第 52 卷 第 2 期 2003 年 2 月
1000-3290/2003/52(02)/0421-07

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.52, No.2, February, 2003

电子束驱动的回旋激射不稳定性*

陈雁萍[1)4)†] 周国成[2)] 吴京生[3)5)]

[1)] (中国科学院国家天文台，北京 100012)

[2)] (中国科学院空间科学和应用研究中心，北京 100080)

[3)] (中国科学技术大学地球和空间科学学院，合肥 230026)

[4)] (中国科学院物理研究所，北京 100080)

[5)] (美国马里兰大学物理科学和技术研究所)

(2002 年 5 月 10 日收到；2002 年 7 月 1 日收到修改稿)

对弱相对论性电子束驱动的回旋激射(maser)不稳定性的一般理论作了详细讨论.对在获得增长率实用表达式过程中若干解析表达式的推导与细节做了仔细的补充讨论和说明,还增加了增长率的近似表达式,并由此得到了回旋激射不稳定性主要特征的解析分析以及与精确计算的比较,使整个理论有一个完整的描述.侧重解析讨论,也提供了部分一般性的数值计算结果.

关键词：回旋激射不稳定性，弱相对论性电子束，增长率

PACC：5225P，5235P

1. 引　　言

在等离子体物理中,快电子束可以激发波是众所周知的,所谓的尾部隆起不稳定性就是一个例子.但是大多数不稳定性只放大静电波或者低频电磁波,而不能激发相速度高于光速的高频电磁波.最近在太阳射电物理的研究中,发现在一些条件下快电子束可以导致回旋激射不稳定性,从而放大高频电磁波[1,2].其理由是在太空和天体等离子体中,如日冕和行星际空间,普遍存在着相当强的磁流体湍流.因此可以预期高能电子束流会受到投射角散射的影响,这样在文献中通常用位移麦克斯韦分布描述川流电子[3,4]是说不过去的.

对地球磁层中的回旋激射不稳定性的研究,多年来大部分讨论仅限于具有损失锥型分布函数的高能电子,只是最近才被扩展到具有束分布的高能电子.然而文献[1]的主要目的是讨论射电现象,对束流引起的回旋激射不稳定性仅考虑了极为有限的参数范围.为此,Chen 等[5]作了较为详细的数值计算并考虑了扩大的参数空间;同时讨论了波矢在平行于磁场方向的分量与电子束速度同向($k_z>0$)和反向($k_z<0$)传波的两种情况.由于多种原因,对不少解析表达式的推导与细节没有讨论和说明,对整个理论的理解会有一定程度的困难.本文在这方面作了详尽的叙述与讨论,是对文献[1]和[5]的进一步补充和扩展.

我们认为,束流回旋激射不稳定性不仅可以用于太空和天体射电辐射现象的研究,而且从等离子体物理的观点看,它也有其自身的意义和更广泛的应用.

2. 基本考虑和主要假设

本文主要讨论束回旋激射不稳定性的基本理论.假设除了背景热等离子体外,还存在沿着磁场流动的稀薄的快电子束.因为等离子体密度和磁场的不均匀尺度比我们考虑的波的波长要长得多,于是把等离子体和磁场当作是均匀的.研究的中心问题是快电子束如何能通过等离子体不稳定性引起电磁辐射放大.众所周知,在等离子体物理中快电子束对应的分布函数是决定性的.快电子束的分布函数必须与所考虑的物理状况相适应.本文采用文献[1]的分布函数形式

* 中国科学院重点项目(批准号：KJCX2-N08)和国家自然科学基金(批准号：40025413 和 40074043)资助的课题.

† E-mail：chen_yanping@263.net

$$F_b = D\exp\left[-\frac{(u-u_0)^2}{\Delta^2} - \frac{(u_\perp - u_{\perp 0})^2}{\alpha^2}\right], \quad (1)$$

式中 D 是归一化常数;$u = p/m_e$ 是单位质量的动量;下脚标 $\perp$ 表示垂直于磁场方向的分量;Δ 和 α 代表动量空间中相应动量的弥散度;u_0 和 $u_{\perp 0}$ 分别是在分布函数峰值处 u 和 $u_\perp$ 的值. 在弱不均匀的等离子体中可以把 u 和 $u_\perp$ 看作运动常数. 这里我们考虑 $\Delta < \alpha$ 的情形. 在球坐标中,(1)式可改写成

$$F_b = D\exp\left[-\frac{(u-u_0)^2}{\Delta^2} - \frac{(\nu(\mu)-\nu_0)^2}{\beta^2}\right],$$

$$0 \leqslant \mu \leqslant 1;F_b = 0, \mu < 0. \quad (2)$$

这里

$$\frac{1}{D} = \pi\Delta^3\left\{\frac{u_0}{\Delta}\exp\left(-\frac{u_0^2}{\Delta^2}\right) + \frac{\sqrt{\pi}}{2}\left(1+\frac{2u_0^2}{\Delta^2}\right)\right.$$
$$\left.\times\left[1+\mathrm{erf}\left(\frac{u_0}{\Delta}\right)\right]\right\}$$
$$\times\int_0^1 \mathrm{d}\mu \exp\left[-\frac{(\nu(\mu)-\nu_0)^2}{\beta^2}\right],$$

并且 $\nu(\mu) \equiv \sqrt{1-\mu^2}$, $\nu_0 = u_{\perp 0}/u_0$, $\beta = \alpha/u_0$, $\mu = \cos\phi$(ϕ 是动量空间的投射角).

对于折射率($N = ck/\omega$)小的波,共振条件中的相对论效应是重要的,即使对弱相对论电子也是如此,极光千米波辐射的理论[6]就是一个很好的例子,其中电子能量只有几个 keV. 有相对论效应的共振条件是

$$\omega\sqrt{1+u^2/c^2} - m\Omega - \omega N(u_z/c)\cos\theta = 0, \quad (3)$$

式中 c 是光速;θ 是波矢与磁场间的夹角;m 是谐数;Ω 是电子回旋频率(>0);u_z 是 z 方向或平行于磁场 $\boldsymbol{B}_0 = B_0 z$ 的分量. 当 $N<1$ 时,即使 $u^2/c^2 \ll 1$,(3)式中的相对论修正项和多普勒位移项是同量级的. 其次,(3)式中相对论项的存在定性地改变了共振条件的性质. 没有相对论项,共振条件在动量空间中是一条直线,而包含相对论项后,它是一个椭圆.

不稳定性条件与快电子束的分布函数形式密切相关. 如同 Melrose[7] 和 Benz[8] 所评论的,过去只注意到损失锥型分布函数. 最近 Yoon 等[9] 讨论了部分球壳分布函数情形. 不稳定性的普遍条件,在球坐标的动量空间中可以表达成

$$\left\{\left[\frac{\partial}{\partial u} + \left(\frac{N_q\cos\theta}{c} - \frac{\mu}{u}\right)\frac{\partial}{\partial\mu}\right]F_b(u,\mu)\right\}_{u=u_r} > 0, \quad (4)$$

其中 $u = u_r$ 满足共振条件

$$\omega_q\sqrt{1+u^2/c^2} - m\Omega - \omega_q N_q\mu(u/c)\cos\theta = 0. \quad (5)$$

在(4)和(5)式中频率 ω_q 和折射率 N_q 与模式为 q 的波相关,$q = \pm$. 在第 3 节中将进一步讨论条件(4). 对近似于垂直传播的波,条件(4)简化成

$$\left[\frac{\partial}{\partial u} - \frac{\mu}{u}\frac{\partial}{\partial\mu}\right]F_b\bigg|_{u=u_r} = \frac{\partial F_b}{\partial u_\perp}\bigg|_{u=u_r} > 0. \quad (6)$$

它解释了 Wu 和 Lee 理论[6]首先考虑的损失锥分布导致回旋激射不稳定性的原因.

在本文的讨论中考虑快电子束密度比背景等离子体密度低得多. 因此在讨论波的色散关系时可以略去快电子束. 但是在讨论增长率时快电子束效应占优势. 这样就可以分别讨论色散关系和增长率.

本文只讨论高频电磁波,波的相速度远大于背景电子的热速度,因而背景电子的热效应是不重要的,可以忽略. 这就大大简化了色散关系. 让我们考虑模为 q 的波,它的频率和增长率分别为 ω_q 和 ω_{qi}. 在文献[7,10,11]中已经讨论过高频电磁波色散关系,它可以写成

$$N_q^2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_q(\omega_q + \tau_q\Omega)}, \quad (7)$$

其中

$$\tau_q = -s_q + q\sqrt{s_q^2 + \cos^2\theta}, \quad (8)$$

$$s_q = \frac{\omega_q\Omega\sin^2\theta}{2(\omega_q^2 - \omega_p^2)}, \omega_q^2 > \omega_p^2, \quad (9)$$

ω_p 是背景电子的等离子体频率;q 指波的模式,$q = +$ 为寻常模或 O 模,$q = -$ 为快异常模或 X 模.

3. 增长率表达式及其性质的讨论

为了有助于讨论,定义两个量:一个是张量 Λ_{ij},它与介电张量 $\varepsilon_{ij}(k,\omega)$ 相关:

$$\Lambda_{ij} = \frac{c^2}{\omega^2}(k_ik_j - k^2\delta_{ij}) + \varepsilon_{ij}. \quad (10)$$

另外一个是单位极化矢量 $\boldsymbol{a}$. 在本文所考虑的情形下,ε_{ij} 可以写成 $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^0 + \varepsilon_{ij}^b$,其中 ε_{ij}^0 是与背景等离子体相关的部分,ε_{ij}^b 来自快电子的贡献. 如果预测增长率 ω_{qi} 比频率 ω_q 小得多,那么就可以得到一个 q 模增长率 ω_{qi} 的形式表达式[7,12]

$$\omega_{qi} = -\frac{\mathrm{Im}(a_i\varepsilon_{ij}^b a_j^*)}{\frac{\partial}{\partial\omega}\mathrm{Re}(a_i\Lambda_{ij}^0 a_j^*)}, \quad (11)$$

式中 $\omega = \omega_q$;Im(…)和 Re(…)分别为(…)的虚部和

实部；a^* 是 a 的复共轭. 需指出，(11)式是在背景热电子的阻尼可以忽略的假定下导出的. 极化矢量 a 可以表达成[7]

$$\boldsymbol{a} = \frac{K_q\boldsymbol{\kappa} + T_q\boldsymbol{t} + \mathrm{i}\boldsymbol{p}}{(K_q^2 + T_q^2 + 1)^{1/2}}, \tag{12}$$

其中 $\boldsymbol{\kappa},\boldsymbol{t},\boldsymbol{p}$ 是单位方向矢量：

$$\boldsymbol{\kappa} = \frac{\boldsymbol{k}}{k}, \boldsymbol{t} = \frac{\boldsymbol{k}\times(\boldsymbol{k}\times\boldsymbol{p})}{k^2}, \boldsymbol{p} = \frac{\boldsymbol{p}\times\boldsymbol{k}}{k}, \boldsymbol{b} = \frac{\boldsymbol{B}_0}{B_0}. \tag{13}$$

$$K_q = \frac{(\varepsilon_{zz}^0 - N_q^2)\varepsilon_{xy}^0}{(\varepsilon_{zz}^0\cos^2\theta + \varepsilon_{xx}^0\sin^2\theta)N_q^2 - \varepsilon_{xx}^0\varepsilon_{zz}^0}, \tag{14}$$

$$T_q = \frac{\varepsilon_{xy}^0\varepsilon_{zz}^0\cos\theta}{(\varepsilon_{zz}^0\cos^2\theta + \varepsilon_{xx}^0\sin^2\theta)N_q^2 - \varepsilon_{xx}^0\varepsilon_{zz}^0}, \tag{15}$$

$$\varepsilon_{xx}^0 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \Omega^2},\ \varepsilon_{xy}^0 = \frac{\omega_p^2\Omega}{\omega(\omega^2 - \Omega^2)},$$

$$\varepsilon_{zz}^0 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2},$$

式中 $\omega = \omega_q$. 利用这些定义就可以对 $\omega_q \approx m\Omega$ 的波得到增长率的显示表达式(细节见附录)

$$\begin{aligned}\omega_{qi} = {} & \frac{\pi}{2}\frac{n_{\mathrm{b}}}{n_0}\frac{\omega_p^2}{\omega_q}\frac{1}{(1+T_q^2)R_q}\int \mathrm{d}^3\boldsymbol{u}\gamma(1-\mu^2) \\ & \times\delta\left(\gamma - \frac{m\Omega}{\omega_q} - \frac{N_q\mu u}{c}\cos\theta\right)\left\{\frac{\omega_q}{\Omega}\left[\gamma K_q\sin\theta\right.\right. \\ & \left.\left. + T_q\left(\gamma\cos\theta - \frac{N_q\mu u}{c}\right)\right]\frac{\mathrm{J}_m(b_q)}{b_q} + \mathrm{J}_m'(b_q)\right\}^2 \\ & \times\left[u\frac{\partial}{\partial u} + \left(\frac{N_q u\cos\theta}{c\gamma} - \mu\right)\frac{\partial}{\partial\mu}\right]F_{\mathrm{b}}(u,\mu),\end{aligned} \tag{16}$$

其中 $\mathrm{J}_m(b_q)$和 $\mathrm{J}_m'(b_q)$分别是贝塞耳函数和它的导数；$b_q = N_q(\omega_q/\Omega)(u/c)\sqrt{1-\mu^2}\sin\theta$；$\gamma = \sqrt{1+u^2/c^2}$；而

$$\begin{aligned}R_q \equiv {} & 1 - \frac{\omega_p^2\Omega\tau_q}{2\omega_q(\omega_q + \tau_q\Omega)^2} \\ & \times\left(1 - q\frac{s_q}{\sqrt{s_q^2 + \cos^2\theta}}\frac{\omega_q^2 + \omega_p^2}{\omega_q^2 - \omega_p^2}\right).\end{aligned}$$

式中 q,τ_q,s_q 已在(7),(8),(9)式中定义. 对以上增长率的表达式也可参阅文献[9,13—15]. 显然，上述分析是在相对论电子束的一般情况下得到的，既适用于 X 模，也适用于 O 模. 需指出两点：第一，由(16)式，表达式(4)给出的不稳定性条件更清晰了. 第二，在平行传播情况下，$\theta = 0$，此时 $K_q = 0$，$T_q = -q$(参考(21),(22)式)，则(16)式括号 {…} 中的量(称为 M)可以大大简化. 尤其当 $b_q \to 0$ 时

$$M = \left\{-qm\frac{\mathrm{J}_m(b_q)}{b_q} + \mathrm{J}_m'(b_q)\right\}^2 \to \frac{1}{4}(-qm+1)^2.$$

对 O 模($q = +$)，$M \to 0$. 这个结果意味着平行传播的 O 模不可能被激发.

在很多情形下，更感兴趣的是空间放大而不是时间增长. 为了讨论空间放大可定义空间放大率 Γ_q：

$$\Gamma_q = \frac{\omega_{qi}}{\dfrac{\partial\omega}{\partial k}} = \frac{\omega_{qi}R_q}{W_q}, \tag{17}$$

这里

$$W_q = c\sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_q(\omega_q + \tau_q\Omega)}}.$$

有关 X 模的特征，可以参阅文献[4]. 下面只考虑 O 模，且限于弱相对论电子束情形. 这样，(16)式中除了在代表共振条件的 δ 函数的宗量中保留相对论效应的重要影响外，其余的 γ 都用 1 代替. 而且从共振条件可见，如果 $k_z < 0$，波频率必须低于 $m\Omega$. 同时由共振条件，在弱相对论情形下的共振动量可写成

$$\frac{u_{rl}}{c} = N_+\mu\cos\theta + l\sqrt{N_+^2\mu^2\cos^2\theta + 2\left(\frac{m\Omega}{\omega_+} - 1\right)},$$

$$l = \pm, \tag{18}$$

可以看出：1)除非 $k_z = k\cos\theta > 0$，并且 $m\Omega < \omega$，否则 u_{r-} 不可能存在；2)一般而言，u_{r+} 是有意义的，除非 $k_z = k\cos\theta < 0$，并且 $m\Omega < \omega$；3)因为共振动量依赖于 $\cos\theta$ 的符号，所以波的激发相对于 $|\cos\theta|$ 是不对称的；4)(18)式描述的共振动量 u_{rl} 代表 u/c 空间中的一个位移圆，其位移 $\pm N_+|\cos\theta|$ 沿着 u_z/c 轴，正负号分别对应于 $k_z > 0$ 和 $k_z < 0$ 的情形. 圆的半径 R_C 为

$$R_C = \sqrt{2\left(\frac{m\Omega}{\omega_+} - 1\right)N_+^2\cos^2\theta}. \tag{19}$$

根据(4)式，如果在动量空间共振圆与电子束分布有正斜率的部分相重叠，则波的增长为最佳.

为了简单起见，下面对所有与波相应的量略去 O 模的脚标 $q = +$. 我们首先利用共振条件求得(16)式中对 u 的积分，得到在谐数 m 附近 O 模的增长率表达式

$$\begin{aligned}\omega_i = {} & \pi^2\frac{n_b}{n_0}\frac{\omega_p^2}{\omega}\frac{c}{(1+T^2)R} \\ & \times\int_0^1\mathrm{d}\mu\frac{(1-\mu^2)}{\sqrt{N^2\mu^2\cos^2\theta + 2(m\Omega/\omega - 1)}}\end{aligned}$$

$$\times \sum_{l=\pm} u_{rl}^2 \left\{ \frac{\omega}{\Omega} \left[K \sin\theta + T\left(\cos\theta - \frac{N\mu u_{rl}}{c} \right) \right] \right.$$
$$\left. \times \frac{\mathrm{J}_m(b_{rl})}{b_{rl}} + \mathrm{J}_m'(b_{rl}) \right\}^2 \left[\frac{(u_0 - u_{rl}) u_{rl}}{\Delta^2} + \frac{1}{\beta^2} \right.$$
$$\left. \times \left(1 - \frac{\nu_0}{\nu(\mu)} \right) \left(1 - \mu^2 - \frac{m\Omega}{\omega} \right) \right] F_b(u_{rl}, \mu), \quad (20)$$

其中 $b_{rl} = N(\omega/\Omega)(u_{rl}/c)\sqrt{1-\mu^2}\sin\theta$.我们再次强调此后共振动量 u_{r-} 只是当 $k_z = k\cos\theta > 0$ 和 $m\Omega < \omega$ 时才存在.O 模相应的 $R(q=+)$ 仍然由(16)式后面的表达式定义.另外

$$K = \frac{\omega_p^2 \Omega \sin\theta}{(\omega^2 - \omega_p^2)(\omega + \tau\Omega)}, \quad (21)$$

$$T = -\frac{\cos\theta}{\tau}, \quad (22)$$

$$R \equiv 1 - \frac{\omega_p^2 \Omega\tau}{2\omega(\omega+\tau\Omega)^2} \left(1 - \frac{s}{\sqrt{s^2 + \cos^2\theta}} \frac{\omega^2 + \omega_p^2}{\omega^2 - \omega_p^2} \right), \quad (23)$$

其中

$$\tau = -s + \sqrt{s^2 + \cos^2\theta},$$
$$s = (\omega\Omega\sin^2\theta)/2 \mid \omega^2 - \omega_p^2 \mid .$$

在(20)式的推导中,已经利用了以下关系:

$$\delta\left(\gamma - \frac{m\Omega}{\omega} - \frac{N\mu u}{c}\cos\theta \right)$$
$$= \frac{c}{\sqrt{N^2\mu^2\cos^2\theta + 2(m\Omega/\omega - 1)}} \sum_{l=\pm} \delta(u - u_{rl}) \quad (24)$$

和

$$\left[u_{rl} \frac{\partial F_{\mathrm{b}}(u,\mu)}{\partial u} + \left(\frac{N u_{rl}}{c}\cos\theta - \mu \right) \frac{\partial F_{\mathrm{b}}(u,\mu)}{\partial \mu} \right]_{u = u_{rl}}$$
$$= 2\left[\frac{(u_0 - u_{rl}) u_{rl}}{\Delta^2} + \frac{1}{\beta^2} \left(1 - \frac{\nu_0}{\nu(\mu)} \right) \right.$$
$$\left. \times \left(1 - \mu^2 - \frac{m\Omega}{\omega} \right) \right] F_{\mathrm{b}}(u_{rl}, \mu). \quad (25)$$

对(20)式还可以做近似处理.虽然对 μ 的积分是在整个 $0 \leqslant \mu \leqslant 1$ 的范围,但其有效的范围只是占很小一部分.假如,设(2)式中 $\nu_0 = 0.2$.这就意味着分布函数的峰值在 $\mu_0 = 0.98$,其中 $\nu(\mu_0) = \nu_0$.再设 $\beta = 0.3$,相应于投射角的弥散度为 $\delta\mu \approx 0.1$.事实上只有与 u_0 足够接近的共振动量 u_r 才对增长率有贡献.基于这些考虑我们增加以下约束方程:

$$u_0/c = N\mu_0\cos\theta + \sqrt{N^2\mu_0^2\cos^2\theta + 2(m\Omega/\omega - 1)}, \quad (26)$$

并用 $b_0 = N(\omega/\Omega)(u_0/c)\sqrt{1-\mu_0^2}\sin\theta$ 代替 b_r.然后就可以把谐数 m 附近的增长率表达式简化为

$$\omega_i \approx \pi^2 \frac{n_b}{n_0} \frac{\omega_p^2}{\omega} \frac{c^2 H}{(1+T^2)R} \int_0^1 \mathrm{d}\mu \sum_{l=\pm} \left[\frac{(u_0 - u_{rl}) u_{rl}}{\Delta^2} \right.$$
$$\left. + \frac{1}{\beta^2} \left(1 - \frac{\nu_0}{\nu(\mu)} \right) \left(1 - \mu^2 - \frac{m\Omega}{\omega} \right) \right] F_b(u_{rl}, \mu), \quad (27)$$

其中函数 H 为

$$H \equiv \frac{(1-\mu_0^2) u_0^2}{4\left| \frac{u_0}{c} - N\mu_0\cos\theta \right|} \left[\frac{\omega}{\Omega} T\left(\cos\theta - \frac{N\mu_0 u_0}{c} \right) + 1 \right]^2. \quad (28)$$

在(27)和(28)式中,已利用了 $b_0 << 1$, $|K| << |T|$(电磁波情形下)和共振条件.显然增长还是阻尼取决于对 μ 积分结果的符号.虽然表达式(27)是近似的,但它保留了波与电子束共振的基本性质。这里要指出两点:第一,当 $u_0/c - N\mu_0\cos\theta = 0$ 时,函数 H 有极值.对 O1($m=1$)和 O2($m=2$)模,折射率 $N \approx 1$,所以最大增长率发生在 $\theta \approx 90^0$ 附近.第二,量 $u_{rl}(u_0 - u_{rl})\exp\{-(u_{rl} - u_0)^2/\Delta^2\}$ 在对 μ 积分中对于 u_0 是很灵敏的,而且在 $(u_0 - u_{rl})^2 = \Delta^2/2$ 处它有一个峰值.利用(18)式,可以得到 $(u_0 - u_{rl})/c \approx -[N^2\mu^2\cos^2\theta + 2(m\Omega/\omega - 1)]^{1/2}$.对给定 ω, m, N 的波,它几乎是一个常数.这意味着如果 u_0 在阈值以上,增长率对 u_0 是不灵敏的.这些基本特征与下一节中用(20)式计算的数值结果符号得很好.

4. 增长率的数值计算结果和结论

数值计算 O 模增长率的主要目的是:1)了解增长率随传播方向,包括平行和反平行方向的变化;2)研究 ω_p/Ω 对最大增长率的影响;3)研究最大增长率随快电子束速度的变化.在用(20)式做计算中取:$\Delta = 0.1u_0$;$\beta = 0.3$;$\nu_0 = 0.2$.图中所示的增长率都用 $\Omega(n_b/n_0)$ 归一.图 1 是 O 模峰值增长率随传播角的变化,即对一个给定的 θ,改变频率 ω/Ω,在被激发的频谱范围内找出增长率极值(称为峰值增长率)随 θ 的变化,其中 $\omega_p/\Omega = 0.3$.此图显示 O1 模在电子束的正反方向都可被激发,在 $\theta \approx 90^0$ 附近增长率最大.电子束速度越大,被激发波的传播方向就越宽.图 2 是 O1,O2 模的最大增长率,即改变 θ 和 ω/Ω 找到的增长率极值(称为最大增长率)随 ω_p/Ω 的变化,其中 $u_0/c = 0.5$,O1 模在 $\omega_p/\Omega = 1.0$ 附近被截止,但是向前和向后传播的增长率不对称,正如本文

关于共振条件的讨论中所提到的. O2 模的增长率比 O1 模要小一个量级. 图 3 是 O1 模的最大增长率随 u_0/c 的变化,其中 $\omega_p/\Omega=0.3$. 由图 3 可见,对于波的激发,u_0/c 有一个阈值,只要超过这个阈值,O1 模的增长率就对 u_0/c 的变化不太灵敏,如上节分析所预言的. 图 4 是用(20)式和近似式(27)式对 O1 模的增长率随 ω/Ω 的变化计算所得结果的比较. 由此图可见(27)式可以定性的揭示增长率的特点.

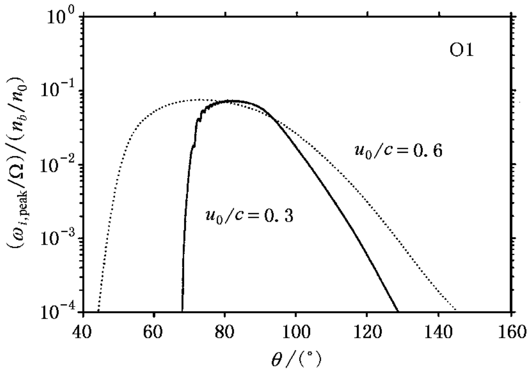

图 1　O1 模峰值增长率随传播角的变化　$\omega_p/\Omega=0.3$

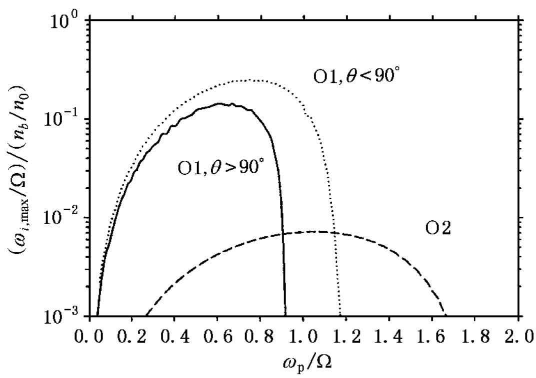

图 2　O1 模和 O2 模最大增长率随 ω_p/Ω 的变化　$u_0/c=0.5$

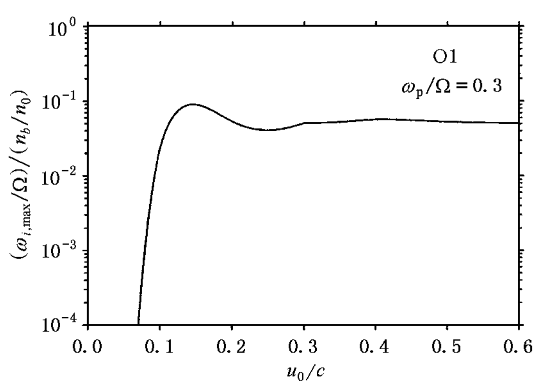

图 3　O1 模的最大增长率随 u_0/c 的变化　$\omega_p/\Omega=0.3$

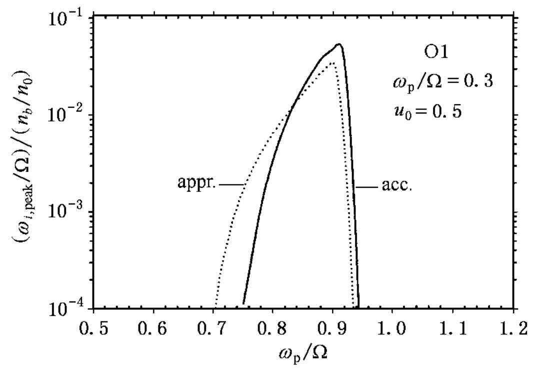

图 4　O1 模峰值增长率随 ω/Ω 的变化　实线为精确值(20)式,虚线为近似值(27)式

5. 结　　论

本文集中讨论了快电子束引起的回旋激射不稳定性的一般理论,其结果可以应用于任何传播方向的高频电磁波模(O 模,X 模或者 Z 模). 虽然本文的讨论与 Wu 等[1] 及 Chen 等[5] 的文章一样主要考虑束流电子,但是我们应当指出,本文推导得到的增长率的表达式也可以适用于任何形式的高能电子分布函数. 关键是要在稳定性分析中考虑相对论效应. 当然还要求其分布函数在共振动量处满足条件 $\partial F/\partial u_\perp>0$,这是产生回旋激射不稳定性的基本条件.

本文强调在稳定性分析中 u_0/c 和 ω_p/Ω 这两个参数起着颇为重要的作用. 快电子束在一定的 ω_p/Ω 范围内可以激发 O 模. 对于 O1 模的激发要求 $0.1<\omega_p/\Omega<1.2$,对于 O2 模的激发则要求 $0.1<\omega_p/\Omega<1.8$. 对于 O 模的激发,u_0/c 存在一个阈值(≈ 0.1),只要略微超过这个值,增长率对 u_0/c 的变化就不是很灵敏的. 在与电子束平行和反平行方向,O 模都可以被激发 ;但它的最大增长率发生在波近似垂直传播方向.

综上所述,我们已经把通常的损失锥微波激射不稳定性扩展到了快电子束的情形,它是一种重要的电磁不稳定性. 这种过程可以导致有效的辐射放大,它不仅可以用于太空和天体射电辐射现象的研究,而且从等离子体物理的观点看,它也有其自身的意义和更广泛的应用.

附　　录

本附录给出从增长率的形式表达式(11)到它的实用形式(16)式

的推导过程.我们先计算(11)式的分母 $\partial \mathrm{Re}(a_i\Lambda_{ij}^0 a_j^*)/\partial\omega$.为此,我们采用一个略微不同于 Melrose[7] 所描述的方法.省先,色散方程(7)意味着 $\mathrm{Re}(a_i\Lambda_{ij}^0 a_j^*)=0$.考虑到 $\mathrm{Re}(a_i\Lambda_{ij}^0 a_j^*)$是$(\omega_q,k,\theta)$的函数,其中 $\omega_q=\omega_q(k,\theta)$,得到

$$\frac{\partial}{\partial\omega_q}\mathrm{Re}(a_i\Lambda_{ij}^0 a_j^*)_{\omega=\omega_q}=-\frac{\partial}{\partial k}\mathrm{Re}(a_i\Lambda_{ij}^0 a_j^*)_{\omega=\omega_q}\left(\frac{\partial\omega_q}{\partial k}\right)^{-1}.$$

再利用色散关系

$$N^2-N_q^2(\omega_q,\theta)=0,$$

可得

$$\left(\frac{2N_q^2}{\omega_q}+\frac{\partial N_q^2}{\partial\omega_q}\right)\frac{\partial\omega_q}{\partial k}=\frac{\partial N_q^2}{k}.$$

因此(11)式可以重写成

$$\omega_{qi}=\frac{\mathrm{Im}(a_i\varepsilon_{ij}^{\mathrm{b}}a_j^*)\mid_{\omega=\omega_q}}{\frac{\partial}{\partial N_q^2}\mathrm{Re}(a_i\Lambda_{ij}^0 a_j^*)_{\omega=\omega_q}\left(\frac{\partial N_q^2}{\partial\omega_q}+\frac{2N_q^2}{\omega_q}\right)}. \tag{A1}$$

然后就可以直接得到

$$\frac{\partial}{\partial N_q^2}\mathrm{Re}(a_i\Lambda_{ij}^0 a_j^*)_{\omega=\omega_q}=-\frac{1+T_q^2}{1+T_q^2+K_q^2}, \tag{A2}$$

$$\frac{\partial N_q^2}{\partial\omega_q}+\frac{2N_q^2}{\omega_q}$$
$$=\frac{2}{\omega_q}\left\{1-\frac{\omega_p^2\Omega\tau_q}{2\omega_q(\omega_q+\tau_q\Omega)^2}\left[1\mp\frac{s_q}{\sqrt{s_q^2+\cos^2\theta}}\right]\left(\frac{\omega^2+\omega_p^2}{\omega^2-\omega_p^2}\right)\right\}. \tag{A3}$$

另外,对 $\omega_q\approx m\Omega$ 的波可得到(11)式的分子

$$\begin{aligned}\mathrm{Im}(a_i\varepsilon_{ij}^{\mathrm{b}}a_j^*)\mid_{\omega=\omega_q}=&-\pi\frac{n_{\mathrm{b}}}{n_0}\frac{\omega_p^2}{\omega_q^2}\frac{1}{(1+T_q^2+K_q^2)}\int\mathrm{d}^3u\gamma\\&\times(1-\mu^2)\delta\left(\gamma-\frac{m\Omega}{\omega}-\frac{N_q\mu u}{c}\cos\theta\right)\\&\times\left\{\frac{\omega_q}{\Omega}\left[\gamma K_q\sin\theta+T_q\left(\gamma\cos\theta-\frac{N_q\mu u}{c}\right)\right]\right.\\&\left.\times\frac{\mathrm{J}_m(b_q)}{b_q}+\mathrm{J}_m'(b_q)\right\}^2\left[u\frac{\partial}{\partial u}\right.\\&\left.+\left(\frac{N_q u\cos\theta}{c\gamma}-\mu\right)\frac{\partial}{\partial u}\right]F_{\mathrm{b}}(u,\mu).\end{aligned} \tag{A4}$$

将(A2)—(A4)代入(A1)便可得到正文中的(16)式.

[1] Wu C S, Wang C B, Yoon P H, Zheng H N and Wang S *ApJ*, in press
[2] Yoon P H, Wu C S and Wang C B *ApJ*, in press
[3] Krall N A and Trivelpiece A W 1973 *Principles of Plasma Physics* (New York :McGraw-Hill Book Company)
[4] Mikhailovskii A B 1970 *Theory of Plasma Instabilities* Vol.1 (New York :Consultants Bureau)
[5] Chen Y P, Zhou G C, Yoon P H and Wu C S 2002 *Phys. Plasmas* **9** 2816
[6] Wu C S and Lee L C 1979 *ApJ* **230** 621
[7] Melrose D B 1986 *Instabilities in Space and Laboratory Plasmas* (New York :Cambridge Univ. Press) p163
[8] Benz A 1993 *Plasma Astrophysics* (Kluwer Academic Publishers, Dordrecht) p177
[9] Yoon P H, Weatherwax A T and Rosenberg T J 1998 *J. Geophys. Res.* **103** 4071
[10] Shafranov V D 1967 *Reviews of Plasma Physics* **3** 1 (New York :Consultant Bureau)
[11] Akhiezer *et al* 1975 *Plasma Electrodynamics* Vol 1 (Headington Hill Hall, Oxford :Pergamon Press Ltd.) p220
[12] Klimontovich Y L 1965 *The Statistical theory of Non-equilibrium Processes in a Plasma* (The M.I.T. Press, Cambridge, MA) p36
[13] Melrose D B, Ronnmark K G and Hewitt R G 1982 *J. Geophys. Res.* **87** 5140
[14] Hewitt R G, Melrose D B and Ronnmark K G 1982 *Aust. J. Phys.* **35** 447
[15] Aschwanden M J 1990 *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.* **85** 1141

A maser instability driven by an electron beam*

Chen Yan-Ping[1)4)] Zhou Guo-Cheng[2)] Wu Ching-Sheng[3)5)]

[1)] (*National Astronomical Observatory*, *Chinese Academy of Sciences*, *Beijing* 100012, *China*)

[2)] (*Centre for Space Science and Applied Research*, *Chinese Academy of Sciences*, *Beijing* 100080, *China*)

[3)] (*College of Earth and Space Sciences*, *University of Science and Technology of China*, *Hefei* 230026, *China*)

[4)] (*Institute of Physics*, *Chinese Academy of Sciences*, *Beijing* 100080, *China*)

[5)] (*Institute for Physical Science and Technology*, *University of Maryland*, *College Park*, *MD* 20742, *USA*)

(Received 10 May 2002; revised manuscript received 1 July 2002)

Abstract

The theory of a maser-instabiligy driven by a beam of weakly relativistic electrons is discussed. The main purpose of this paper is to complement the derivation of the expressin for the growth rate. An approximation, which enables us to see the physics associated with the growth rate more clearly, is suggested. Moreover, some essential numerical results are also presented.

Keywords: maser-instaility, weak relativistic electron beam, growth rate

PACC: 5225P, 5235P

* Project supported by the Chinese Academy of Sciences (Grant No. KJCX2-N08) and also partially supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 40025413 and 40074043).