第 52 卷 第 12 期 2003 年 12 月
1000-3290/2003/52(12)/3055-06

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.52,No.12,December,2003

Haar-Gaussian 小波变换在边缘测量中的应用

宋菲君[1)] 赵文杰[2)] S. Jutamulia[3)] 宋建力[1)] 姚思一[1)] 王 栋[4)]

[1)](中国科学院大恒集团有限公司,北京 100086)

[2)](兰州交通大学数理与软件工程学院,兰州 730070)

[3)](Optical and Photonic Engineering Department, University of Northern California, Petaluma, CA 94954, USA)

[4)](北方交通大学计算机学院,北京 100044)

(2003 年 6 月 17 日收到;2003 年 7 月 18 日收到修改稿)

应用 Harr-Gaussian 小波变换对图形图像的边缘进行频域分析,建立边缘测量的物理模型,并用带宽匹配方法和远心测量光学系统,在大景深物体测量中获得准确的结果.

关键词:小波变换,边缘测量,测不准原理,远心系统,图像识别,自动检测

PACC:4230

1. 引 言

自然界或人工形成的图形图像总是会包含一些不同的区域,一些物理参量(如亮度、照度、色度)在区域内部缓慢变化,在区域之间则发生急剧变化,形成区域的边界或边缘. 从物理学的角度来看,边缘是区域间的过渡,往往包含许多感兴趣的信息. 从图像识别或特征识别的角度来看,图像的重要特征之一是它的轮廓,有时往往只需要认定它的轮廓,并不一定要研究它的内部细节. 轮廓就是图形的边缘,一旦图形的边缘被清晰地勾勒出来,这一图形就容易识别了. 所以边缘探测是图形或特征识别的重要课题. 在光学测量中,也必须首先准确确定物体边缘. 边缘探测是图形识别、机器人视觉、医学生物图像处理、光学-光电测量等许多应用领域的基础[1—5]. 因此有必要首先建立边缘的物理模型,对边缘的主要参量(如边缘位置、宽度)进行定义.

假设我们用一个光学成像系统加计算机图像处理系统来进行测量. 物体通常是三维的,被测部位相对于测量系统的距离一般并不相同,即被测物体是有景深的. 物体的景深引起测量中的两个问题:首先,成像系统对不同物距物体的放大倍率不同,引起测量的误差;其次,光学系统只有有限的景深,在该景深范围内的物体的像有足够的清晰度,边缘很锐,容易准确确定,该范围以外的物体的图像清晰度下降,边缘变得模糊. 物体尺度不同,景深不同,同样性质的边缘像的宽度也不同,这就是离焦效应. 在大尺度物体测量中,上述两个问题非常突出,叠加在图像上的噪声又进一步影响了测量精度.

解决第一个问题的方案是采用远心物镜[6]. 边缘探测通常是用数值微分或差分方法来处理的,在图像比较清晰的情况下该方案可以得到比较满意的结果,但在大景深离焦、大噪声的测量环境下,数值微分的精度较差,无法满足精确测量的要求. 近年来,小波变换广泛用于边缘探测,获得了比常规的微分或差分方法更为准确、适应性更强的结果[2,4,5,7,8]. 特别是小波变换的中心频率与带宽之比与频率大小无关,这使小波变换作为一个测量过程,在不同的空间频率下具有相同的精度.

本文首先对图形图像的边缘进行定义,运用 Haar-Gaussian 小波(简称 H-G 小波)变换建立边缘的物理模型,并在频域中讨论了带宽匹配边缘检测的理论和方法,在测量具有不同宽度的边缘时恰当设定变换过程,使小波的宽度自动跟踪边缘的宽度,将小波变换的二维运算化简为一维运算,并运用远心测量光学系统,在很大的景深范围内获得了很高且一致的测量精度.

2. 边缘的物理模型

一个与 y 轴重合的高对比直边通过光学系统形成理想的几何像(如图 1(a)所示)可以表示为

$$\eta(x) = a\left(1 - 2\int_{-\infty}^{x} \delta(\xi)\mathrm{d}\xi\right)$$

$$= -a\ \mathrm{sgn}(x) = \begin{cases} a & (x < 0), \\ -a & (x \geqslant 0), \end{cases} \tag{1}$$

式中 $\mathrm{sgn}(x)$为符号函数.

实际的边缘往往是一个过渡区而不可能是几何的直边;再加上光学系统的像差、被成像物体的景深引起的离焦等因素,实际的边缘是渐变的,如图 1(b)所示.在非相干照明的情况下我们可以认为边缘函数(边缘的像)$f(x)$是点扩散函数(一维情况下为线扩散函数)$g(x)$和几何直边 $\eta(x)$的卷积,

$$f(x) = g(x) * \eta(x). \tag{2}$$

形成边缘的所有因素都包含在点扩散函数中.进一步设点扩散函数为高斯型,

$$g(x,\sigma) = \exp\left(-\left(\frac{x}{\sigma}\right)^2\right). \tag{3}$$

卷积的结果使直边像成为平缓的过渡区,这就是直边像的弥散效应,造成了测量误差.从物理学的角度看,物理边缘应当位于过渡区内参数变化最剧烈的地方.对于上述边缘模型,物理边缘恰恰就是几何边缘.我们进一步定义 $f(x)$在几何边缘处切线斜率的倒数为边缘过渡区的宽度,称为等效边缘宽度[9],就此建立了边界的物理模型.

将(1),(3)式代入(2)式,得到

$$f(x) = -\frac{a}{\sigma\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} g(\xi,\sigma)\mathrm{sgn}(x-\xi)\mathrm{d}\xi$$

$$= \frac{a}{\sigma\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\left(\frac{\xi}{\sigma}\right)^2\right]\ \mathrm{sgn}(x-\xi)\mathrm{d}\xi$$

$$= \frac{a}{\sigma\sqrt{\pi}}\int_{-x}^{x} \exp\left[-\left(\frac{\xi}{\sigma}\right)^2\right]\mathrm{d}\xi$$

$$= a\ \mathrm{erf}\left(\frac{x}{\sigma}\right), \tag{4}$$

式中 $\mathrm{erf}(x)$为误差函数.归一化系数确保 $f(x)$在 $x \to \pm\infty$时收敛到 $\pm a$.对(4)式取导数得

$$k_0 = k\big|_{x=0} = -\frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x}\bigg|_{x=0}$$

$$= -\frac{a}{\sigma\sqrt{\pi}}\left(\int_{-\infty}^{\infty} g(\xi,\sigma)\frac{\partial[\mathrm{sgn}(x-\xi)]}{\partial x}\mathrm{d}\xi\right)_{x=0}$$

$$= \frac{2a}{\sigma\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} g(\xi,\sigma)\delta(x-\xi)\mathrm{d}\xi\bigg|_{x=0}$$

$$= \frac{2a}{\sigma\sqrt{\pi}}. \tag{5}$$

从(5)式得到边缘等效宽度的表达式

$$\Delta S = \frac{2a}{k_0} = \sigma\sqrt{\pi} = 1.77\sigma. \tag{6}$$

根据傅里叶变换的基本性质,边缘函数频谱的等效宽度[9]

$$\Delta W = \frac{1}{\Delta S} = \frac{1}{\sqrt{\pi}\sigma} = \frac{k_0}{2a}. \tag{7}$$

(7)式即为测不准原理,边缘越陡峭,ΔS 越小,边缘函数 $f(x)$包含的高频分量越丰富,它的频带 ΔW 就越宽;反之,边缘越平缓,ΔS 越大,频带 ΔW 就越窄.在实际测量中,由于不同结构、具有不同离焦的物体边缘像具有不同的宽度,有的图像还带有较大的噪声,如果用相同的尺度进行处理,必然影响测量精度.

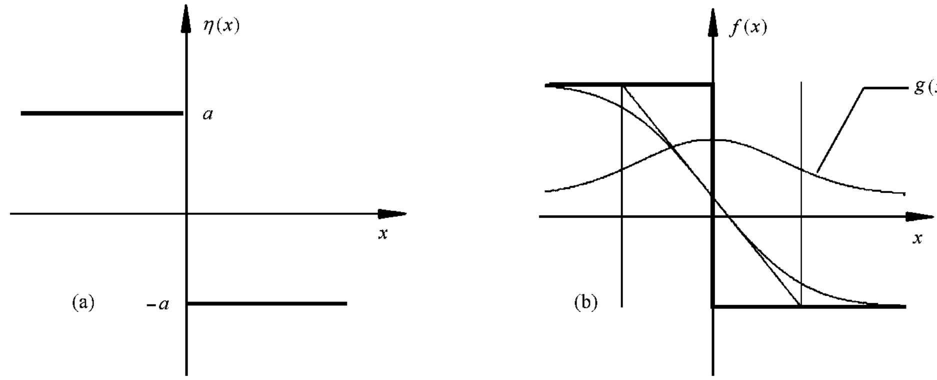

图 1 边缘模型 (a)几何边缘像;(b)具有过渡区的边缘函数,同时给出了点扩散函数 $g(x)$以及边缘函数的切线

3. H-G 小波变换和边缘检测

H-G 小波[7,8]定义为

$$h_s(x) = -\exp\left[-\left(\frac{x-q}{s}\right)^2\right] + \exp\left[-\left(\frac{x+q}{s}\right)^2\right]$$

$$0 < s < q, \tag{8}$$

式中 $s>0$ 为伸缩因子,q 则称为位置分离因子,简称分离因子(它不同于小波变换的位移因子 ξ). H-G 小波如图 2(a)所示. H-G 小波变换在边缘测量中有很成功的应用[7,8].

信号 $g(x)$ 的小波变换定义为小波 $h_s(x)$ 和 $g(x)$ 的内积,

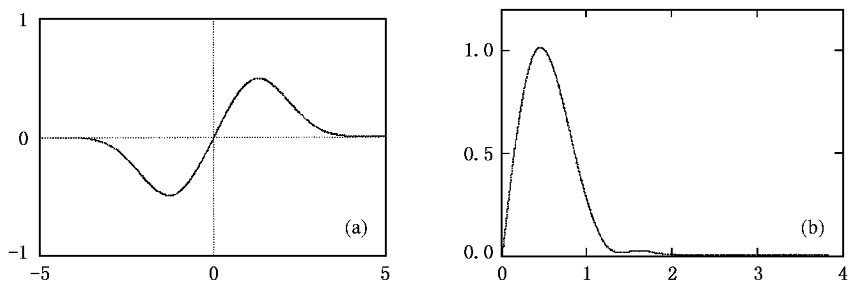

图 2 H-G 小波(a)及其傅里叶谱(b)

$$W\{g(x)\} = \int_{-\infty}^{\infty} h^*\left(\frac{\xi-x}{s}\right)g(\xi)\,\mathrm{d}\xi. \tag{9}$$

这里,积分变量 ξ 又称为位移因子,在频域中,小波变换的表达式为

$$W\{g(x)\} = \int_{-\infty}^{\infty} H_h(\nu)F(\nu)\exp(\mathrm{i}2\pi\nu\xi)\,\mathrm{d}\nu, \tag{10}$$

式中 $H_h(\nu)$, $F(\nu)$ 分别是小波 $h_s(x)$ 和边缘函数 $f(x)$ 的傅里叶变换. 根据定义,小波在空域和频域中都是有限扩展的,(10)式表明小波变换相当于一个滤波器,它的不为零的区域构成小波的"频率窗".

H-G 小波的"空间窗"(空域宽度)计算如下:

$$\Delta S_h = 2s\left[\frac{(h(x), x^2, h(x))}{(h(x), h(x))}\right]^{1/2}$$

$$= 2s\left[\int_{-\infty}^{\infty} x^2[h(x)]^2\mathrm{d}x\right]^{1/2} \Big/ \left[\int_{-\infty}^{\infty}[h(x)]^2\mathrm{d}x\right]^{1/2}, \tag{11}$$

式中(f,g)表示函数 f 和 g 的内积. 将(8)式代入(11)式,得到

$$\Delta S_h = 2sq\left(\frac{1+(1-\mathrm{e}^{-2q^2})/(2q)^2}{1-\mathrm{e}^{-2q^2}}\right)^{1/2}, \tag{12}$$

当 $q \geqslant 1$ 时,近似地有

$$\Delta S_h = 2sq. \tag{13}$$

H-G 小波的傅里叶谱为

$$H_h(\nu) = -2\mathrm{i}\,\sin(2\pi sq\nu)\,\mathrm{e}^{-(\pi s\nu)^2}. \tag{14}$$

得到的 H-G 小波的傅里叶谱如图 2(b)所示. $H_h(\nu)$ 的第一个极大值近似位于

$$\nu_c = 1/(4sq) \tag{15}$$

处. 我们可以近似地将 ν_c 当作 H－G 小波的傅里叶谱的中心频率,并以 $2\nu_c = 1/(2sq)$ 作为小波频谱的带宽,即频率窗宽度 ΔW_h,

$$\Delta W_h = 1/(2sq). \tag{16}$$

这样,就有与(7)式对应的测不准关系式

$$\Delta S_h \Delta W_h = 1. \tag{17}$$

小波变换作为小波函数和信号函数的卷积,是一个平滑过程. 可以把小波的空间宽度 ΔS_h 作为测量不确定度. 根据测不准原理,ΔS_h 越小,小波的频率窗 ΔW_h 越宽,它所提取的信号成分越丰富、完全. 但由于噪声(特别是白噪声)具有很宽的频带,加宽频率窗的代价是引入了更大的噪声,同样会加大测量误差. 对于一个具体的过程总有一个测量带宽的合理选择. 小波变换中心频率与频率窗的宽度之比 Q 是一个与测量精度有关的特征量,

$$Q = \nu_c/\Delta W_h = 1/2. \tag{18}$$

Q 与中心频率大小无关. 当中心频率增大时频率窗自动变宽,使小波变换作为一个检测过程,在不同的空间频率下具有相同的精度.

但小波变换也有严重的缺点:变换过程既要在空域对位移因子 ξ 进行卷积,又要在频域关于伸缩因子 s 施行全面的滤波手续,计算量非常大,无法满

足快速实时测量的要求．从上述的分析可以看出，在频域中小波变换相当于滤波．边缘作为一个局部的图像，其频谱也具有局部性，如果适当选择滤波器的宽度，使频率窗的宽度略大于边缘信号频域的有效宽度，既能充分地提取信号的有效成分，又可滤掉无关的成分和噪声，从而获得较高的信噪比．由测不准原理(7)式可知，边缘信号的频域宽度 ΔW 与边缘的斜率 k_0 成正比，只需粗略测出 k_0 就可以大致确定 ΔW．选择恰当宽度的小波频率窗 ΔW_h，既保证了变换的精度，又可将二维运算简化为一维运算，从而大大节省运算时间，我们称之为小波变换的匹配算法．ΔW_h 与 ΔW 之比称为匹配系数 β．由(7)式和(16)式，可得

$$\begin{aligned}\beta &= \Delta W_h/\Delta W = \Delta S/\Delta S_h \\ &= a/(qk_0) = \sqrt{\pi}\sigma/(2sq). \end{aligned} \tag{19}$$

当保持 β 不变时，边缘的宽度与小波空域宽度之比也将不变．小波变换匹配算法的实质就是用不同伸缩系数 s 的小波自动跟踪不同宽度的边缘．

将边缘函数(4)式代入 H-G 小波变换在频域中的表达式(10)式，经过运算，得到边缘函数的 H-G 小波变换

$$\begin{aligned} W\{f\} &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin(2\pi sq\nu)}{\pi\nu} \mathrm{e}^{-\pi^2(s^2+\sigma^2)\nu^2} \mathrm{e}^{\mathrm{i}2\pi x\nu}\mathrm{d}\nu \\ &= \frac{1}{2}\left[\mathrm{erf}\left(\frac{x - x_0}{\sigma\mu}\right) - \mathrm{erf}\left(\frac{x + x_0}{\sigma\mu}\right)\right], \\ \mu &= \sqrt{1 + \frac{\pi}{4\beta^2 q^2}}, \\ x_0 &= \sqrt{\pi}\sigma/(2\beta). \end{aligned} \tag{20}$$

图3为边缘函数的 H-G 小波变换，图中分别给出 $\beta = 0.5, 1, 2, 10$ 四种情况．可以看出，当 β 较小时，由于小波的频率窗未能完全覆盖边缘函数的频带，变换曲线的峰较宽，可能影响测量精度．小波变换的高斯峰宽度 Δx_W 近似为

$$\Delta x_W \approx 2\sigma\mu \approx 2\sigma\left(1 + \frac{\pi}{8\beta^2 q^2}\right). \tag{21}$$

当 β 较大时，峰的宽度趋于不变．以上已及，β 过大时小波的频率窗过宽，有可能把较多的高频噪声带入变换，也不利于精密测量，所以我们应当选择合适的 β 值．此外，由(20)式可知，

$$\left.\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}x}\right|_{x=0} = 0, \tag{22}$$

变换峰的极大值指示了几何边缘的位置．

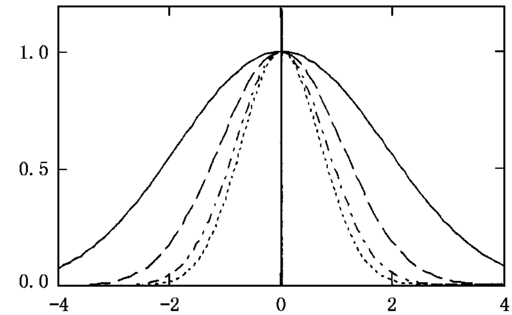

图3 边缘函数的 H-G 小波变换 $\beta = 0.5$(实线)，$\beta = 1$(虚线)，$\beta = 2$(点划线)，$\beta = 10$(点线)

4．实验系统及测量结果分析

实验系统如图4所示．透镜 L_1，L_2 和光阑 S 构成远心测量物镜，光阑 S 位于前透镜 L_1 的后焦面上，因而通过光阑中心的主光线经过物镜 O_1 后在物空间与光轴平行．一系列物体 $O_1, O_2, \cdots, O_n$ 等通过系统成像在电荷耦合器件(CCD)上．其中 O_1 与 CCD 关于系统共轭，它在 CCD 上形成清晰像．$O_2, \cdots, O_n$ 位于物空间的不同离焦位置 Δ，它们的像具有弥散(模糊像)．但由于系统主光线平行于光轴，系统对于离焦物体的放大率不变，这就是远心测量的原理．

实验中系统前透镜的焦距为 500 mm，测量位于不同距离、具有不同离焦量(Δ 从 0 增加到 180 mm)的圆孔直径．最基本的测量乃是根据计算机图像采集系统的每一行灰度数据确定圆孔的边缘位置，然后用曲线拟合法计算圆孔参数．图5给出在不同位置的一组边缘灰度曲线 $f(x)$、它的 H-G 小波变换 $W\{f(x)\}$，同时给出边缘函数的频谱 $H(\nu)$ 和小波的频谱 $H_h(\nu)$．小波的频率窗宽度选为相应边缘函数带宽的3倍($\beta = 3$)．在处理过程中，首先进行一次给定宽度的小波变换，近似得到边缘灰度曲线的中点(即斜率为极值的点)，该点是几何边缘的初级近似．算出该点灰度曲线的斜率 k_0，由 k_0 和 β 就可以确定小波变换的参数，根据不同的参数再进行小波变换，其极大值指出了边缘的准确位置．

表1给出不同离焦量情况下用曲线拟合法计算出来的圆孔直径．结果表明，由于小波频率窗的宽度自动跟随边缘函数的带宽，在不同的离焦量、不同的边缘宽度的测量条件下得到了比较接近的计算精

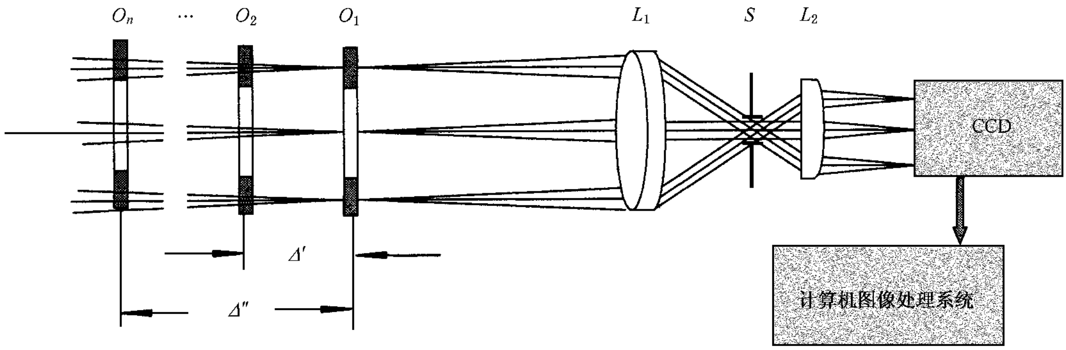

图 4　实验系统示意图　O_1-O_n 为待测物体(圆孔)，L_1-S-L_2 为远心测量物镜，S 为光阑

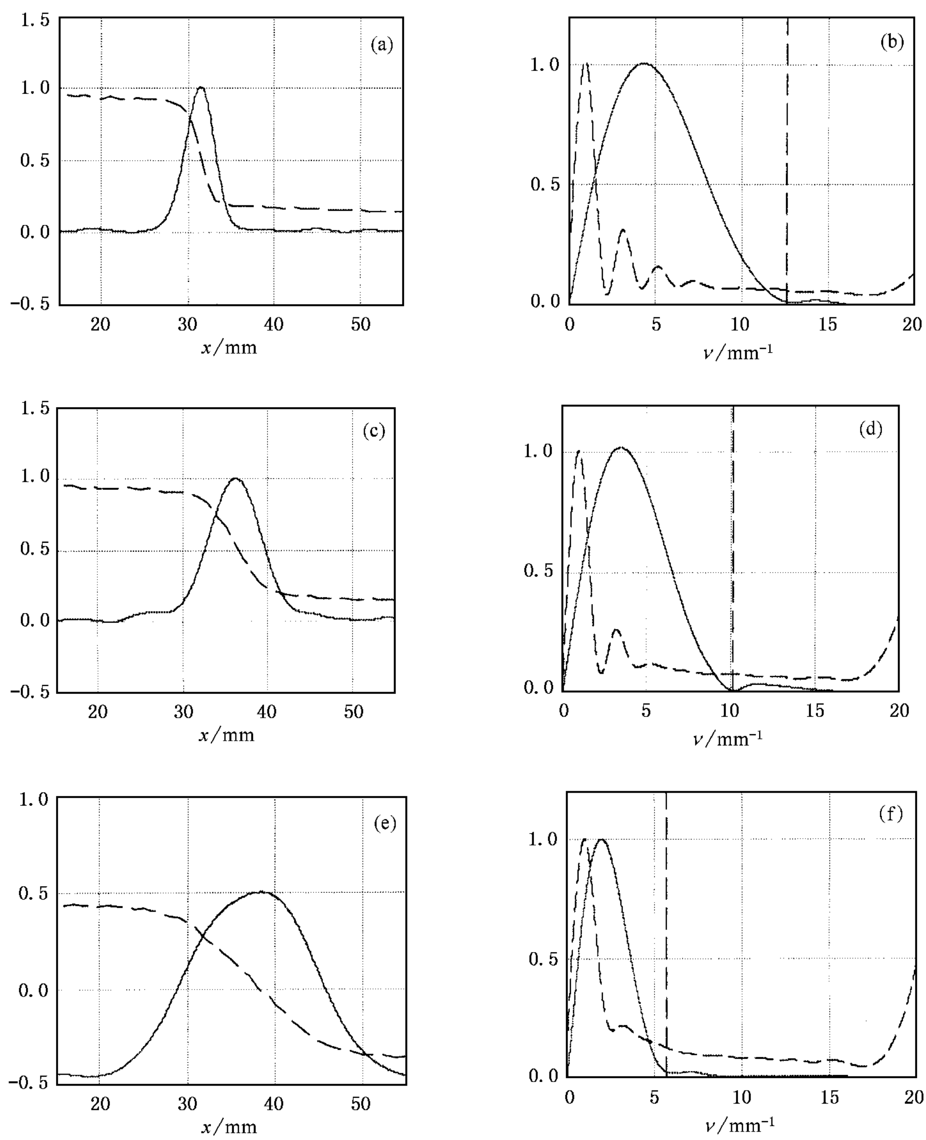

图 5　不同离焦量下的边缘函数、小波变换((a)，(c)，(e))和它们的频谱((b)，(d)，(f))　边缘函数及其频谱以虚线表示，小波变换及其频谱以实线表示．离焦量：(a)，(b) $\Delta=0$；(c)，(d) $\Delta=80$ mm；(e)，(f) $\Delta=180$ mm．图中的垂直虚线为小波的频率窗宽度

度,最大相对偏差为 0.22% ,平均偏差仅 0.075% .

表 1 不同离焦量情况下圆孔直径(标称值 = 29.98 mm)

离焦量 Δ/mm	直径 d/mm	偏差 Δd/mm
− 180	29.957	− 0.023
− 140	29.986	0.006
− 120	29.987	0.007
− 80	29.992	0.012
− 40	30.000	0.020
− 20	29.991	0.011
0	29.973	− 0.007
10	29.953	− 0.027
20	29.935	− 0.045
50	29.912	− 0.068

在较大的焦深下获得较为准确的测量结果,意味着有可能在较高的精度下进行大尺度物体的测量.

5. 结 论

我们首先运用测不准原理建立了图形边缘的物理模型,并在空域和频域对 H-G 小波变换边缘检测进行详细的分析,提出匹配算法使小波的宽度自动跟踪边缘的宽度,保证了变换精度和计算速度的双重要求.在实验中采用了远心系统对大景深物体进行测量,获得了准确、接近一致的结果,表明 H-G 小波变换及其匹配算法是边缘测量和分析的有力工具.

[1] Qiang X,Liao G 2002 *Proc*. *SPIE* **4738** 448

[2] Lee Y,Kozaitis S 1998 *Opt*. *Engin*. **3391** 336

[3] Shi Z,Zhang D,Wang H *et al* 2000 *Proc*. *SPIE* **4056** 450

[4] Lee Y,Kozaitis S P 1999 *Proc*. *SPIE* **3716** 185

[5] Talukder A,Casasent D P 1998 *Proc*. *SPIE* **3391** 336

[6] Whetherell W B 1995 *Handbook of Optics* (Vol. Ⅱ) Bass M,Stryland E W V,Williams D R,Wolfe W L ed (New York:McGraw-Hill) Chap. 2

[7] Song F J,Yu L,Jutamulia S 2000 *Opt*. *Engin*. **39** 1190

[8] Song F J,Jutamulia S 2002 *Opt*. *Engin*. **41** 50

[9] Song F J 1986 *Acta Opt*. *Sin*. **6** 137(in Chinese)[宋菲君 1986 光学学报 **6** 137]

Application of Haar-Gaussian wavelet transform to edge-detection

Song Fei-Jun[1)] Zhao Wen-Jie[2)] S. Jutamulia[3)] Song Jian-Li[1)] Yao Si-Yi[1)] Wang Dong[4)]

[1)] (*China Daheng Group*, *Incorporation*, *Chinese Academy of Sciences*, *Beijing* 100086, *China*)

[2)] (*Institute of Mathematics*, *Physics and Software Engineer*, *Lanzhou Jiaotong University*, *Lanzhou* 730070, *China*)

[3)] (*Optical and Photonic Engineering Department*, *University of Northern California*, *Petaluma*, *CA* 94954, *USA*)

[4)] (*Institute of Computer*, *Northern Jiaotong University*, *Beijing* 100044, *China*)

(Received 17 June 2003; revised manuscript received 18 July 2003)

Abstract

The Haar-Gaussian wavelet transform is applied to analyze the pattern edges in the frequency domain and to establish a physical model for the edge detection. The bandwidth-matching algorithm is proposed. A telecentric optics is used to achieve a high-precision edge detection results with large-depth of focus.

Keywords: wavelet transform, edge detection, uncertainty principle, telecentric system, pattern recognition, automatic inspection

PACC: 4230