

# 梯型四能级系统中超窄电磁感应透明与无反转增益

李永放<sup>†</sup> 孙建锋

(陕西师范大学物理学与信息技术学院, 西安 710062)

(2002 年 3 月 16 日收到, 2002 年 6 月 15 日收到修改稿)

研究了两个光场作用下梯型四能级系统中 Rabi 频率及多通道辐射对电磁感应透明的影响. 在梯型四能级系统中上驱动场的 Rabi 频率对于超窄电磁感应透明及无反转增益的获得起重要作用. 不同的激发方式可改变电磁感应透明的位置. 研究了偶极矩关联度在量子干涉效应中所起的作用. 利用缀饰态理论对数值计算结果给出了解释.

关键词: 梯型四能级系统, 量子干涉效应, 电磁感应透明, 无反转增益

PACC: 3250, 3270

## 1. 引言

近年来, 由于量子干涉效应产生了许多新的物理现象, 从而引起了人们极大的研究兴趣. 其中包括相干布居数俘获 (coherent population trapping, 简称 CPT)、电磁感应透明 (electromagnetically induced transparency, 简称 EIT)、无反转激光 (lasing without inversion, 简称 LWI)、自发辐射干涉相长或相消 (spontaneous emission enhancement and cancellation) 等<sup>[1-10]</sup>. 对由于量子干涉效应而产生的谱线变窄现象, 人们也做了大量的研究. 1990 年, Narducci 和 Scully 等人预言了梯型  $\Xi$  系统中会出现自发辐射光谱的谱线线宽变窄<sup>[11]</sup>. Sadeghi, Meyer 详细研究了 K 能级系统超窄吸收和超窄共振荧光谱的获得<sup>[12, 13]</sup>. Zhang 和 Li 等人研究了准  $\Delta$  型四能级系统共振荧光谱的谱线变窄现象<sup>[14]</sup>和 ac-stark 效应<sup>[15]</sup>. Li 和 Zhang 等人研究了四能级系统吸收光谱的谱线变窄和无反转增益现象<sup>[16, 17]</sup>. Zhou 和 Swain 及 Zhu 和 Scully 研究了 V 型三能级系统的吸收和共振荧光谱, 详细分析了自发辐射偶极矩的平行与否对吸收和共振荧光谱的影响<sup>[18-20]</sup>. Li 和 Zhu 研究了与 V 型能级系统相关的双 V 型四能级系统谱线线型的变化及量子干涉对谱线的控制作用<sup>[21, 22]</sup>. 本文在 V 型三能级系统的基础上加一较高的激发态, 这样便构成了梯型四能级系统, 如图 1 所示. 在这样的系统中, 能级 |1>, |2>, |3> 构

成 V 型三能级系统, 而能级 |2>, |3>, |4> 构成  $\Delta$  型三能级系统. 而在 V 型三能级系统中只存在一个由于自发辐射而产生的量子干涉通道, 而在梯型四能级系统中存在两个干涉通道. 文中主要分析了这两个量子干涉通道对吸收光谱的影响, 得到了超窄电磁感应透明和无反转增益, 并利用缀饰态理论给出了清晰的解释.

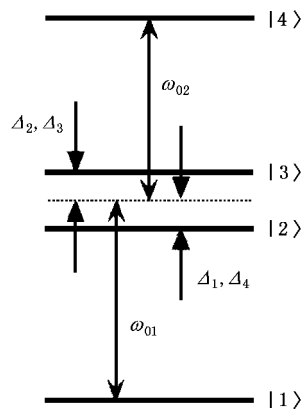


图 1 梯型四能级系统能级示意图

## 2. 物理模型及运动方程

考虑如图 1 所示梯型四能级系统. 能级 |2>, |3> 到 |1> 的跃迁由频率为  $\omega_{01}$  相干场驱动, 能级 |4> 到 |2>, |3> 的跃迁由频率为  $\omega_{02}$  相干场驱动, 且这些

<sup>†</sup>E-mail: yfli@snnu.edu.cn

跃迁都和真空模相耦合. 能级  $|1\rangle, |2\rangle, |3\rangle$  和  $|4\rangle$  的能量分别为  $\hbar\omega_1, \hbar\omega_2, \hbar\omega_3$  和  $\hbar\omega_4$ . 能级  $|2\rangle$  和  $|3\rangle$  及能级  $|4\rangle$  和  $|1\rangle$  具有相同的宇称, 因此  $|2\rangle$  到  $|3\rangle$  的跃迁和  $|4\rangle$  到  $|1\rangle$  的跃迁都是偶极禁戒的. 假设  $|2\rangle$  和  $|3\rangle$  到  $|1\rangle$  的跃迁是和同一个真空模相耦合, 同样  $|4\rangle$  到  $|2\rangle$  和  $|3\rangle$  的跃迁也是和同一个真空模相耦合, 计算中我们仅考虑了能级  $|4\rangle$  到能级  $|3\rangle, |2\rangle$  及  $|3\rangle, |2\rangle$  向能级  $|1\rangle$  的自发辐射衰变. 失谐量为  $\Delta_{1,2} = \omega_{2,3} - \omega_1 - \omega_{01}$ ,  $\Delta_{3,4} = \omega_4 - \omega_{3,2} - \omega_{02}$ , 且能级间隔  $\omega_{32} = \omega_3 - \omega_2$ . 根据普遍的库理论并运用 Weisskopf-Wigner 近似和旋转波近似<sup>[23]</sup>, 可以推导出约化原子密度算符矩阵元的运动方程.

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{44} = & -(r_3 + r_4)\rho_{44} - i\Omega_3 e^{i\Delta_3 t} \rho_{34} - i\Omega_4 e^{i\Delta_4 t} \rho_{24} \\ & + i\Omega_3 e^{-i\Delta_3 t} \rho_{43} + i\Omega_4 e^{-i\Delta_4 t} \rho_{42}, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{43} = & -\frac{1}{2}(r_2 + r_3 + r_4)\rho_{43} - \frac{1}{2}p_1 \sqrt{r_1 r_2} e^{i\omega_{23} t} \rho_{42} \\ & + i\Omega_2 e^{-i\Delta_2 t} \rho_{41} + i\Omega_3 e^{i\Delta_3 t} \rho_{44} \\ & - i\Omega_3 e^{i\Delta_3 t} \rho_{33} - i\Omega_4 e^{i\Delta_4 t} \rho_{23}, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{42} = & -\frac{1}{2}(r_1 + r_3 + r_4)\rho_{42} - \frac{1}{2}p_1 \sqrt{r_1 r_2} e^{i\omega_{32} t} \rho_{43} \\ & + i\Omega_1 e^{-i\Delta_1 t} \rho_{41} + i\Omega_4 e^{i\Delta_4 t} \rho_{44} \\ & - i\Omega_4 e^{i\Delta_4 t} \rho_{22} - i\Omega_3 e^{i\Delta_3 t} \rho_{32}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{41} = & -\frac{1}{2}(r_3 + r_4)\rho_{41} + i\Omega_1 e^{i\Delta_1 t} \rho_{42} + i\Omega_2 e^{i\Delta_2 t} \rho_{43} \\ & - i\Omega_3 e^{i\Delta_3 t} \rho_{31} - i\Omega_4 e^{i\Delta_4 t} \rho_{21}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{33} = & -r_2 \rho_{33} + r_3 \rho_{44} - \frac{1}{2}p_1 \sqrt{r_1 r_2} \left( e^{i\omega_{23} t} \rho_{32} \right. \\ & \left. + e^{i\omega_{32} t} \rho_{23} \right) + i\Omega_2 e^{-i\Delta_2 t} \rho_{31} + i\Omega_3 e^{i\Delta_3 t} \rho_{34} \\ & - i\Omega_2 e^{i\Delta_2 t} \rho_{13} - i\Omega_3 e^{-i\Delta_3 t} \rho_{43}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{32} = & -\frac{1}{2}(r_2 + r_1)\rho_{32} - \frac{1}{2}p_1 \sqrt{r_1 r_2} e^{i\omega_{32} t} \\ & \times (\rho_{33} + \rho_{32}) + p_2 \sqrt{r_3 r_4} e^{i\omega_{32} t} \rho_{44} - i\Omega_2 e^{i\Delta_2 t} \rho_{12} \\ & - i\Omega_3 e^{-i\Delta_3 t} \rho_{42} + i\Omega_1 e^{-i\Delta_1 t} \rho_{31} + i\Omega_4 e^{i\Delta_4 t} \rho_{34}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{31} = & -\frac{1}{2}r_2 \rho_{31} - \frac{1}{2}p_1 \sqrt{r_1 r_2} e^{i\omega_{32} t} \rho_{21} + i\Omega_1 e^{i\Delta_1 t} \rho_{32} \\ & + i\Omega_2 e^{i\Delta_2 t} \rho_{33} - i\Omega_2 e^{i\Delta_2 t} (1 - \rho_{22} - \rho_{33} - \rho_{44}) \\ & - i\Omega_3 e^{-i\Delta_3 t} \rho_{41}, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{22} = & -r_1 \rho_{22} + r_4 \rho_{44} - \frac{1}{2}p_1 \sqrt{r_1 r_2} \left( e^{i\omega_{23} t} \rho_{32} \right. \\ & \left. + e^{i\omega_{32} t} \rho_{23} \right) + i\Omega_1 e^{-i\Delta_1 t} \rho_{21} + i\Omega_4 e^{i\Delta_4 t} \rho_{24} \\ & - i\Omega_1 e^{i\Delta_1 t} \rho_{12} - i\Omega_4 e^{-i\Delta_4 t} \rho_{42}, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{21} = & -\frac{1}{2}r_2 \rho_{21} - \frac{1}{2}p_1 \sqrt{r_1 r_2} e^{i\omega_{23} t} \rho_{31} \\ & + i\Omega_1 e^{i\Delta_1 t} \rho_{22} + i\Omega_2 e^{i\Delta_2 t} \rho_{23} \\ & - i\Omega_1 e^{i\Delta_1 t} (1 - \rho_{22} - \rho_{33} - \rho_{44}) - i\Omega_4 e^{-i\Delta_4 t} \rho_{41}, \end{aligned} \quad (9)$$

式中  $\Omega_i (i=1, 2, 3, 4)$  为相干场驱动能级  $|2\rangle, |3\rangle$  到能级  $|1\rangle$  以及能级  $|4\rangle$  到能级  $|3\rangle, |2\rangle$  跃迁的 Rabi 频率. 为了简便且不失一般性, 假设  $\Omega_i^* = \Omega_i$ , 其定义为

$$\Omega_{1,2} = \hbar^{-1} E_{01} \boldsymbol{\mu}_{2,3,1} \cdot \hat{\boldsymbol{e}}_1, \quad (10)$$

$$\Omega_{3,4} = \hbar^{-1} E_{02} \boldsymbol{\mu}_{4,3,2} \cdot \hat{\boldsymbol{e}}_2, \quad (11)$$

式中  $E_{01,02}$  和  $\boldsymbol{e}_{1,2}$  分别为两个驱动场的复振幅和单位偏振方向矢量;  $\boldsymbol{\mu}_{2,3,1} = \langle 2,3| -e\boldsymbol{r}|1\rangle$  和  $\boldsymbol{\mu}_{4,3,2} = \langle 4| -e\boldsymbol{r}|3,2\rangle$  分别为从能级  $|2\rangle, |3\rangle$  到能级  $|1\rangle$  以及从能级  $|4\rangle$  到能级  $|3\rangle, |2\rangle$  跃迁偶极矩的矩阵元. 方程 (1)–(9) 中  $r_i (i=1, 2, 3, 4)$  分别对应从能级  $|2\rangle, |3\rangle$  到能级  $|1\rangle$  和从能级  $|4\rangle$  到能级  $|3\rangle, |2\rangle$  跃迁的自发辐射衰变速率. 分别由  $r_{1,2} = |\boldsymbol{\mu}_{2,3,1}|^2 (\omega_{2,3} - \omega_1)^3 / 3\pi\epsilon_0 \hbar c^3$  和  $r_{3,4} = |\boldsymbol{\mu}_{4,3,2}|^2 (\omega_4 - \omega_{3,2})^3 / 3\pi\epsilon_0 \hbar c^3$  表示. 考虑到能级  $|2\rangle, |3\rangle$  向能级  $|1\rangle$  的自发辐射跃迁及能级  $|4\rangle$  向能级  $|2\rangle, |3\rangle$  的自发辐射跃迁分别是和一个真空模相耦合, 从而在  $\boldsymbol{\mu}_{31}$  和  $\boldsymbol{\mu}_{21}$  以及  $\boldsymbol{\mu}_{43}$  和  $\boldsymbol{\mu}_{42}$  之间会产生相互作用, 即在原子约化密度算符矩阵的运动方程中有交叉项  $\frac{\boldsymbol{\mu}_{31} \cdot \boldsymbol{\mu}_{21} (\omega_{2,3} - \omega_1)^3}{3\pi\epsilon_0 \hbar c^3}$  和  $\frac{\boldsymbol{\mu}_{43} \cdot \boldsymbol{\mu}_{42} (\omega_4 - \omega_{3,2})^3}{3\pi\epsilon_0 \hbar c^3}$  存在. 由于  $|3\rangle, |2\rangle$  之间能级间隔  $\omega_{32}$  和跃迁频率  $\omega_{3,2} - \omega_1$  及  $\omega_4 - \omega_{3,2}$  相比很小, 因此可以用  $p_1 \sqrt{r_1 r_2}$  及  $p_2 \sqrt{r_3 r_4}$  来代替, 其中  $p_{1,2}$  为电偶极矩矩阵元素的关联度, 定义为

$$p_1 = \frac{\boldsymbol{\mu}_{31} \cdot \boldsymbol{\mu}_{21}}{|\boldsymbol{\mu}_{31}| |\boldsymbol{\mu}_{21}|}; \quad p_2 = \frac{\boldsymbol{\mu}_{42} \cdot \boldsymbol{\mu}_{43}}{|\boldsymbol{\mu}_{42}| |\boldsymbol{\mu}_{43}|}.$$

方程中交叉项  $p_1 \sqrt{r_1 r_2}$  表示自发辐射通过路径  $|3\rangle, |2\rangle$  到  $|1\rangle$  之间的量子干涉;  $p_2 \sqrt{r_3 r_4}$  表示  $|4\rangle$  到  $|2\rangle, |3\rangle$  之间的量子干涉, 因此  $p_{1,2}$  的大小直接表示量子干涉作用的大小. 当  $p_{1,2} = 0$  时表示偶极矩相互垂直, 没有量子干涉发生, 而  $p_{1,2} = +1$  或  $-1$  时表明偶极矩的平行与反平行, 这意味着可能导致量子干涉相消和干涉相长. 另外在推导 (1)–(9) 式的过程中, 利用了归一化条件:  $\rho_{11} + \rho_{22} + \rho_{33} + \rho_{44} = 1$ . (1) 和 (9) 式可以表示为一个常系数一阶线性微分方程组:

$$\frac{d}{dt}\hat{\Psi} = \hat{L}\hat{\Psi} + \hat{I}, \quad (12)$$

式中

$$\begin{aligned} \Psi_1 &= \rho_{43} e^{-i\Delta_3 t}; & \Psi_2 &= \rho_{42} e^{-i\Delta_4 t}; \\ \Psi_3 &= \rho_{41} e^{-i(\Delta_2 + \Delta_3)t}; & \Psi_4 &= \rho_{32} e^{-i\omega_{32} t}; \\ \Psi_5 &= \rho_{31} e^{-i\Delta_2 t}; & \Psi_6 &= \rho_{44}; \\ \Psi_7 &= \rho_{33}; & \Psi_8 &= \rho_{22}; \\ \Psi_9 &= \rho_{34} e^{i\Delta_3 t}; & \Psi_{10} &= \rho_{24} e^{i\Delta_4 t}; \\ \Psi_{11} &= \rho_{14} e^{i(\Delta_2 + \Delta_3)t}; & \Psi_{12} &= \rho_{23} e^{i\omega_{32} t}; \\ \Psi_{13} &= \rho_{13} e^{i\Delta_2 t}; & \Psi_{14} &= \rho_{21} e^{-i\Delta_1 t}; \\ \Psi_{15} &= \rho_{12} e^{i\Delta_1 t}. \end{aligned} \quad (13)$$

因而,它有如下形式解:

$$\hat{\Psi}(t + \tau) = e^{\hat{L}\tau} \hat{\Psi}(t) + \hat{L}^{-1} [e^{\hat{L}\tau} - 1] \hat{I}. \quad (14)$$

其稳态解为

$$\hat{\Psi}(\infty) = -\hat{L}^{-1} \hat{I}, \quad (15)$$

式中  $\hat{\Psi}$  为一个列矢量,它的第  $i$  个分量为  $\hat{\Psi}_i$ . 非奇

次项亦为一个列矢量,它的非零分量为

$$\begin{aligned} I_5 &= -i\Omega_2, & I_{13} &= -i\Omega_2, \\ I_{14} &= -i\Omega_1, & I_{15} &= -i\Omega_1. \end{aligned} \quad (16)$$

### 3. 弱探测光吸收光谱的计算

根据线性响应理论<sup>[24]</sup>,对于给定频率为  $\omega$  的光波的指数衰减系数由下式给出:

$$A(\omega) = \text{const} \times \mathcal{F} \{ \langle [ \hat{P}^-(\tau_1), \hat{P}^+(\tau_0) ] \rangle \}, \quad (17)$$

式中  $\mathcal{F}$  表示 Fourier 变换算符,方括号表示不等式对易关系; $\langle \rangle$  表示系综的量子平均,由此可以得出系统在稳态条件下的吸收光谱.在相互作用表象中,原子极化率算符的负频部分可以表示为

$$\begin{aligned} \hat{P}_{\omega_{01}}^-(t) &= \mu_{31} e^{i(\omega_3 - \omega_1)t} |3 \ 1\rangle \\ &+ \mu_{32} e^{i(\omega_3 - \omega_2)t} |3 \ 2\rangle, \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \hat{P}_{\omega_{02}}^-(t) &= \mu_{42} e^{i(\omega_4 - \omega_2)t} |4 \ 2\rangle \\ &+ \mu_{43} e^{i(\omega_4 - \omega_3)t} |4 \ 3\rangle. \end{aligned} \quad (19)$$

正频部分为

$$\begin{aligned} \hat{P}_{\omega_{01}}^+(t) &= [ \hat{P}_{\omega_{01}}^-(t) ]^*, \\ \hat{P}_{\omega_{02}}^+(t) &= [ \hat{P}_{\omega_{02}}^-(t) ]^*. \end{aligned} \quad (20)$$

利用量子回归理论<sup>[25]</sup>可推导出  $\langle [ \hat{P}_{\omega_{01}}^-(\tau_1), \hat{P}_{\omega_{01}}^+(\tau_0) ] \rangle$ , 再经 Fourier 变换可以得到

$$\begin{aligned} \hat{A}(Z) &= | \mu_{21} |^2 \left\{ \hat{M}(Z_1)_{15,15} \Psi_8(\infty) + \hat{M}(Z_1)_{15,13} \Psi_{12}(\infty) + \hat{M}(Z_1)_{15,11} \Psi_{10}(\infty) \right. \\ &- \hat{M}(Z_1)_{15,15} [ 1 - \Psi_6(\infty) - \Psi_7(\infty) - \Psi_8(\infty) ] - \hat{M}(Z_1)_{15,8} \Psi_{14}(\infty) - \hat{M}(Z_1)_{15,4} \Psi_5(\infty) \\ &- \hat{M}(Z_1)_{15,2} \Psi_3(\infty) \left. \right\} + | \mu_{31} |^2 \left\{ \hat{M}(Z_1)_{13,15} \Psi_4(\infty) + \hat{M}(Z_1)_{13,13} \Psi_7(\infty) + \hat{M}(Z_1)_{13,11} \Psi_9(\infty) \right. \\ &- \hat{M}(Z_1)_{13,13} [ 1 - \Psi_6(\infty) - \Psi_7(\infty) - \Psi_8(\infty) ] - \hat{M}(Z_1)_{13,12} \Psi_{14}(\infty) - \hat{M}(Z_1)_{13,7} \Psi_5(\infty) \\ &- \hat{M}(Z_1)_{13,4} \Psi_3(\infty) \left. \right\} + \mu_{21} \cdot \mu_{31} \left\{ \hat{M}(Z_1)_{15,15} \Psi_4(\infty) + \hat{M}(Z_1)_{15,13} \Psi_7(\infty) + \hat{M}(Z_1)_{15,11} \Psi_9(\infty) \right. \\ &- \hat{M}(Z_1)_{15,13} [ 1 - \Psi_6(\infty) - \Psi_7(\infty) - \Psi_8(\infty) ] - \hat{M}(Z_1)_{15,12} \Psi_{14}(\infty) - \hat{M}(Z_1)_{15,7} \Psi_5(\infty) \\ &- \hat{M}(Z_1)_{15,4} \Psi_3(\infty) \left. \right\} + \mu_{31} \cdot \mu_{21} \left\{ \hat{M}(Z_1)_{13,15} \Psi_8(\infty) + \hat{M}(Z_1)_{13,13} \Psi_{12}(\infty) + \hat{M}(Z_1)_{13,11} \Psi_{10}(\infty) \right. \\ &- \hat{M}(Z_1)_{13,15} [ 1 - \Psi_6(\infty) - \Psi_7(\infty) - \Psi_8(\infty) ] - \hat{M}(Z_1)_{13,8} \Psi_{14}(\infty) - \hat{M}(Z_1)_{13,4} \Psi_5(\infty) \\ &- \hat{M}(Z_1)_{13,2} \Psi_3(\infty) \left. \right\}, \end{aligned} \quad (21)$$

式中

$$Z_1 = Z - i\omega_{01}, \quad \hat{M}(Z_1)_{ij} = (Z_1 - \hat{L})_{ij}^{-1}.$$

这样可得到系统对弱探测场的吸收光谱：

$$A(\omega) = \text{Re} \hat{A}(Z) \Big|_{Z=i\omega}. \quad (22)$$

## 4. 数值分析

数值计算中以  $r_1^{-1}$  为单位, 时间以  $\tau = r_1 t$  为单位, Rabi 频率  $\Omega_i$  取为  $\Omega_i/r_1$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ), 并且取  $\Omega_1 = \Omega_2, \Omega_3 = \Omega_4$ . 为了简化, 假设  $r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = 1$ , 即各能级的自发辐射速率相同. 光谱图中横坐标的频率值将由  $(\omega - \omega_{01})/r_1$  给出. 纵坐标为吸收谱的相对强度  $A(\omega)$ .

### 4.1. $p_2 = 0$ 时 $p_1$ 对能级 |1 到能级 |2, |3 间的吸收谱影响

图 2 为梯型四能级系统中能级 |1 到能级 |2, |3 的吸收谱. 激发方式如图 1 所示. 从图 2 可以看出, 当偶极矩关联度  $p_1 = 0, p_2 = 0$  时, 探测场的吸收为正常的线型, 如图 2(a) 所示. 但是当  $p_1 = 1, p_2 = 0$  时, 可以看到, 在探测光扫描到能级 |2 和能级 |3 中间时便出现了电磁感应透明, 如图 2(b) 所示. 当驱动场  $\Omega_{3,4}$  强度增加时, 在透明点处的宽度变得更窄, 同时两吸收峰的位置逐渐分开, 如图 2(c) 所示. 在这种激发方式下, 电磁感应透明点的位置对应着零点, 但驱动场  $\Omega_{3,4}$  强度的变化不影响电磁感应透明的位置. 这些结果表明偶极矩平行与否和驱动场  $\Omega_{3,4}$  强度的变化对于吸收谱的线型有很大的调制作用. 在后面的分析中将会看到电磁感应透明的产生

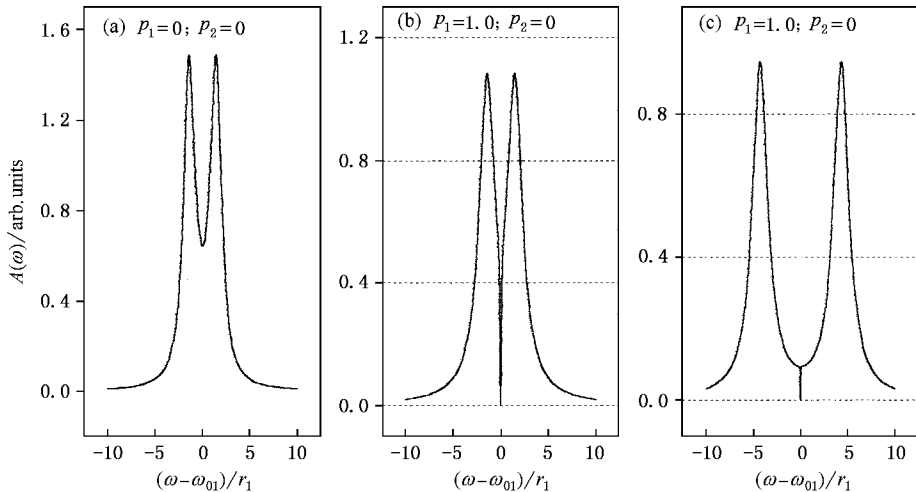


图 2 梯型四能级系统中能级 |1 到能级 |2, |3 的吸收谱  $\omega_{32} = 1.0, \Omega_{1,2} = 0.1, \Delta_1 = -0.5, \Delta_3 = 0.5$ . (a) 和 (b) 为  $\Omega_{3,4} = 1.0$  (c) 为  $\Omega_{3,4} = 3.0$

是与相干布居俘获紧密相联系的, 这是量子干涉的结果.

同样在激发方式如图 1 所示情况下, 图 3 给出能级 |2, |3 的间隔  $\omega_{32}$  对吸收光谱的影响. 当  $\omega_{32} = 0$  时, 不出现零吸收, 无电磁感应透明产生. 随能级 |2, |3 间隔的增大, 出现了电磁感应透明. 当保持其他参数不变时, 随能级间隔的增大, 电磁感应透明宽度由很窄逐渐变宽. 但若再加大 Rabi 频率  $\Omega_{3,4}$  时, 其宽度又可随之变窄.

在前面数值计算的吸收光谱中大多取电偶极矩关联度  $p_2 = 0$ . 这是由于在如图 1 所示的激发方式下, 能级 |4 的粒子数一直非常小, 如图 4(a)(b) 和 (c) 所示. 当  $p_1 = 0$  时,  ${}_t\rho_{44} = 0.003$ ; 当  $p_1 = 0.8$  时,  ${}_t\rho_{44} = 0.002$ ; 当  $p_1 = 1.0$  时,  ${}_t\rho_{44} = 0$ . 这些结果表明粒子大多在下面的三个能级上或被完全俘获在下面的三个能级上. 在下面的缀饰态理论分析中会看到, 当  $p_1 = 1.0$  时, 粒子被俘获在下面三个能级的叠加态上. 因此由能级 |4 到 |2, |3 间的自发辐射而导致的量子干涉作用便显得不明显.

### 4.2. $p_1 = 1, p_2 = 1$ 对吸收谱的影响

当考虑不同激发方式对吸收谱影响时, 可以看到不同的激发方式会改变电磁感应透明的位置. 图 6 所示能级 |1 到能级 |2, |3 的吸收谱是与图 5 中多种激发方式相对应. 当下光场激发能级 |1 到能级 |2, |3 的中间位置时, 电磁感应透明的位置与图 2 和图 3 情况相一致. 因此通过比较可知, 电磁感应透明的位置是与频率为  $\omega_{01}$  驱动场的失谐量  $\Delta_1$  相对

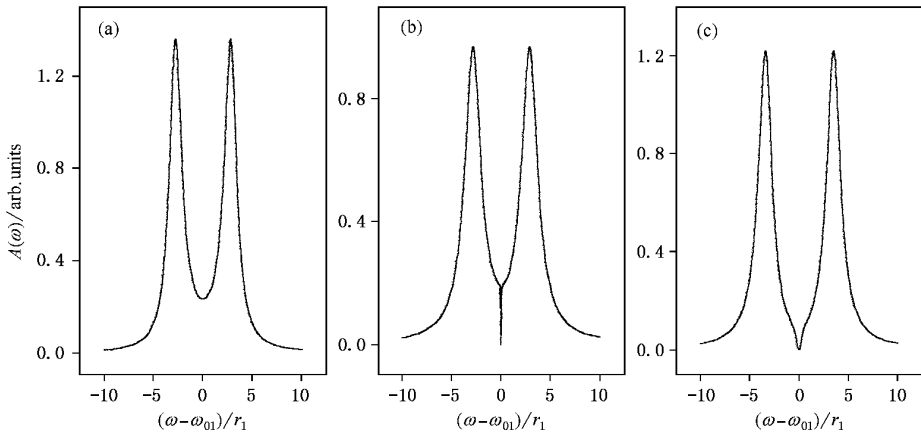


图 3 不同能级间隔  $\omega_{32}$  梯型四能级系统中能级 |1> 到能级 |2>, |3> 中间态的吸收谱  $p_1 = 1.0, p_2 = 0, \Omega_{1,2} = 0.1, \Omega_3 = 2.0$ . (a) 为  $\omega_{32} = 0.0, \Delta_1 = 0, \Delta_3 = 0$  (b) 为  $\Omega_{32} = 1.0, \Delta_1 = -0.5, \Delta_3 = -0.5$  (c) 为  $\Omega_{32} = 4, \Delta_1 = -2.0, \Delta_3 = -2.0$

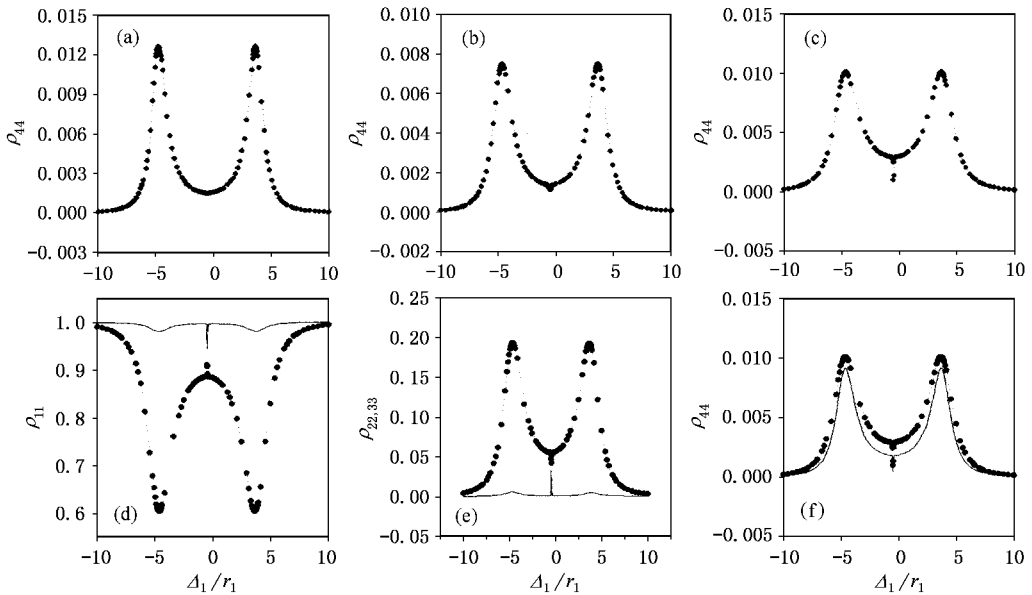


图 4 不同  $p$  值对各能级粒子数布局影响  $\omega_{32} = 1.0, \Omega_{1,2} = 0.1, \Omega_{3,4} = 3.0, \Delta_3 = -0.5$ . (a) 为  $p_1 = 0, p_2 = 0$  (b) 为  $p_1 = 0.8, p_2 = 0$  (c) 为  $p_1 = 1.0, p_2 = 0$  (d)(e) 和 (f) 中实线对应  $p_1 = 1, p_2 = 1$ , 虚线对应  $p_1 = 1.0, p_2 = 0$

应. 图 7 为对应图 5(c) 所示激发方式下改变 Rabi 频率  $\Omega_{3,4}$  的大小及  $p_2 = 1$  时对吸收谱的影响. 这时在图 7(a)(b)(c) 中可看到一大一小两个凹陷, 它们随 Rabi 频率  $\Omega_{3,4}$  增加而增加, 且宽度变窄, 并可探到零点和穿过零点而出现很窄的电磁感应透明和增益. 出现增益时各能级的粒子数分别为  $\rho_{11} = 0.5196, \rho_{22} = 0.2394, \rho_{44} = 0.0026$ , 显然这是无反转增益. 但当  $p_2 = 1$  时情况则完全不同, 两个凹陷变为一个, 而且不产生电磁感应透明和无反转增益. 如

图 7(d)(e)(f) 所示. 另外从图 4(d)(e)(f) 中也可以看到各能级粒子数受  $p_2$  的影响. 当  $p_1 = 1, p_2 = 1$  时能级 |1>, |2>, |3> 的粒子数分布变化很大, 而对 |4> 的影响要小些. 这表明上通道的量子干涉效应对能级 |1>, |2>, |3> 的作用较为明显.

### 5. 理论分析

由于量子干涉效应是与粒子的相干布居俘获相联系, 为了进一步了解上述结果的物理意义, 我们从

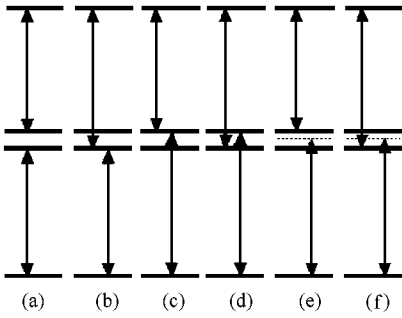


图5 梯型四能级系统不同激发方式示意图

缀饰态理论出发,考虑一种相对简单的情况(如图1所示的激发方式)来讨论粒子的相干布居俘获.在转动坐标系中体系的哈密顿量可写为

$$\hat{H} = \hat{H}_b' + \hat{V}_c' + \hat{V}_R', \quad (23)$$

式中

$$\hat{H}_b' = \hbar\Delta_1 |2\rangle\langle 2| + \hbar\Delta_2 |3\rangle\langle 3| + \hbar(\Delta_2 + \Delta_3) |4\rangle\langle 4|, \quad (24)$$

$$\hat{V}_c' = \hbar\Omega_1 |2\rangle\langle 1| + \hbar\Omega_2 |3\rangle\langle 1| + \hbar\Omega_1 |1\rangle\langle 2| + \hbar\Omega_2 |1\rangle\langle 3| + \hbar\Omega_3 |4\rangle\langle 3| + \hbar\Omega_4 |4\rangle\langle 2| + \hbar\Omega_4 |2\rangle\langle 4| + \hbar\Omega_3 |3\rangle\langle 4|, \quad (25)$$

$$\hat{V}_R' = \hbar \sum_q e^{i(\omega_{01} - \omega_q)t} \left[ g_q^{(1)} a_q |2\rangle\langle 1| + g_q^{(2)} a_q |3\rangle\langle 1| + \text{H.c.} \right]$$

$$+ \hbar \sum_k e^{i(\omega_{02} - \omega_k)t} \left[ g_k^{(1)} a_k |4\rangle\langle 3| + g_k^{(2)} a_k |4\rangle\langle 2| + \text{H.c.} \right], \quad (26)$$

式中  $a_q$  ( $a_q^+$ ) 为第  $q$  个真空模耦合  $|2\rangle, |3\rangle$  跃迁到  $|1\rangle$  的产生(湮没)算符;  $a_k$  ( $a_k^+$ ) 为第  $k$  个真空模耦合  $|4\rangle$  跃迁到  $|3\rangle, |2\rangle$  的产生(湮没)算符;  $g_q^{(1,2)}$  为原子从  $|2\rangle, |3\rangle$  跃迁到  $|1\rangle$  和第  $q$  个真空模之间的耦合常数;  $g_k^{(1,2)}$  为原子从  $|4\rangle$  跃迁到  $|2\rangle, |3\rangle$  和第  $k$  个真空模之间的耦合常数.在旋转坐标系中,  $V_c'$  和  $H_b'$  不随时间变化.  $\hat{H}_b' + \hat{V}_c'$  的本征矢为缀饰态下的本征矢,即

$$(\hat{H}_b' + \hat{V}_c') |\varphi_\sigma\rangle = \hbar G_\sigma |\varphi_\sigma\rangle, \quad (27)$$

式中

$$|\varphi_\sigma\rangle = C_{\sigma 1} |1\rangle + C_{\sigma 2} |2\rangle + C_{\sigma 3} |3\rangle + C_{\sigma 4} |4\rangle.$$

方程(27)的矩阵形式可写为

$$\begin{pmatrix} -\hbar G_\sigma & \hbar\Omega_1 & \hbar\Omega_2 & 0 \\ -\hbar\Omega_1 & \hbar\Omega_1 - \hbar G_\sigma & 0 & \hbar\Omega_4 \\ -\hbar\Omega_2 & 0 & \hbar\Delta_2 - \hbar G_\sigma & \hbar\Omega_3 \\ 0 & \hbar\Omega_4 & \hbar\Omega_3 & \hbar(\Delta_3 + \Delta_2) - \hbar G_\sigma \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} C_{\sigma 1} \\ C_{\sigma 2} \\ C_{\sigma 3} \\ C_{\sigma 4} \end{pmatrix} = 0. \quad (28)$$

考虑:

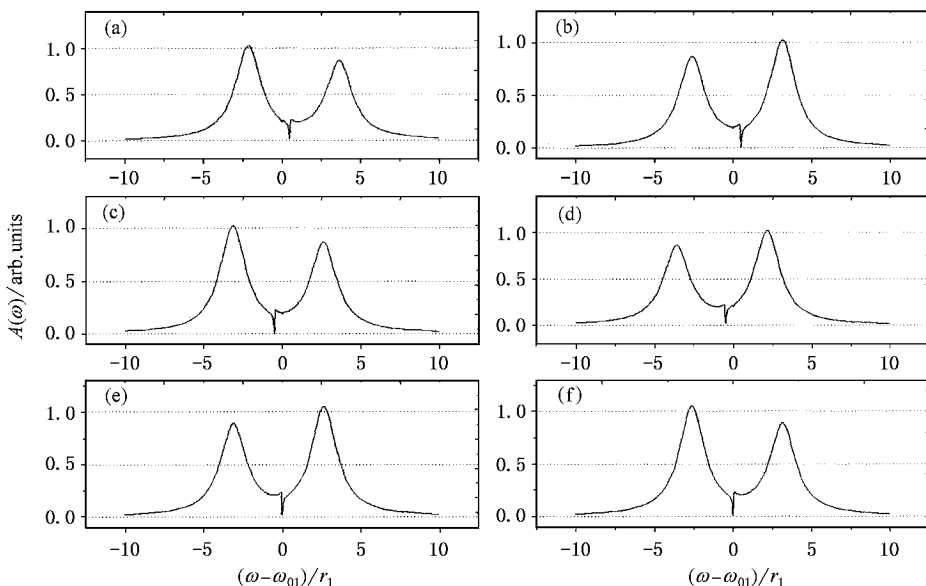


图6 不同激发方式梯型四能级系统中能级  $|1\rangle$  到能级  $|2\rangle, |3\rangle$  的吸收谱  $\omega_{32} = 1.0, \rho_1 = 1.0, \rho_2 = 0, \Omega_{1,2} = 0.1, \Omega_{3,4} = 2.0$  (a) 为  $\Delta_1 = 0, \Delta_3 = 0$  (b) 为  $\Delta_1 = 0, \Delta_3 = -1.0$  (c) 为  $\Delta_1 = -1.0, \Delta_3 = 0$  (d) 为  $\Delta_1 = -1.0, \Delta_3 = -1.0$  (e) 为  $\Delta_1 = -0.5, \Delta_3 = 0$  (f) 为  $\Delta_1 = -0.5, \Delta_3 = -1.0$

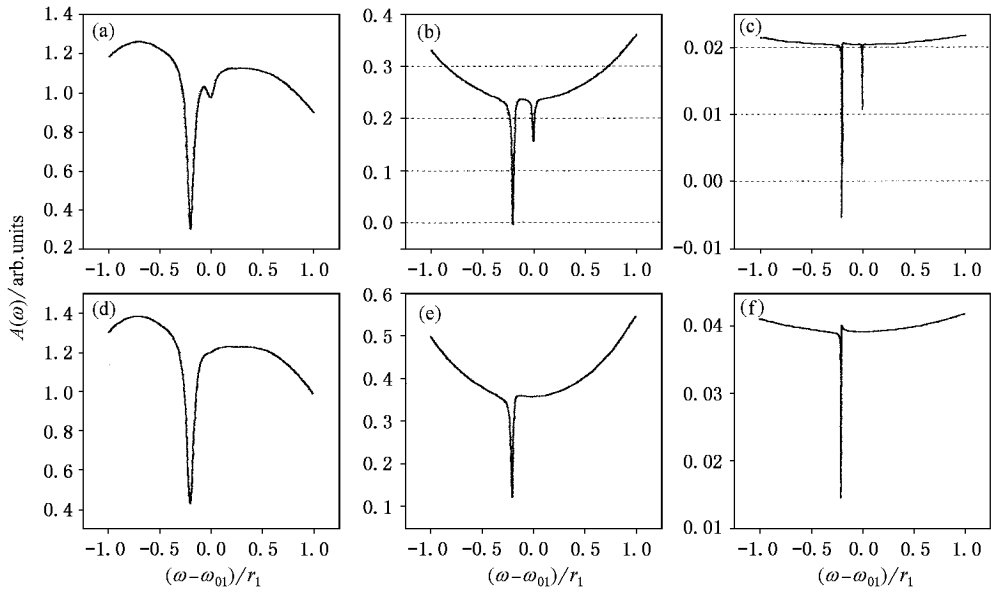


图7 梯型四能级系统中能级 $|1\rangle$ 到能级 $|2\rangle, |3\rangle$ 的弱探测场的吸收光谱随 $\Omega_{3,4}$ 的变化 ( $\omega_{32} = 0.4, \Delta_1 = -0.4, \Delta_3 = 0, \Omega_{1,2} = 0.1, \rho_1 = 1$ ) (a)为 $\Omega_{3,4} = 0.5, \rho_2 = 0$  (b)为 $\Omega_{3,4} = 1.5, \rho_2 = 0$  (c)为 $\Omega_{3,4} = 5.0, \rho_2 = 0$  (d)为 $\Omega_{3,4} = 0.5, \rho_2 = 1$  (e)为 $\Omega_{3,4} = 1.5, \rho_2 = 1$  (f)为 $\Omega_{3,4} = 5.0, \rho_2 = 1$

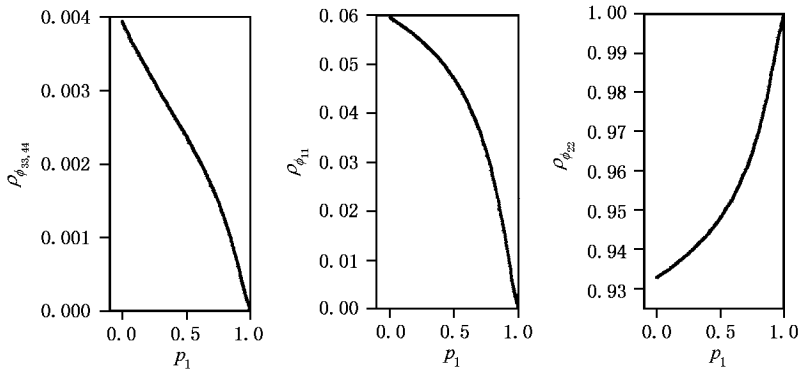


图8 各缀饰态粒子数分布( $\rho_{\phi_{11}}, \rho_{\phi_{22}}, \rho_{\phi_{33}}, \rho_{\phi_{44}}$ )随偶极矩关联度 $p_1$ 的变化 ( $\omega_{32} = 1.0, \Omega_{1,2} = 0.1, \Omega_{3,4} = 1.0, \Delta_1 = -0.5, \Delta_3 = -0.5, \rho_2 = 0$ )

$$\Delta_1 = -\frac{\omega_{32}}{2}; \Delta_2 = \frac{\omega_{32}}{2}; \Delta_3 = -\frac{\omega_{32}}{2}; \Delta_4 = \frac{\omega_{32}}{2},$$

且假设  $\Omega_1^* = \Omega_1; \Omega_2^* = \Omega_2; \Omega_3^* = \Omega_3; \Omega_4^* = \Omega_4;$   
 $\Omega_1 = \Omega_2; \Omega_3 = \Omega_4$ , 根据方程(28)可以得到缀饰态下的本征值分别为

$$\begin{aligned} G_1 &= G_2 = 0; \\ G_3 &= -\frac{1}{2} \sqrt{\omega_{32}^2 + 8\Omega_2^2 + 8\Omega_4^2}; \\ G_4 &= \frac{1}{2} \sqrt{\omega_{32}^2 + 8\Omega_2^2 + 8\Omega_4^2}. \end{aligned} \quad (29)$$

归一化的本征矢可写为

$$|\varphi_1\rangle = -\frac{\Omega_4}{\sqrt{\Omega_2^2 + \Omega_4^2}} |1\rangle + \frac{\Omega_2}{\sqrt{\Omega_2^2 + \Omega_4^2}} |4\rangle, \quad (30a)$$

$$\begin{aligned} |\varphi_2\rangle &= -\frac{\omega_{32}}{\sqrt{8\Omega_2^2 + \omega_{32}^2}} |1\rangle - \frac{2\Omega_2}{\sqrt{8\Omega_2^2 + \omega_{32}^2}} |2\rangle \\ &\quad + \frac{2\Omega_2}{\sqrt{8\Omega_2^2 + \omega_{32}^2}} |3\rangle, \end{aligned} \quad (30b)$$

$$\begin{aligned} |\varphi_3\rangle &= \frac{2\Omega_2}{G} |1\rangle - \frac{\omega_{32} + G}{2G} |2\rangle \\ &\quad + \frac{\omega_{32} - G}{2G} |3\rangle + \frac{2\Omega_4}{\Omega} |4\rangle, \end{aligned} \quad (30c)$$

$$G = \sqrt{\omega_{32}^2 + 8\Omega_2^2 + 8\Omega_4^2},$$

$$|\varphi_4\rangle = \frac{2\Omega_2}{G} |1\rangle - \frac{\omega_{32} - G}{2G} |2\rangle + \frac{\omega_{32} + G}{2G} |3\rangle + \frac{2\Omega_4}{\Omega} |4\rangle. \quad (30d)$$

根据方程(30)可以得到缀饰态基矢下的密度矩阵与裸态的密度矩阵关系,并利用数值计算可得到稳态下各缀饰态粒子数分布( $\rho_{\varphi_{11}}, \rho_{\varphi_{22}}, \rho_{\varphi_{33}}, \rho_{\varphi_{44}}$ )随偶极矩关联度  $p_1$  的变化规律,如图 8 所示.

从图 8 可以看到,在  $p_1 = 1$  时粒子被完全俘获在缀饰态  $|\varphi_2\rangle$  上,这一结果与 Zhou, Swain<sup>[19]</sup> 及 Li, Zhu 等人<sup>[21, 22]</sup> 对 V 型能级和与 V 型相关的四能级系统所得结果相类同. 这些结果表明只有偶极矩关联度  $p_1 = 1$  时粒子便被完全俘获在缀饰态  $|\varphi_2\rangle$  上,显然这是量子干涉的结果. 另外从方程(30b)可以看出,由于粒子被俘获的态  $|\varphi_2\rangle$  是能级  $|1\rangle, |2\rangle, |3\rangle$  的叠加态,与能级  $|4\rangle$  无关,因此在图 1 所示的激发情况下,与能级  $|4\rangle$  有关的 Rabi 频率  $\Omega_{3,4}$  及自发辐射

对电磁感应透明的产生影响便显得不突出. 另外,在密度矩阵运动方程中只有(6)式中含有  $p_2$  ( $p_2 \sqrt{r_3 r_4} e^{i\omega_{32}t} \rho_{44}$ ) 项,因此  $p_2$  主要对能级  $|2\rangle, |3\rangle$  间的相干性有更大的影响.

## 6. 结 论

在梯型四能级系统中,当驱动场  $\Omega_{1,2}$  激发原子从能级  $|1\rangle$  到能级  $|2\rangle$  和  $|3\rangle$  的中间态,且与 Rabi 频率  $\Omega_{3,4}$  形成共振激发能级  $|1\rangle$  到能级  $|4\rangle$  时, Rabi 频率  $\Omega_{3,4}$  的大小不影响系统电磁感应透明的产生,但影响电磁感应透明的宽度. 当改变激发方式时, Rabi 频率  $\Omega_{3,4}$  的大小则直接影响电磁感应透明和无反转增益的产生. 不同的激发方式也可改变电磁感应透明的位置. 偶极矩关联度在量子干涉效应中起着十分重要的作用.

- [ 1 ] Harris S E, Field J E and Imamoglu A 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 1107
- [ 2 ] Bollr K L, Imamoglu A and Harris S E 1991 *Phys. Rev. Lett.* **66** 2593
- [ 3 ] Field J E, Hahn K H and Harris S E 1991 *Phys. Rev. Lett.* **67** 3062
- [ 4 ] Xiao M, Li Y Q, Jin S Z and Gea-Banacloche J 1995 *Phys. Rev. Lett.* **74** 666
- [ 5 ] Fulton D J, Shepherd S, Moseley R R, Sinclair B D and Dunn M H 1995 *Phys. Rev. A* **52** 2302
- [ 6 ] Kocharovskaya O and Khanin Y I 1986 *Zh. ESKP Teor. Fiz.* **90** 1610
- [ 7 ] Harris S E 1989 *Phys. Rev. Lett.* **62** 1033
- [ 8 ] Scully M O, Zhu S Y and Gavrielides A 1989 *Phys. Rev. Lett.* **62** 2813
- [ 9 ] Gao J Y et al 1992 *Opt. Commun.* **93** 323
- [ 10 ] Doss H M, Narducci L M, Scully M O and Gao J Y 1993 *Opt. Commun.* **95** 57
- [ 11 ] Narducci L M et al 1990 *Phys. Rev. A* **42** 1630
- [ 12 ] Sadeghi S M and Meyer J 1999 *Phys. Rev. A* **59** 3998
- [ 13 ] Sadeghi S M, Meyer J and Rasteger H 1997 *Phys. Rev. A* **56** 3097
- [ 14 ] Zhang X Y, Li Y F, Sun J F and Wang Y C 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 36 ( in Chinese ) 张向阳,李永放,孙建锋,王永昌 2002 物理学报 **51** 36 ]
- [ 15 ] Li Y F, Zhang X Y, Sun J F and Wang Y C 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 782 ( in Chinese ) 李永放,张向阳,孙建锋,王永昌 2002 物理学报 **51** 782 ]
- [ 16 ] Li Y F, Zhang X Y, Sun J F and Wang Y C 2002 *Opt. Commun.* **202** 97
- [ 17 ] Li Y F, Zhang X Y, Sun J F and Wang Y C 2001 *Phys. Lett. A* **291** 215
- [ 18 ] Zhu S Y and Scully M O 1996 *Phys. Rev. Lett.* **76** 388
- [ 19 ] Zhou P and Swain S 1997 *Phys. Rev. A* **56** 3011
- [ 20 ] Zhou P and Swain S 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 832
- [ 21 ] Li F L and Zhu S Y 1999 *Phys. Rev. A* **59** 2330
- [ 22 ] Li F L, Zhu S Y and Ma A Q 2001 *J. Modern Opt.* **48** 439
- [ 23 ] Sergeant M III, Scully M O and Lamb W E Jr 1974 *Laser Physics* ( Reading, MA :Addison-Wesley ) chap 16 p274 and 279
- [ 24 ] Manka A S, Doss H M, Narducci L M, Ru P and Oppo G L 1991 *Phys. Rev. A* **43** 3748
- [ 25 ] Cohen-Tannoudji C 1992 *Interaction between Atoms and Photons* ( New York :John Wiley & Sons ) chap 4 p350



# Ultra-narrow electromagnetically induced transparency and inversionless gain in a ladder-four-level system

Li Yong-Fang Sun Jian-Feng

( *College of Physics and Information Technology , Shaanxi Normal University , Xi ' an 710062 , China* )

( Received 16 March 2002 ; revised manuscript received 15 June 2002 )

## Abstract

In this paper , we study the effects of Rabi frequencies and multi-path radiation on the electromagnetically induced transparency ( EIT ) and the inversionless gain in a ladder- four-level system driven by two-coherent fields. The Rabi frequencies of the field-driven transition from the upper level to middle levels play an important role for the realization of the ultra-narrow EIT and inversionless gain. Different excitation mechanism can change the position of the EIT. The action of the spontaneous alignment of the dipole moment is investigated. The explanation for the numerical results is presented using the theory of dressed state .

**Keywords** : ladder-four-level system , quantum interference effect , electromagnetically induced transparency , gain without inversion

**PACC** : 3250 , 3270