

光在双轴晶体表面的反射与折射^{*}

沈为民 金永兴 邵中兴

(中国计量学院信息工程学院, 杭州 310018)

(2003 年 1 月 17 日收到, 2003 年 5 月 19 日收到修改稿)

介绍了光在双轴晶体表面反射、折射问题的求解方法. 用该方法可以方便精确地计算晶体任意取向向下光从任意方向入射时折射光的折射率、偏振态、波矢方向、能流方向. 推导了反射光、折射光的振幅和能量的计算公式. 并以 KTP 晶体为例, 给出了数值计算的结果.

关键词: 双轴晶体, 双折射, 菲涅耳公式, 布儒斯特角

PACC: 4225, 4225G, 4225L

1. 引言

虽然光的电磁理论原则上可以解决光在晶体表面的反射、折射问题, 但由于晶体的各向异性使解的方法十分复杂. 长期以来, 对单轴晶体的讨论较多, 并已有许多作者用不同的方法得到了相关问题的解析解^[1,2], 而对双轴晶体的讨论却较少. 近年来双轴晶体(如 KTP, LBO, KNbO₃, LAP, NPP 及 POM 等)在非线性光学领域得到广泛应用, 围绕双轴问题的研究迅速增多^[3-6], 但讨论主要限于双轴晶体的非线性系数、相位匹配方向、允许角、走离角等直接与非线性过程相关的问题, 并假定入射光为正入射或在主轴坐标面内入射(一般认为有效非线性光学系数在主轴坐标面内取极值, 实际应用中只需讨论光波在主轴坐标面内传播). 实际上, 严格分析入射光发散角对倍频过程的影响、连续调谐激光的倍频过程、非共线相位匹配等问题都会涉及光波斜入射的情况. 另外, 光在双轴晶体表面反射折射时振幅与能量在各光波中的分配关系也十分重要, 例如在非线性三波相互作用中会影响能量转换效率. 所以, 深入研究光在双轴晶体表面的反射、折射问题在理论和实践上都具有重要意义. 由于双轴晶体的问题一般不能给出简单的解析解, 而实际应用中关心的是如何获得与实验相比较的数据, 所以我们在解的表述中不再注重解的形式是否简单, 而更关心编程计

算的需要, 避免一些特殊情况如折射光接近坐标轴、坐标面、光轴等方向传播给编程造成困难. 单轴晶体或各向同性介质也可以看作双轴晶体的特例, 不必另写程序, 使程序调试更加简单.

2. 晶体中光的传播方向与偏振方向的计算

2.1. 坐标变换关系

与单轴晶体只需用一个光轴方向(两个参数)即可表示晶体的取向不同, 双轴晶体须用主轴坐标系的取向(需三个参数)来表征晶体的空间取向. 在处

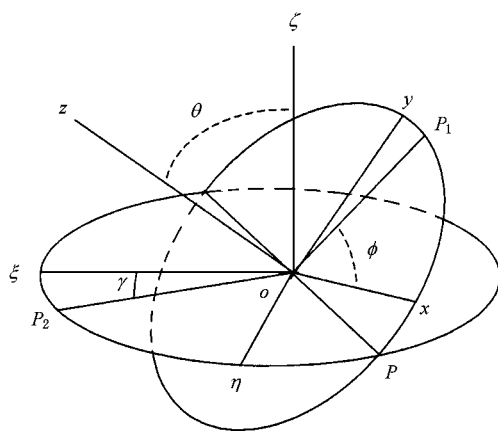


图 1 两坐标系之间的关系

^{*} 浙江省自然科学基金(批准号: 302018)资助的课题.

理双轴晶体问题时,利用物理量在不同坐标系之间的变换关系,可使表述和编程更为简单. 习惯上用 $o-xyz$ 代表晶体的主轴坐标系,相应的主折射率记作 n_x, n_y, n_z . 用 $o-\xi\eta\zeta$ 表示另一坐标系. 两坐标系的关系如图 1 所示. θ 为 z 轴与 ζ 轴夹角, ζ 轴在 oxy 坐标面的投影线 oP_1 与 x 轴的夹角为 φ , z 轴在 $o\xi\eta$ 坐标面的投影线 oP_2 与 ξ 轴的夹角为 γ . z 轴, ζ 轴, oP_1, oP_2 是共面的, oP 是 $o\xi\eta$ 与 oxy 两坐标面的交线. 不难导出任一矢量 P 在两坐标系的变换关系

$$\begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{pmatrix} = Q \begin{pmatrix} P_\xi \\ P_\eta \\ P_\zeta \end{pmatrix} \quad (1a)$$

或

$$\begin{pmatrix} P_\xi \\ P_\eta \\ P_\zeta \end{pmatrix} = Q^{-1} \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{pmatrix}, \quad (1b)$$

其中 Q 为变换矩阵

$$Q = \begin{pmatrix} -\sin\gamma\sin\phi - \cos\gamma\cos\phi\cos\theta & \cos\gamma\sin\phi - \sin\gamma\cos\phi\cos\theta & \sin\theta\cos\phi \\ \sin\gamma\cos\phi - \cos\gamma\sin\phi\cos\theta & -\cos\gamma\cos\phi - \sin\gamma\sin\phi\cos\theta & \sin\theta\sin\phi \\ \cos\gamma\sin\theta & \sin\gamma\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}. \quad (2)$$

而 Q 的逆矩阵即为它的转置矩阵, 即 $Q^{-1} = Q^T$.

2.2. 偏振方向与折射率

为了讨论方便, 令

$$m_x = \frac{1}{n_x^2}, \quad m_y = \frac{1}{n_y^2}, \quad m_z = \frac{1}{n_z^2}, \quad (3)$$

则折射率椭球方程为

$$m_x x^2 + m_y y^2 + m_z z^2 = 1. \quad (4)$$

利用折射率椭球, 可以决定光波波矢为 k 时的偏振方向与折射率. 即过原点作波矢 k 的垂面, 此平面与椭球面相交于一椭圆, 椭圆长、短轴就是两个允许存在的光波电位移 D 的方向, 而半轴长度即为相应的折射率. 我们将 ζ 轴取作 k 的方向, 于是 θ , ϕ 就是波矢在主轴系的倾角与方位角, 改记为 θ_k , ϕ_k . 同时将变换矩阵元 Q_{ij} 改记为 q_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$),

以区分下面的表面坐标系的变换矩阵. 将 (1) 式代入 (4) 式, 并令 $\zeta = 0$, 得 $o-\xi\eta\zeta$ 坐标系中的椭圆方程

$$m_x (q_{11}\xi + q_{12}\eta)^2 + m_y (q_{21}\xi + q_{22}\eta)^2 + m_z (q_{31}\xi + q_{32}\eta)^2 = 1, \quad (5)$$

即

$$\begin{aligned} & (m_x q_{11}^2 + m_y q_{21}^2 + m_z q_{31}^2) \xi^2 \\ & + (m_x q_{12}^2 + m_y q_{22}^2 + m_z q_{32}^2) \eta^2 \\ & + 2(m_x q_{11} q_{12} + m_y q_{21} q_{22} + m_z q_{31} q_{32}) \xi \eta = 1. \end{aligned} \quad (6)$$

选择 γ 使 ξ 与 η 沿椭圆的两个半轴方向, 则 (6) 式中的交叉项为 0, 即

$$m_x q_{11} q_{12} + m_y q_{21} q_{22} + m_z q_{31} q_{32} = 0. \quad (7)$$

将 (2) 式中的各矩阵元表达式代入 (7) 式, 并将此时的 γ 值记作 γ_0 , 可解得

$$\tan 2\gamma_0 = \frac{(m_x - m_y) \sin 2\phi_k \cos \theta_k}{-(m_x \sin^2 \phi_k + m_y \cos^2 \phi_k) + (m_x \cos^2 \phi_k + m_y \sin^2 \phi_k) \cos^2 \theta_k + m_z \sin^2 \theta_k}. \quad (8)$$

此时 ξ, η 轴方向亦即电位移矢量的两个本征偏振方向 d_1 和 d_2 , 三个分量值分别为

$$\begin{aligned} d_{1x} &= q_{11} \\ &= -\sin\gamma_0 \sin\phi_k - \cos\gamma_0 \cos\phi_k \cos\theta_k, \end{aligned} \quad (9a)$$

$$\begin{aligned} d_{1y} &= q_{21} \\ &= \sin\gamma_0 \cos\phi_k - \cos\gamma_0 \sin\phi_k \cos\theta_k, \end{aligned} \quad (9b)$$

$$d_{1z} = q_{31} = \cos\gamma_0 \sin\theta_k; \quad (9c)$$

$$\begin{aligned} d_{2x} &= q_{12} \\ &= \cos\gamma_0 \sin\phi_k - \sin\gamma_0 \cos\phi_k \cos\theta_k, \end{aligned} \quad (10a)$$

$$\begin{aligned} d_{2y} &= q_{22} \\ &= -\cos\gamma_0 \cos\phi_k - \sin\gamma_0 \sin\phi_k \cos\theta_k, \end{aligned} \quad (10b)$$

$$d_{2z} = q_{32} = \sin\gamma_0 \sin\theta_k. \quad (10c)$$

(6) 式中交叉项消去后, 由平方项的系数可确定半轴长度即折射率, 所以

$$n_1 = (m_x d_{1x}^2 + m_y d_{1y}^2 + m_z d_{1z}^2)^{-1/2}, \quad (11a)$$

$$n_2 = (m_x d_{2x}^2 + m_y d_{2y}^2 + m_z d_{2z}^2)^{-1/2}. \quad (11b)$$

许多情况需要用到电场矢量,利用 E 与 D 的关系,可得电场的两个本征偏振方向分别为

$$\begin{aligned} e_1 = & (m_x d_{1x}, m_y d_{1y}, m_z d_{1z}) \\ & \times (\sqrt{m_x^2 d_{1x}^2 + m_y^2 d_{1y}^2 + m_z^2 d_{1z}^2})^{-1}, \quad (12a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e_2 = & (m_x d_{2x}, m_y d_{2y}, m_z d_{2z}) \\ & \times (\sqrt{m_x^2 d_{2x}^2 + m_y^2 d_{2y}^2 + m_z^2 d_{2z}^2})^{-1}. \quad (12b) \end{aligned}$$

2.3. 晶体中折射波矢方向与光线方向

再取 $o-\xi\eta\zeta$ 为晶体的表面坐标系,如图 2 所示,

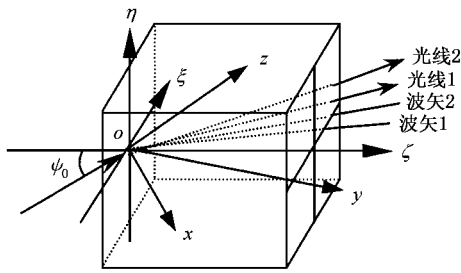


图 2 晶体双折射的几何关系

$\xi\eta$ 坐标面与晶体表面重合,而 ζ 轴沿晶体表面的法线方向,它在主轴系中的倾角与方位角分别为 θ 和 ϕ (这与晶体加工中的习惯表示一致)。将入射面取为 $o\xi\zeta$ 坐标面,则 γ 就是 $o\xi\zeta$ 平面与入射面的夹角。设光由折射率为 n_0 的各向同性介质入射到晶体表面,入射角为 ψ_0 。晶体内折射光的光线方向不一定在入射面内,但波矢量一定在入射面内^[1],且

$$n_0 \sin \psi_0 = n \sin \psi, \quad (13)$$

式中波矢折射角 ψ 与折射率 n 都是未知的,它们之间存在函数关系,但不能用简单的公式来表示。实际上,若已知 ψ ,可求出主轴系中波矢的方向 θ_k , ϕ_k ,方法如下:

在 $o-\xi\eta\zeta$ 坐标系中,波矢方向

$$e_k = \sin \psi e_\xi + \cos \psi e_\zeta. \quad (14)$$

而主轴系中,波矢方向的投影值既可以用 θ_k, ϕ_k 表示,也可利用(14)式经坐标变换求出,即

$$e_{kx} = \sin \theta_k \cos \phi_k = Q_{11} \sin \psi + Q_{13} \cos \psi, \quad (15a)$$

$$e_{ky} = \sin \theta_k \sin \phi_k = Q_{21} \sin \psi + Q_{23} \cos \psi, \quad (15b)$$

$$e_{kz} = \cos \theta_k = Q_{31} \sin \psi + Q_{33} \cos \psi. \quad (15c)$$

由(15c)式求出 θ_k ,接着由(15a)和(15b)求出 ϕ_k 。再利用(9)(10)(11)式求出折射率。因此, n 与 ψ 的

关系是完全确定的。所以不难由(13)式求出 ψ 的数值解(二分法或迭代法均易求解)。由(11)式知折射率有两个,故(13)式解也有两个,记作 ψ_1 和 ψ_2 。波矢折射角确定后,相应的 D 或 E 偏振方向也随之确定。

然而,晶体中光线方向与波矢方向并不相同,光线沿能流密度(即坡印亭矢量 $S = E \times H$)方向,即

$$\begin{aligned} e_S = & e_E \times e_H = e_E \times (e_k \times e_D) \\ = & e_k (e_E \cdot e_D) - e_D (e_E \cdot e_k). \quad (16) \end{aligned}$$

将(9)(10)(15)式代入就可求得光线方向在 $o-xyz$ 系中的表示,再将它变换到 $o-\xi\eta\zeta$ 坐标系即可。

以 KTP 为例,取 $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ 时的主折射率^[4] $n_x = 1.7636, n_y = 1.7733, n_z = 1.8634$,并设晶体取向 $\theta = 30^\circ, \phi = 45^\circ, \gamma = 20^\circ, \psi_0 = 22^\circ, n_0 = 1$ 。则可算出 $\psi_1 = 12.1425^\circ, n_1 = 1.78093; \psi_2 = 12.2528^\circ, n_2 = 1.76514$ 。相应的光线方向分别为

$$\begin{aligned} e_{s1} = & 0.1664 e_x + 0.2491 e_y + 0.9541 e_z \\ = & 0.2291 e_\xi + 0.0212 e_\eta + 0.9732 e_\zeta, \quad (17a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e_{s2} = & 0.1628 e_x + 0.2775 e_y + 0.9468 e_z \\ = & 0.2192 e_\xi - 0.0065 e_\eta + 0.9757 e_\zeta. \quad (17b) \end{aligned}$$

光线 1 的折射角 $\psi_{s1} = 13.3033^\circ$,方位角 $\gamma_{s1} = 5.2798^\circ$,走离角(光线与波矢夹角) $\epsilon_1 = 1.58620^\circ$ 。光线 2 的折射角 $\psi_{s2} = 12.6692^\circ$,方位角 $\gamma_{s2} = -1.6986^\circ$,走离角 $\epsilon_2 = 0.1970^\circ$ 。两光线之间的夹角为 1.6902° 。 γ_{s1} 和 γ_{s2} 都不为零表明两折射光线都不在入射面内。由于 n_x 与 n_y 比较接近,故有一支光(光线 2)比较接近寻常光,它偏离入射面较小,且其走离角也较小。

3. 反射折射时的振幅和能量关系

3.1. 振幅关系

$o\xi\eta$ 为晶体表面,电矢量 E 和磁矢量 H 应当满足切向连续条件,故

$$E_{0\xi} + E'_{0\xi} = E_{1\xi} + E_{2\xi}, \quad (18a)$$

$$E_{0\eta} + E'_{0\eta} = E_{1\eta} + E_{2\eta}, \quad (18b)$$

$$H_{0\xi} + H'_{0\xi} = H_{1\xi} + H_{2\xi}, \quad (18c)$$

$$H_{0\eta} + H'_{0\eta} = H_{1\eta} + H_{2\eta}, \quad (18d)$$

式中下标“0”代表入射介质,上标“'”代表反射波,下标“1”和“2”代表晶体中的两折射光波。假设入射介质与晶体的磁导率均为 μ_0 ,则

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0 \omega} \mathbf{k} \times \mathbf{E} = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} n \mathbf{e}_k \times \mathbf{E}. \quad (19)$$

而入射波、折射波的波矢方向形如(14)式,反射波形式为 $\mathbf{e}'_k = \sin\psi \mathbf{e}_\xi - \cos\psi \mathbf{e}_\zeta$. 图3表示电磁场与波矢方向的投影关系.

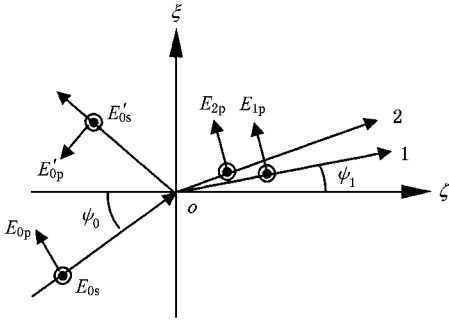


图3 电磁场的边值关系

入射介质为各向同性介质,故入射波仍按s波(垂直于入射面)与p波(平行于入射面)分解,则(18)式改写为

$$E_{0p} \cos\psi_0 - E'_{0p} \cos\psi_0 = E_1 e_{1\xi} + E_2 e_{2\xi}, \quad (20a)$$

$$E_{0s} + E'_{0s} = E_1 e_{1\eta} + E_2 e_{2\eta}, \quad (20b)$$

$$-n_0 E_{0s} \cos\psi_0 + n_0 E'_{0s} \cos\psi_0 = -n_1 \cos\psi_1 E_1 e_{1\eta} - n_2 \cos\psi_2 E_2 e_{2\eta}, \quad (20c)$$

$$n_0 E_{0p} + n_0 E'_{0p} = n_1 E_1 e_{1p} + n_2 E_2 e_{2p}, \quad (20d)$$

式中

$$e_{1p} = \cos\psi_1 e_{1\xi} - \sin\psi_1 e_{1\zeta}, \quad (21a)$$

$$e_{2p} = \cos\psi_2 e_{2\xi} - \sin\psi_2 e_{2\zeta}. \quad (21b)$$

这里($e_{1\xi}, e_{1\eta}, e_{1\zeta}$)为第1支光波电矢量的偏振方向, \mathbf{e}_1 在 $\alpha\text{-}\xi\eta\zeta$ 坐标系的分量,可由(12a)式经坐标变换(1)式求得.当 \mathbf{E}_1 方向与其波矢垂直时, e_{1p} 即为 \mathbf{e}_1 在入射面的投影值. e_{2p} 的意义类似.由(20)式消去 E'_{0s} 和 E'_{0p} 得

$$2n_0 \cos\psi_0 E_{0s} = (n_0 \cos\psi_0 + n_1 \cos\psi_1) e_{1\eta} E_1 + (n_0 \cos\psi_0 + n_2 \cos\psi_2) e_{2\eta} E_2 \quad (22a)$$

$$2n_0 \cos\psi_0 E_{0p} = (n_0 e_{1\xi} + n_1 e_{1p} \cos\psi_0) E_1 + (n_0 e_{2\xi} + n_2 e_{2p} \cos\psi_0) E_2. \quad (22b)$$

令

$$a_{11} = (n_0 \cos\psi_0 + n_1 \cos\psi_1) e_{1\eta}, \quad (23a)$$

$$a_{12} = (n_0 \cos\psi_0 + n_2 \cos\psi_2) e_{2\eta}, \quad (23b)$$

$$a_{21} = n_0 e_{1\xi} + n_1 e_{1p} \cos\psi_0, \quad (23c)$$

$$a_{22} = n_0 e_{2\xi} + n_2 e_{2p} \cos\psi_0, \quad (23d)$$

则由(22)式解出两折射光波振幅

$$E_1 = 2n_0 \cos\psi_0 \frac{a_{22} E_{0s} - a_{12} E_{0p}}{a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21}}, \quad (24a)$$

$$E_2 = 2n_0 \cos\psi_0 \frac{a_{11} E_{0p} - a_{21} E_{0s}}{a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21}}. \quad (24b)$$

再代入(19)式解出反射光振幅

$$E'_{0s} = (E_1 e_{1\eta} + E_2 e_{2\eta}) - E_{0s}, \quad (25a)$$

$$E'_{0p} = \frac{1}{n_0} (n_1 E_1 e_{1p} + n_2 E_2 e_{2p}) - E_{0p}. \quad (25b)$$

3.2. 能量关系

利用(19)式,单色平面波能流密度的时间平均值 S 可表示为

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} n |E|^2 \mathbf{e}_E \times (\mathbf{e}_k \times \mathbf{e}_E) \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} n |E|^2 \cos\epsilon \mathbf{e}_S, \end{aligned} \quad (26)$$

式中 ϵ 为走离角(\mathbf{k} 与 S 间夹角,也等于 \mathbf{E} 与 \mathbf{D} 间的夹角).已假设入射介质是各向同性的,故其走离角为0,所以入射光投射到单位晶体表面的功率为

$$P_0 = S \cdot \mathbf{e}_\zeta = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} n_0 E_0^2 \cos\psi_0. \quad (27)$$

反射光功率表达式与入射光类似.而折射光功率为

$$P_1 = S_1 \cdot \mathbf{e}_\zeta = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} n_1 E_1^2 \cos\epsilon_1 \cos\psi_{s1}. \quad (28)$$

P_2 表达式与 P_1 类似.

假设入射光为线偏振光,偏振方向与入射面成 β 角, $E_{0s} = \sin\beta$, $E_{0p} = \cos\beta$.让 β 及 $\theta, \phi, \gamma, \psi_0$ 在定义域内随机取值,试验 6×10^4 组数.若令 $\Delta P = (P'_{0s} + P'_{0p} + P_1 + P_2) - (P_{0s} + P_{0p})$,则计算发现,虽然 $|\Delta P|/P_0$ 的取值小于 10^{-7} 的情况占绝大多数,但个别点取值较大,达 10^{-3} ,所以 ΔP 并不严格为0.这可作如下解释:两折射光波的偏振方向并不严格垂直,两者存在一定的干涉效应.令 $P_{12} = \frac{1}{2} (\mathbf{E}_1 \times \mathbf{H}_2 + \mathbf{E}_2 \times \mathbf{H}_1) \cdot \mathbf{e}_\zeta$,补上 P_{12} 后, $|\Delta P|/P_0$ 的最大值约为 10^{-5} ,平均值约为 10^{-9} .考虑到数值计算存在舍入误差,可以认为 $\Delta P = 0$,即满足能量守恒要求.

KTP晶体在 $1.064 \mu\text{m}$ 倍频时常用的II类相位匹配点是 $\theta = 90^\circ, \phi = 24.78^\circ$,图4给出了这种晶体的两折射光功率 P_1, P_2 与入射线偏光的偏振方向之间的关系, β 为偏振方向与 $oz\zeta$ 平面的夹角.图4给出了入射角为 0° 和 50° 两种情况.在三波相互作用中,除了应满足相位匹配条件外,还应调整各分波的

强度使转换效率最大. 在 II 类相位匹配倍频中应使两基频光波的能量相等. 由图 4 看出, 在光正入射情况下, 当 $\beta = 44.81^\circ$ 时 $P_1 = P_2$, 这是 II 类相位匹配倍频中的最佳选择.

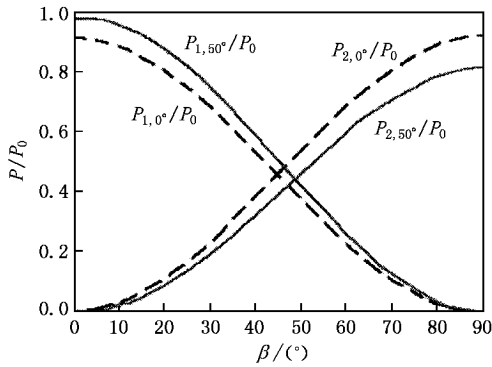


图 4 不同偏振方向下两折射光的光功率

3.3. 反射光的偏振

引入符号

$$t_0 = \frac{2n_0 \cos \psi_0}{a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21}}, \quad (29)$$

$$r_{ss} = t_0 (a_{22} e_{1\eta} - a_{21} e_{2\eta}) - 1, \quad (30a)$$

$$r_{sp} = t_0 (n_1 \cos \psi_1 - n_2 \cos \psi_2) e_{1\eta} e_{2\eta}, \quad (30b)$$

$$r_{ps} = t_0 (n_1 e_{2\xi} e_{1p} - n_2 e_{1\xi} e_{2p}), \quad (30c)$$

$$r_{pp} = \frac{t_0}{n_0} (-a_{12} n_1 e_{1p} + a_{11} n_2 e_{2p}) - 1, \quad (30d)$$

则由(25)式可将反射光两振幅分量改写为

$$E'_{0s} = r_{ss} E_{0s} + r_{sp} E_{0p}, \quad (31a)$$

$$E'_{0p} = r_{ps} E_{0s} + r_{pp} E_{0p}. \quad (31b)$$

对于各向同性介质, 容易得出 $r_{sp} = r_{ps} = 0$, 即反射过程中 s 波与 p 波彼此是独立的, p 波能量不会转移到 s 波, s 波能量也不会转移到 p 波. 在晶体情况下则不然, s 波与 p 波会相互转换, r_{sp} 与 r_{ps} 一般不为零. 图 5 表示了 KTP 晶体反射系数随入射角 ψ_0 变化的关系曲线. 图 5 中的参数为: $\theta = 30^\circ, \phi = 45^\circ, \gamma = 60^\circ$. 从图 5 可以看出, r_{sp}, r_{ps} 虽不为零, 但数值较小, 与 r_{ss}, r_{pp} 相差约两个数量级 (图中显示的是 r_{sp}, r_{ps} 均放大 100 倍后的值). 这表明一般情况下 s 波与 p 波之间的耦合很弱.

如果固定光线入射角 ψ_0 而让光线方位角 γ 变化 (即入射光线不变而晶体绕其法线转动), 则结果如图 6 所示. 可以看出, γ 变化对 r_{ss}, r_{pp} 的取值影响很小, 但对 r_{sp}, r_{ps} 的影响很大.

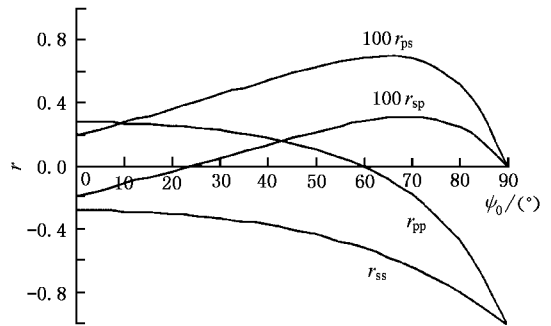


图 5 不同光线入射角下的反射系数 r_{ps}, r_{sp} 均放大了 100 倍

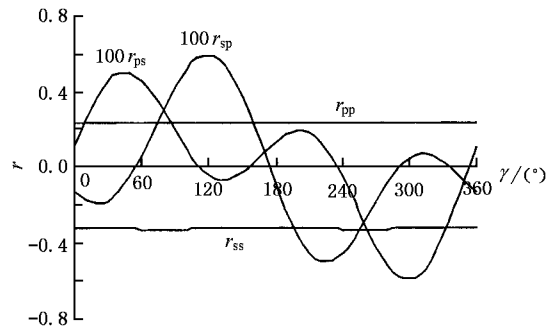


图 6 不同光线方位角下的反射系数 r_{ps}, r_{sp} 均放大了 100 倍

当 ψ_0 与 γ 的取值使 r_{pp}, r_{ps} 同时为零时, 反射光为完全线偏振光, 这就是晶体情况下的布儒斯特条件. 利用前面得到的公式, 用数值分析方法可求出相应的光线入射角和方位角 (记作 ψ_B 和 γ_B). 例如, KTP 晶体当 $\theta = 45^\circ, \phi = 30^\circ$ 时, 起偏方向有三组值 $(\psi_B, \gamma_B) = (60.70^\circ, 130.97^\circ), (61.06^\circ, 161.63^\circ)$ 和 $(60.54^\circ, 231.43^\circ)$.

4. 结 论

光在双轴晶体表面反射折射时, 如果入射面与主轴坐标面重合, 则结果与单轴晶体类似. 折射光波一种为寻常光, 另一种为非常光, 可以得到完整的解析解. 但光一旦偏离主轴坐标面, 两个光波都是非常光, 则求解十分困难. 本文引入了坐标变换处理双轴晶体问题, 表征坐标变换关系的三个角度意义明确、应用方便. 解的形式适应一般情况, 且编程计算十分容易. 本文将菲涅耳公式推广到晶体情况, 使反射折射时的振幅及能量关系的计算比简单的投影方法得到的数值更加精确可靠. 计算表明, 晶体表面反射光的偏振态不但与入射光的入射角有关,

还与它的方位角有关. 当入射光为自然光时, 只有若干个入射光的方向使反射光为完全偏振光.

- [1] Liang Q T 1990 *Appl. Opt.* **29** 1008
 [2] Shen W M, Shao Z X 2002 *Acta Opt. Sin.* **22** 765 [in Chinese] 沈为民、邵中兴 2002 光学学报 **22** 765]
 [3] Yao J Q, Sheng W D, Shi W Q 1992 *J. Opt. Soc. Am.* B **9** 891
 [4] Kato K 1991 *IEEE J. Quant. Electron.* **27** 1137
 [5] Zhang W Q 1992 *Appl. Opt.* **31** 570
 [6] Yao J Q 1995 *Nonlinear Optical Frequency Conversion and Tunable Lasers* (Beijing Science Press [in Chinese] 姚建铨 1995 非线性光学频率变换及激光调谐技术(北京 科学出版社)]

Reflection and refraction on the surface of a biaxial crystal^{*}

Shen Wei-Min Jin Yong-Xing Shao Zhong-Xing

(*College of Information Engineering, China Institute of Metrology, Hangzhou 310018, China*)

(Received 17 January 2003 ; revised manuscript received 19 May 2003)

Abstract

A method to solve the problems about reflection and refraction on the surface of a biaxial crystal is introduced, which can be applied to calculating refractive index, polarization direction, wave vector, Poynting vector of refracted waves for any direction of incidence and any orientation of major axes. The formulae to calculate electric amplitude and optical power of each light beam are derived. The results of numerical calculations for a KTP crystal are given.

Keywords : biaxial crystal, birefringence, Fresnel formula, Brewster angle

PACC : 4225, 4225G, 4225L

^{*} Project supported by the Natural Science Foundation of Zhejiang Province, China(Grant No.102018).