献 [13] 右边界固定为  $\beta_1 = \beta_2 = 0.6$ ) 开放程度变化关系图(即基本图). 通过对比可以看到, 两车道之间无耦合与有耦合对系统有很大的影响, 而存在耦合时, 不同的耦合系数对系统也有一定影响.

两道之间无耦合, 即  $b = 0$  时, 系统的运动相当于两条独立的单车道运动. 我们可以从基本图上看到  $\alpha_1$  的值在 0 到 0.4 之间, 双车道系统密度小, 车

辆处于自由运动状态,  $\alpha_1$  的值由 0.4 增大到 0.5 时, 密度  $\rho$  由 0.09 增大到 0.27, 速度由 2.73 下降到 1.08, 而流量继续缓慢上升. 这是因为慢车道车辆发生了堵塞, 但是快车道上车辆密度小, 仍处于自由运动状态, 且随着左边界开放程度的增大, 快车道流量继续增大, 从而使得双车道系统流量稍有增加.

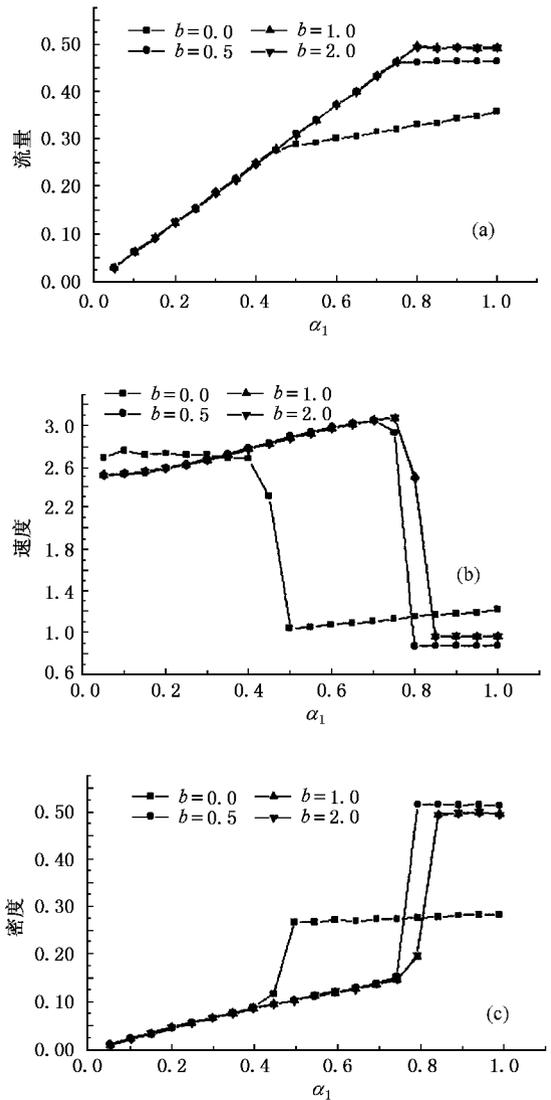


图 2  $p = 0.4, \beta_1 = \beta_2 = 0.6, \alpha = 0.3, b = 0.0, 0.5, 1.0, 2.0$ , 双车道系统流量(a)、速度(b)、密度(c)随  $\alpha_1$  变化关系

两道之间有耦合, 即  $b > 0$  时, 两车道间通过车辆的转入转出能缓解由于车道上慢车的阻碍造成的局部堵塞, 保持系统车辆处于自由运动状态, 使得双车道系统在车辆密度较大情况下也不会出现堵塞, 且在相应的情况下双车道系统存在耦合时的流量要大于无耦合时的流量.  $b = 0.5, \alpha_1 \geq 0.75$  时, 密度  $\rho = 0.49$ , 出现了堵塞, 最大流量约  $f = 0.45$ .  $b = 1.0$ ,

2.0时,两种耦合情况的基本图一致,即当 $\alpha_1 = 0.8$ , $\rho = 0.47$ 时达到最大流量 $f = 0.49$ ,然后随着开放程度的增大,流量、速度、密度保持恒定.从图2(b)上可以看到, $\alpha_1$ 从0增至0.75时,系统的平均速度一直是呈上升趋势,这是因为随着左边界开放性的增强,两车道上车辆密度增加,但相比之下慢车道上车辆密度增加更快,造成局部堵塞的机会较大,车辆转道的可能性也较大.在此情况下,更多的是慢车道上的车辆转到快车道上,从而使得双车道系统的平均速度增加了.当 $\alpha_1$ 的值超过0.75后,系统的平均速度随后开始陡减,然后基本保持不变.这是因为当 $\alpha_1$ 的值超过0.75后,两车道上的车辆密度开始达到或超过其临界值,同时随着车辆密度的增加,双车道上已经很难满足车辆转道时的超车原则和安全性原则,受堵的车辆不能及时转出而形成大量堵塞,从而使得车辆速度陡减.当耦合系数 $b > 0$ 时,对不同的 $b$ 值,流量、速度、密度图的变化较小,表现为随着两车道转道概率的增加(其中主要是慢车道转道概率的增加)车流从运动相向阻塞相转变的 $\alpha_1$ 临界值增大,当两车道的转道概率都增大到1.0,即耦合系数为 $b = 1.0$ ( $\gamma_1 = \gamma_2 = 1.0$ )在左边界开放程度 $\alpha_1 = 0.8$ 时流量达到最大值.因此,在车辆运行过程中,车辆的转道主要是密度高的车道上的车辆转到密度低的车道上,使车道上由于慢车的影响而造成的车辆排队堵塞状况得以缓解,从而保持道路的畅通.

为了具体地描述系统在有耦合和无耦合时车辆运动的演化过程,模拟了慢车道车辆在620—1200的空间范围内49550到50000时步的车辆位置与运动时间关系图.图3(a)中耦合系数为0.0,图3(b)中耦合系数为1.0.车辆从左运动到右(空间位置坐标轴 $X$ 轴)时间坐标轴 $T$ 轴由上到下,以黑点表示车道上的车辆.图3(a)显示的黑色区域代表车辆聚集区域,浅色区域表示车辆分散区域.由图3可以看出,无耦合时车辆自由运动的程度很小,位移与时间关系为非线性关系,且车辆的位置移动是非均匀的,有的区域车辆密集,有的区域车辆稀疏,车流的运动与堵塞交替频繁出现.这是由于加速、减速概率的引入车辆运动变缓、平均速度降低的结果.存在耦合时,在相同参数的情况下车辆自由运动程度增大、分布比较均匀,车辆处于较为稳定的运动状态.

对于车道的耦合对车辆的影响,我们还可以通过对格点上车辆密度(即出现车辆的概率)分布图加以说明.图4(a)是慢车道在 $b = 0.0$ , $b = 1.0$ 时的格点

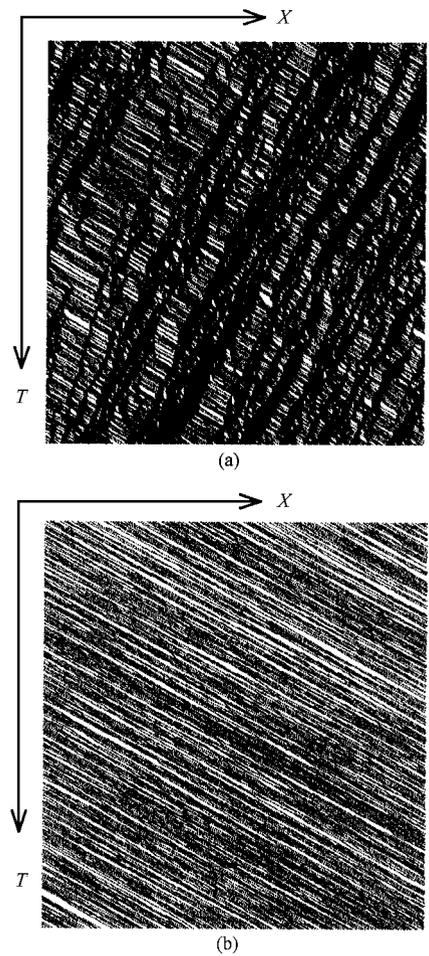


图3 慢车道车辆在不同条件下的时空演化图 (a) $p = 0.4$ , $\alpha_1 = 0.8$ , $\alpha_2 = 0.2$ , $\beta_1 = 0.6$ , $\beta_2 = 0.6$ , $b = 0.0$  (b) $p = 0.4$ , $\alpha_1 = 0.8$ , $\alpha_2 = 0.2$ , $\beta_1 = 0.6$ , $\beta_2 = 0.6$ , $b = 1.0$

密度分布图.可以看到 $b = 0$ 时各格点上车辆的密度较大,且密度的分布在0.35附近波动,这是车道上的车辆形成局部堵塞,使得各格点上存在车辆的概率相差较大的结果. $b = 1.0$ 时,除边界稍有涨落外,其他各格点上车辆的密度分布比较均匀,基本上接近0.14.图4(b)是快车道在 $b = 0.0$ , $b = 1.0$ 时的格点密度分布图.当 $b = 0.0$ 时,快车道密度较小,接近于0.05,而在 $b = 1.0$ 时,接近于0.10.

图5是在左边界开放程度固定情况下随右边界开放程度变化的流量、速度图.可以看到,当右边界开放程度超过一定值( $\beta_1 = 0.2$ ),流量、速度在不同的耦合系数情况下受右边界的影响不大,但耦合的存在加大了系统的流量、速度.随着右边界的逐步开放,系统从阻塞相转化为最大流量稳定相.可是图2表明,随着左边界的逐步开放,系统从自由运动相最后达到最大流量稳定相.但两种情况下转变的临界值 $\alpha_c$ 是不相同的.

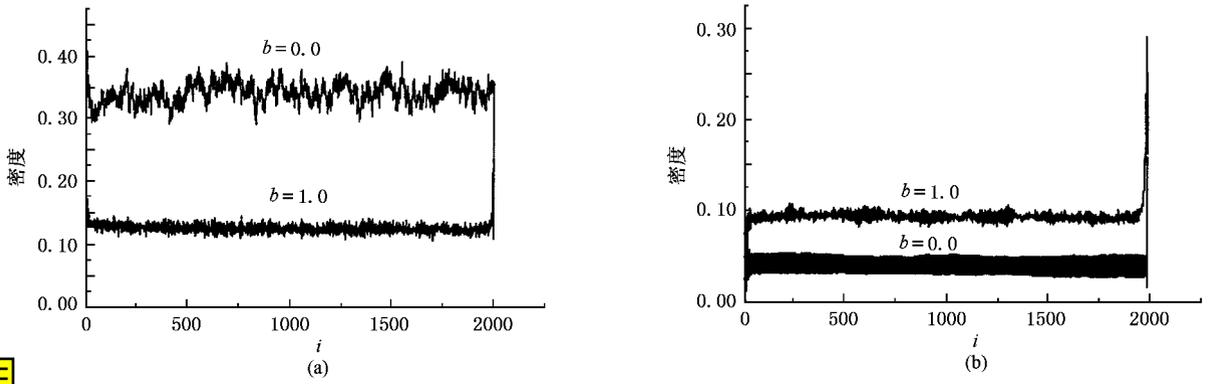


图 4  $p = 0.4, \alpha_1 = 0.8, \alpha_2 = 0.2, \beta_1 = 0.6, \beta_2 = 0.6$  各车道上车辆密度图 (a)为慢车道 (b)为快车道

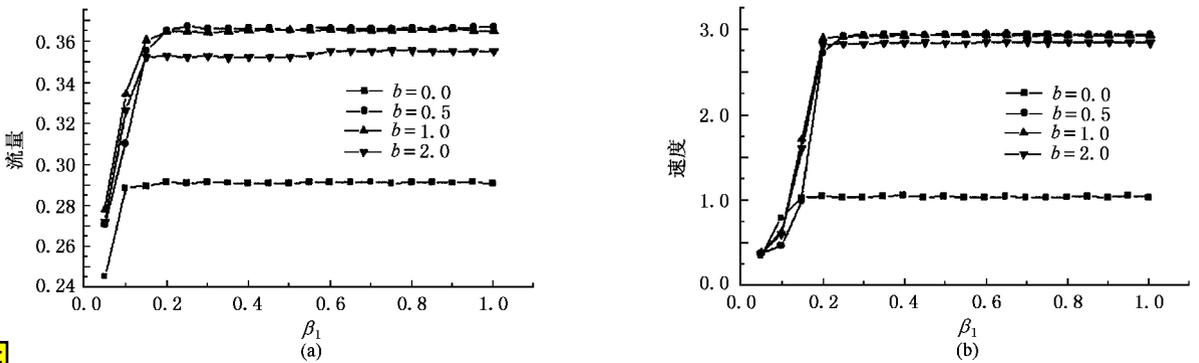


图 5  $p = 0.4, \alpha_1 = 0.6, \alpha_2 = 0.2, b = 0.0, 0.5, 1.0, 2.0, \beta_2 = \beta_1$  双车道系统流量 (a) 速度 (b) 随  $\beta_1$  变化关系

图 6 是反映两车道在耦合情况  $b = 1.0 (\gamma_1 = \gamma_2 = 1.0)$  时, 比例系数  $\alpha$  不同情况下的流量、速度图. 在其他条件相同的情况下, 对于不同的  $\alpha$  值, 系统达到的最大流量、速度很接近, 不同的是随着左边界的逐步开放, 当比例系数  $\alpha$  增加时, 车道上车辆阻塞的可能性增大. 这是因为快车道开放程度的增强使得密度增大, 从而减小了慢车道受堵车辆转道可

能的结果. 从图 7 可以看出, 车辆的转道还受到加速、减速概率的影响. 随着左边界的逐步开放, 当加速、减速概率增大时, 系统能达到的最大流量都将随之减小, 堵车的可能性也将增大. 这是由于加速、减速概率的引入, 使车辆运动变缓慢了, 平均速度降低, 从而使得最大流量也随之减小.

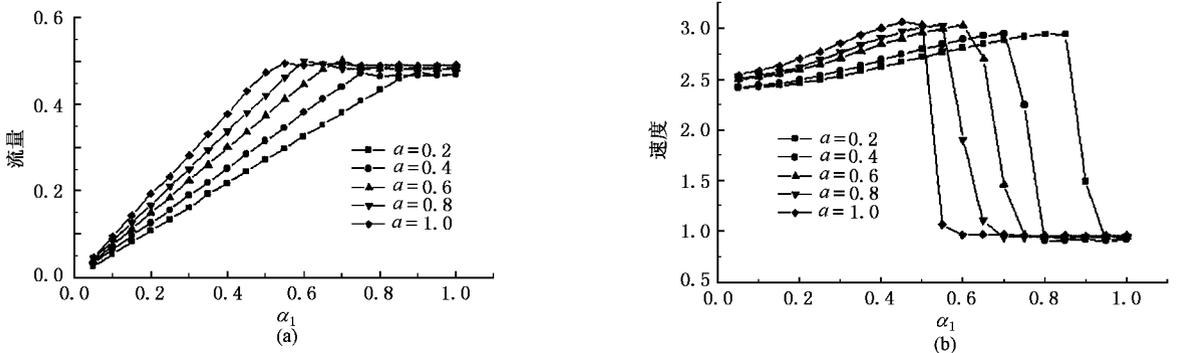


图 6  $p = 0.4, \beta_1 = 0.6, \beta_2 = 0.6, b = 1.0, \alpha = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0$  流量 (a) 速度 (b) 随  $\alpha_1$  变化关系

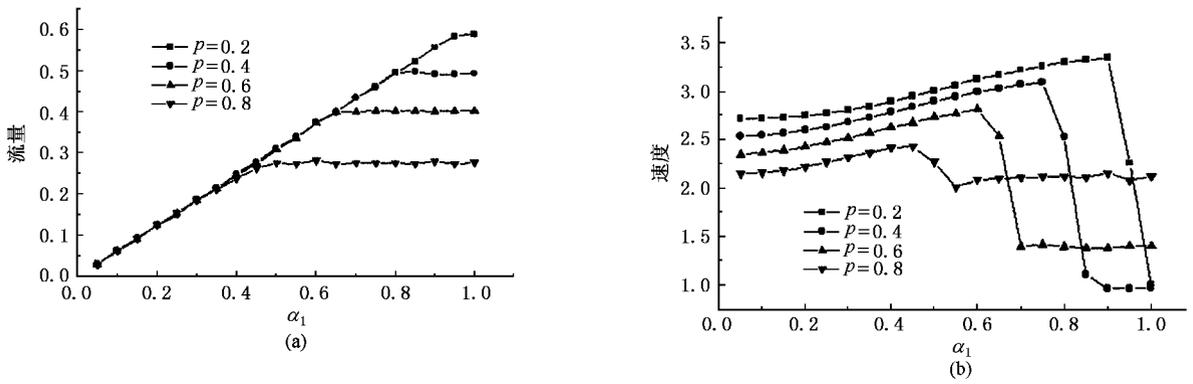


图 7  $b = 1.0, \beta_1 = 0.6, \beta_2 = 0.6, \alpha = 0.3, p = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$ , 流量 (a), 速度 (b) 随  $\alpha_1$  变化关系



### 4. 结 论

提出一个改进的双车道元胞自动机模型来模拟开放边界条件下高速公路上的车流运动,并考虑两车道之间左边界开放程度的比例系数  $\alpha$  及车辆加速、减速概率  $p$  对交通状态的影响.对该模型进行计算机模拟结果表明,在车流状态的演化过程中,通过确定车道耦合系数  $b$  来控制车流量,不同的  $b$  值

车流量不同,对车辆运动出现堵塞项的相变点有影响.当  $b = \alpha$  (无耦合)时,相当于车辆在两条独立的单车道上运行,随着左边界的逐步开放,车辆的聚集程度增大、平均速度降低,系统达到的最大流量值较小.当  $b > \alpha$  (存在耦合)时,车道耦合程度越大,车道上车辆分布越均匀,使平均速度增大、车流量增加.当  $b = 1.0$  ( $\gamma_1 = \gamma_2 = 1.0$ )时,随着左边界开放程度的增大,系统达到的流量最大.

[ 1 ] Wolfram S 1986 *Theory and Application of Cellular Automata* (Singapore : World Scientific )

[ 2 ] Biham O , Middleton A , Levine D 1992 *Phys. Rev. A* **46** R6124

[ 3 ] Nagel K , Schreckenberg M 1992 *J. Phys. [ France* **2** 2221

[ 4 ] Ishibashi Y , Fukui M 1994 *J. Phys. Soc. Japan* **63** 2882

[ 5 ] Wang L , Wang B H , Xu B M 1997 *Acta Phys. Sin.* **46** 829 ( in Chinese ) 王 雷、汪秉宏、许伯铭 1997 物理学报 **46** 829 ]

[ 6 ] Wang B H , Kuang L Q , Xu B M 1998 *Acta Phys. Sin.* **47** 906 ( in Chinese ) 汪秉宏、邝乐棋、许伯铭 1998 物理学报 **47** 906 ]

[ 7 ] Wang B H , Wang L , Xu B M *et al* 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1926 ( in Chinese ) 汪秉宏、王 雷、许伯铭等 2000 物理学报 **49** 1926 ]

[ 8 ] Lü X Y , Liu M R , Kong L J 1998 *Acta Phys. Sin.* **47** 1761 ( in Chinese ) 吕晓阳、刘慕仁、孔令江 1998 物理学报 **47** 1761 ]

[ 9 ] Li H B , Chen R H , Liu M R *et al* 1998 *Acta Phys. Sin.* **47** 1769 ( in Chinese ) 李华兵、陈若航、刘慕仁等 1998 物理学报 **47** 1769 ]

[ 10 ] Huang P H , Kong L J , Liu M R 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 30 ( in Chinese ) 黄乒花、孔令江、刘慕仁 2001 物理学报 **50** 30 ]

[ 11 ] Lü X Y , Kong L J , Liu M R 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 1255 ( in Chinese ) 吕晓阳、孔令江、刘慕仁 2001 物理学报 **50** 1255 ]

[ 12 ] Huang P H , Kong L J , Liu M R 2002 *Chin. Phys.* **11** 678

[ 13 ] Tan H L , Liu M R , Kong L J 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2713 ( in Chinese ) 谭惠丽、刘慕仁、孔令江 2002 物理学报 **51** 2713 ]

[ 14 ] Evans M R 1996 *Europhys. Lett.* **36** 13

[ 15 ] Nagatani T 1994 *Physica A* **202** 449

[ 16 ] Chowdhury D , Wolf E , Schreckenberg M 1997 *Physica A* **235** 417

[ 17 ] Knosp W , Santen L , Schadschneider A 1999 *Physica A* **265** 614

[ 18 ] Xue Y , Dong L Y , Dai S Q 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 445 ( in Chinese ) 薛 郁、董力耘、戴世强 2001 物理学报 **50** 445 ]

[ 19 ] Krug J 1991 *Phys. Rev. Lett.* **67** 1882

# A study of coupling effect in cellular automata model of traffic flow for two-lane with open boundary conditions<sup>\*</sup>

Peng Lin Tan Hui-Li Kong Ling-Jiang Liu Mu-Ren

( *Department of Physics , Guangxi Normal University , Guilin 541004 , China* )

( Received 21 October 2002 ; revised manuscript received 10 February 2003 )

## Abstract

An improved two-lane cellular automaton model for traffic flow was proposed to describe the highway traffic under the opening boundary conditions by considering the relative motion of vehicles and the relation of deceleration probability. Numerical simulation have been carried out. The results show the complicated evolution process of traffic flow. The flow of vehicles can be controlled by the coupling coefficient  $b$ . Different values of  $b$  have different effects on the critical point from free to jam phase.

**Keywords** : cellular automaton , traffic model , coupling effect

**PACC** : 0550

---

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China( Grant No. 10062001 ) ,the Natural Science Foundation of Guangxi Zhuang Autonomous Region ,China( Grant No. 0007017 ) , and the Foundation for University Key Teachers from the Ministry of Education ,China.