

基于径向基函数神经网络的未知模型混沌系统控制

刘 丁 任海鹏 孔志强

(西安理工大学自动化与信息工程学院, 西安 710048)

(2002 年 6 月 27 日收到, 2002 年 7 月 28 日收到修改稿)

基于径向基函数神经网络的智能方法对混沌进行控制. 该方法不需要被控混沌系统的解析模型, 控制的目标可以为周期轨道, 也可以为连续变化的目标函数, 在模型参数发生摄动和存在测量噪声情况下, 控制仍然有效. 研究了神经网络误差对控制精度的影响, 并给出相关的定理及证明. 针对 Logistic 映射和 Henon 吸引子的仿真结果, 表明了此方法的有效性和可行性.

关键词: 混沌控制, 径向基函数神经网络, 参数摄动, 测量噪声

PACC: 0545

1. 引 言

近年来, 随着现代科学技术的迅猛发展, 对混沌系统的研究已成为热点. 人们已经对混沌激光器、混沌二极管电路实现了控制, 混沌保密通信和混沌分形也正引起关注. 在经济、社会等领域, 混沌的控制和利用也将会拥有广阔的应用前景.

目前, 人们已经提出了许多混沌控制的方法^[1-8], 如参数扰动 (OCY) 方法^[1], 它只适用于离散动力学系统, 通常控制目标只能为低周期轨道; 反馈控制方法^[2,3], 它是利用系统变量作为控制信号反馈到系统中去, 可以在任何时刻施加控制, 而不像参数扰动法, 需等到靠近不动点时才能施加控制, 但控制目标仍然是周期轨道; 最优控制方法^[4], 它是采用开关控制, 只需很小的控制能量, 就可以实现控制, 但控制的目标仅是平衡点. 文献^[5,6]提出基于径向基函数 (RBF) 神经网络的控制方法, 实现了混沌系统的控制. 该方法将呈现混沌特性的非线性对象模型分解为线性部分和非线性部分, 用 RBF 神经网络学习其非线性部分的特性, 然后在李亚普诺夫设计方法中采用训练好的 RBF 神经网络进行控制, 因此仍然要依赖于对象模型. 本文提出的控制方法, 直接采用 RBF 神经网络对混沌系统的动力学特性进行学习, 用训练好的 RBF 神经网络模型进行混沌系统的控制. 这种控制方法的特点是无需被控对象的解析模型, 便可以对其进行有效控制, 控制的目标可以是周期轨道, 也可以是连续变化的目标函数, 在参数摄

动和有测量噪声情况下控制仍然有效.

2. 基于 RBF 神经网络的控制方法

RBF 神经网络是一种局部收敛的神经网络, 因此, 它的收敛速度相当快. 该网络为两层结构, 第一层为非线性输入层, 其输出为

$$\varphi_i(x) = \exp\left\{-\frac{\|x - c_i\|^2}{\sigma_i^2}\right\}, \quad i = 1, 2, \dots, q,$$

第二层为线性输出层, 即

$$y = w^T \varphi(x), \quad (1)$$

其中 $x \in R^n$ 为网络的输入, $y \in R^m$ 为网络的输出, $\varphi(x) = [\varphi_1(x) \ \varphi_2(x) \ \dots \ \varphi_q(x)]$ 为隐层的输出向量, q 为隐层单元的个数, $w \in R^{n \times m}$ 为网络的权值矩阵, c_i 和 σ_i 分别为第 i 个隐元的中心和宽度.

考虑如下混沌系统:

$$x(k+1) = f(x(k), p) + u(k), \quad (2)$$

其中 $x \in R^n$ 为系统的状态, p 为系统参数, u 为控制项.

令 (2) 式中 $u(k) = 0$, 得

$$x(k+1) = f(x(k), p). \quad (3)$$

利用 RBF 神经网络学习 (3) 式输入输出关系, 可以得到其神经网络模型为

$$\hat{x}(k+1) = \hat{f}(x(k), p). \quad (4)$$

根据离散系统稳定性原理设计控制器

$$u(k) = -\hat{f}(x(k), p) + x_c(k+1) + K(x(k) - x_c(k)) \quad (5)$$

其中 $x_r(k)$ 为期望的控制目标.

定义误差:

$$e(k) = x(k) - x_r(k), \quad (6)$$

则

$$e(k+1) = x(k+1) - x_r(k+1). \quad (7)$$

把(5)式代入(2)式,可得

$$e(k+1) = f(x(k), p) - \hat{f}(x(k), p) + x_r(k+1) + l(x(k) - x_r(k)) - x_r(k+1). \quad (8)$$

如果神经网络能很好地逼近(3)式所示系统,那么误差系统为

$$e(k+1) = l(x(k) - x_r(k)) = le(k). \quad (9)$$

根据离散系统稳定性原理,选取 $|l| < 1$,使(9)式所示系统为渐进稳定.可以证明系统(2)在施加控制时,可以跟踪控制目标.

下面研究 RBF 神经网络误差对控制精度的影响.

引理 1^[9] 给定任意常数 ζ_0 和一个连续函数 $f: X \rightarrow R^n$,存在一个权值矩阵 $w = w^*$,使得具有 q 个隐元的 RBF 网络的输出满足

$$\max_{x \in X} \|\hat{f}(x, w^*) - f(x)\| \leq \zeta_0.$$

定义 1

$$f_e(k) = f(x(k), p) - \hat{f}(x(k), p) \quad (10)$$

为模型误差,其中 $\hat{f}(\cdot)$ 为 RBF 神经网络模型.

定义 2

$$\zeta_1 = \sup_k |f_e(k)| \quad (11)$$

为最大模型误差.

定义 3

$$\zeta_2 = \sup_k |e(k)| \quad (12)$$

为稳态最大跟踪误差.

定理 1 采用 RBF 神经网络学习(3)式的输入输出关系,得到混沌系统的 RBF 神经网络模型 $\hat{f}(\cdot)$ 利用(5)式所示控制器对(2)式所示混沌系统进行控制,则有 $\zeta_2 \leq a\zeta_1$, a 为和 l 有关的正常数.

证明

将(10)式代入(8)式,得

$$e(k+1) = le(k) + f_e(k). \quad (13)$$

由(9)式渐进稳定,可知(13)式为输入输出有界系统.将(13)式等号两边取绝对值,可得

$$\begin{aligned} |e(k+1)| &= |le(k) + f_e(k)| \\ &\leq |f_e(k)| + |l| |e(k)|. \end{aligned} \quad (14)$$

由(14)式得

$$|e(k+1)| - |l| |e(k)| \leq |f_e(k)|. \quad (15)$$

对(15)式等号两边求上确界,得

$$\zeta_2 \leq a\zeta_1, \quad (16)$$

其中 $a = \frac{1}{1 - |l|}$.

证毕.

由引理 1 可知,RBF 神经网络能以任意精度逼近任意连续函数.由定理 1 可知,稳态时跟踪的误差的绝对值小于模型的误差绝对值与一个正常数的乘积,因此只要 RBF 网络模型具有足够的精度,控制的精度就可以得到满足^[7].

3. 仿真结果

下面以两个典型的混沌系统,即 Logistic 映射和 Henon 吸引子为例,检验上述混沌控制方法的有效性.

3.1. 无参数摄动、无测量噪声的情况

3.1.1. Logistic 映射

系统如下:

$$x(k+1) = \mu x(k)(1 - x(k)). \quad (17)$$

当 $\mu = 4$ 时,系统为混沌态.

设计控制器:

$$u(k) = -\hat{f}(x(k)) + x_r(k+1) + l(x(k) - x_r(k)). \quad (18)$$

在施加控制时,系统为

$$x(k+1) = \mu x(k)(1 - x(k)) + u(k). \quad (19)$$

在 $\mu = 4$ 时,取 $l = 0.01$,在第 100 步时施加控制,控制目标分别为 $x_r(k) = 0.8$ 和 $x_r(k) = 0.5 + 0.2 \sin(k\pi/100)$,控制结果分别如图 1(a)和(b)所示.

3.1.2. Henon 吸引子

Henon 吸引子的迭代方程由下式给出:

$$\begin{cases} x(k+1) = 1 + by(k) - a(x(k))^2, \\ y(k+1) = x(k). \end{cases} \quad (20)$$

当 $a = 1.4$, $b = 0.3$ 时,系统为混沌态.施加控制后,系统为

$$\begin{cases} x(k+1) = 1 + by(k) - a(x(k))^2 + u_1(k), \\ y(k+1) = x(k) + u_2(k). \end{cases} \quad (21)$$

用 RBF 神经网络学习(20)式,得到(20)式的神经网络模型,即

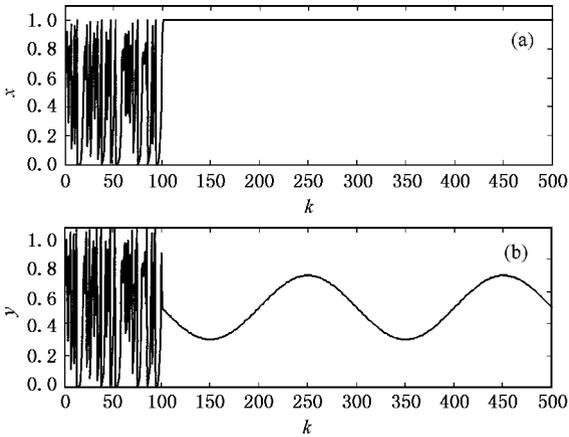


图 1 控制 Logistic 映射输出

$$\begin{cases} \hat{x}(k+1) = \hat{f}_1(x(k), y(k)), \\ \hat{y}(k+1) = \hat{f}_2(x(k), y(k)). \end{cases} \quad (22)$$

设计控制器：

$$u_1(k) = -\hat{f}_1(x(k), y(k)) + x_r(k+1) + l_1(x(k) - x_r(k)), \quad (23)$$

$$u_2(k) = -\hat{f}_2(x(k), y(k)) + y_r(k+1) + l_2(y(k) - y_r(k)). \quad (24)$$

取 $l_1 = 0.02, l_2 = 0.01$ 在第 500 步时施加控制, 控制目标分别为 $x_r(k) = 0.2$ 和 $y_r(k) = 0.6$ 控制结果分别如图 2(a) 和 (b) 所示。

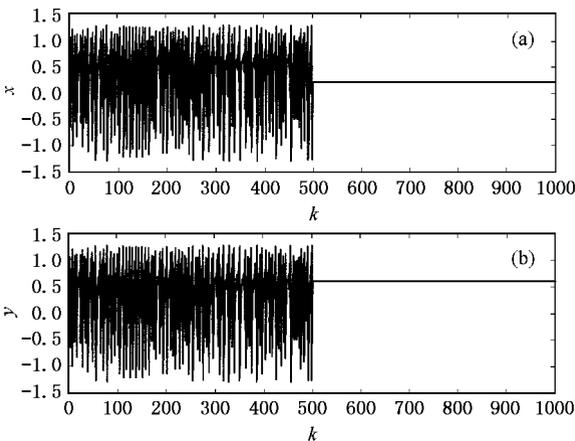


图 2 控制 Henon 吸引子输出

取 $l_1 = 0.02, l_2 = 0.01$ 在第 500 步时施加控制, 控制目标分别为 $x_r(k) = 0.5\sin(\pi k/100)$ 和 $y_r(k) = 0.5\cos(\pi k/100)$, 控制结果分别如图 3(a) 和 (b) 所示。

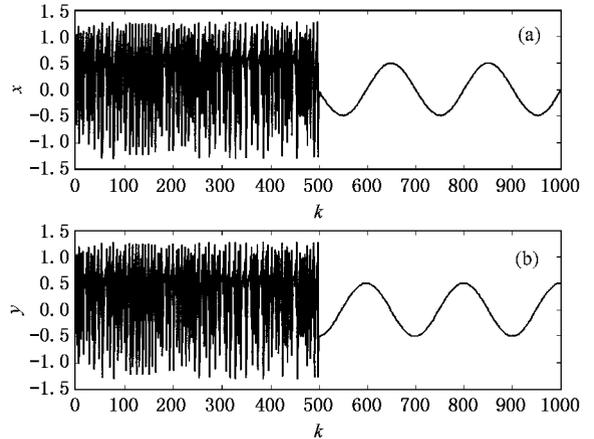


图 3 控制 Henon 吸引子跟踪正弦信号

由图 1 至图 3 可见, 用 RBF 神经网络的输出设计的控制器可以实现对混沌系统有效的控制。

3.2. 系统参数摄动时的情况

当系统参数摄动时, Henon 吸引子的方程为

$$\begin{cases} x(k+1) = 1 + (b + \Delta b)y(k) \\ \quad - (a + \Delta a)x(k)^2, \\ y(k+1) = x(k). \end{cases} \quad (25)$$

当 $\Delta a = 0.01, \Delta b = -0.01$ 时, Henon 吸引子仍然是混沌的, 控制器仍如 (23) 和 (24) 式所示。

取 $l_1 = 0.02, l_2 = 0.01$ 在第 500 步时施加控制, 控制目标分别为 $x_r(k) = 0.5\sin(\pi k/100)$ 和 $y_r(k) = 0.8$ 控制结果分别如图 4(a) 和 (b) 所示。

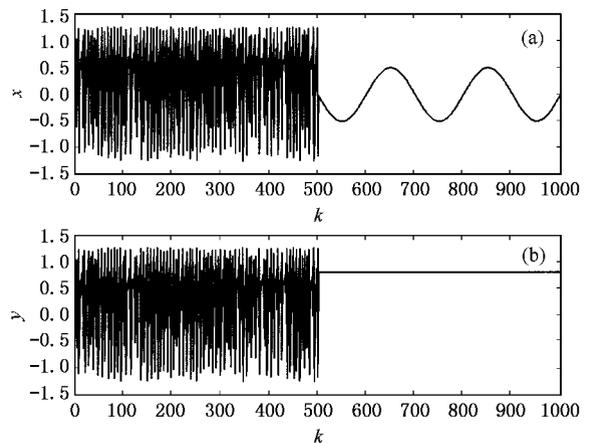


图 4 参数摄动时控制 Henon 吸引子输出

跟踪误差曲线分别如图 5(a) 和 (b) 所示。

由图 4 和图 5 可见, 当系统参数存在摄动时, 系统仍能很好地跟踪期望的控制目标。

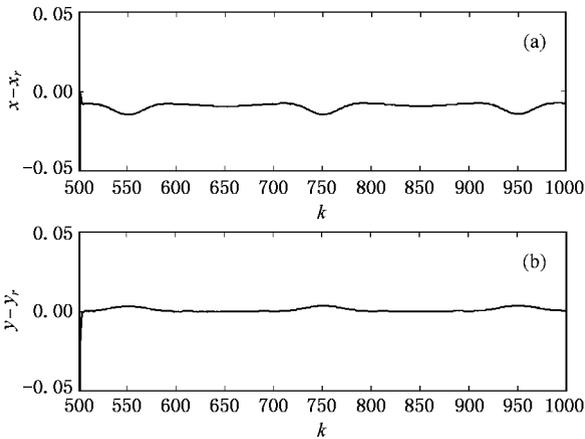


图 5 参数摄动存在时跟踪误差曲线

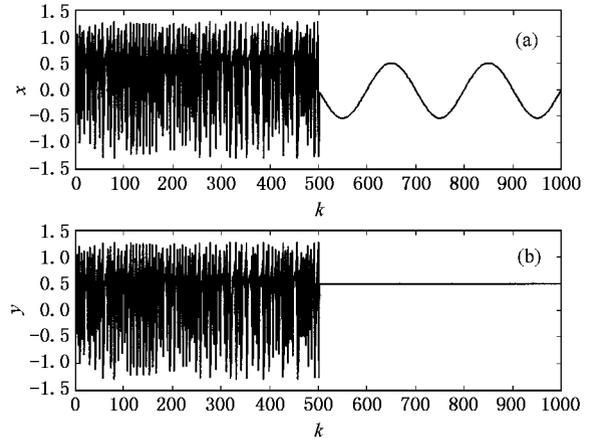


图 6 测量噪声存在时控制 Henon 吸引子输出

3.3. 测量噪声存在时的情况

给用于建模的数据中加入均值为 0 方差为测量值幅值的 0.001 的白噪声,用带有噪声的数据建立 RBF 模型,并将这个模型用于(23)和(24)式所示控制器中(23)和(24)式中测量数据仍然带有如上所述测量噪声.在这种情况下对 Henon 映射进行控制.取 $l_1 = 0.02$, $l_2 = 0.01$,在第 500 步时施加控制,控制目标分别为 $x_r(k) = 0.5 \sin(\pi k/100)$ 和 $y_r(k) = 0.5$,控制结果分别如图 6(a)和 6(b)所示.

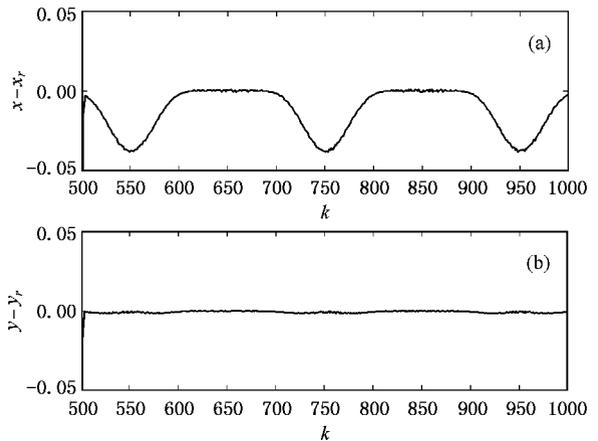


图 7 测量噪声存在时的跟踪误差曲线

跟踪误差曲线分别如图 7(a)和 7(b)所示.

由图 6 和图 7 可见,采用具有测量噪声的数据建立 RBF 模型,并用于对带有测量噪声的混沌系统进行控制,该控制方法依然有效.

4. 结 论

本文提出基于 RBF 神经网络的智能控制方法进行混沌控制.与其他方法相比,该方法有以下特

点:1)不必知道系统的模型便可以实现很好的控制;2)系统参数存在摄动时,仍能进行有效的控制;3)测量噪声存在的情况下,控制仍然有效;4)控制目标可以为周期轨道也可以为连续变化的函数,控制过程迅速.

[1] Ott E, Grebogi C and Yorke J A 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 1196
 [2] Tang G N, Luo X S and Kong L J 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 30 (in Chinese) [唐国宁、罗晓曙、孔令江 2000 物理学报 **49** 30]
 [3] Yan S L et al 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 428 (in Chinese) [颜森林等 2001 物理学报 **50** 428]
 [4] Yu J Z, Su N and Vincent T L 1998 *Acta Phys. Sin.* **47** 397 (in Chinese) [余建祖、苏楠、Vincent T L 1998 物理学报 **47** 397]
 [5] Guan X P et al 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 1670 (in Chinese) [关新平等 2001 物理学报 **50** 1670]

[6] Wen X C, Guo Q P and Qiu S S 1998 *Control and Decision* **13** 272 (in Chinese) [温香彩、郭清涛、丘水生 1998 控制与决策 **13** 272]
 [7] Ren H P and Liu D 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 982 (in Chinese) [任海鹏、刘丁 2002 物理学报 **51** 982]
 [8] Li Z and Han C Z 2001 *Chin. Phys.* **10** 494
 [9] Park J and Sandberg J W 1990 *Neural Comput.* **2** 246

Control of chaos solely based on RBF neural network without an analytical model

Liu Ding Ren Hai-Peng Kong Zhi-Qiang

(*School of Automation and Information Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China*)

(Received 27 June 2002; revised manuscript received 28 July 2002)

Abstract

An intelligent control method based on RBF neural network is proposed for chaos control. The control objective can be either periodic orbits or continuous variable functions without the need of an analytic model. The method is still effective when there are parameter perturbation and measurement noise. The influence of the RBF model error upon control precision is studied, and related theorem is developed and testified. Simulation results with a Logistic mapping and Henon attractor show the effectiveness and feasibility of this method.

Keywords : chaos control, RBF neural network, parameter perturbation, measurement noise

PACC : 0545