

耗散系统不可逆过程中的可拓展广义相对论时空关系

李宗诚

(苏州大学东校区 302 信箱, 苏州 215000)

(2002 年 6 月 20 日收到, 2002 年 7 月 28 日收到修改稿)

在引入非保守非惯性系的基础上对不可逆过程建立非保守系等效性假设, 在引入广域度规的基础上对具有复杂行为的时空建立非保守系协变性假设, 利用密度分布的不均匀度 $h(\rho)$ 和粗粒熵 $S(\rho_e)$ 及推导的多标度因数 η^* 计算式, 引入非保守惯性质量和非保守引力质量. 分析表明, 新结果使引力理论与非平衡态统计理论和非线性动力学达到应有的谐和, 发展并修正广义相对论.

关键词: 时空关系, 耗散系统, 不可逆性, 可拓展广义相对论, 非保守引力质量

PACC: 0155, 0300, 0400, 9880

1. 引 言

类星体的引力被认为能够达到 Einstein 理论的极限. 对于类星体, 需要有一种更强有力的能量来源机理来解释它的一些现象. 在宇宙诞生之初, 即使仅仅存在着极细微的物质涨落, 由于引力的作用, 也会形成相当显著的密度差异. 理论物理研究者们可以利用计算机来模拟宇宙的演化. 随着宇宙的膨胀, 原始星系以及更大的宇宙结构相继出现了. 这一过程的纯引力方面可以被模拟得相当好. 然而, 若要宇宙尘云在引力作用下形成星系, 它的密度必须要提高到原来的几十亿倍才行; 另外, 还需要十分复杂的动力学以及辐射传递机理来确定它们的质量. 而且, 第一批形成的恒星所释放的能量还会对后来发生的事件产生不确定的影响. 在这些模拟方案中, 星系的尺度和它的簇状结构分布取决于物质最初涨落的幅度和方式.

到目前为止, 我们还缺乏完备而自洽的量子引力理论. 大部分建立量子化引力理论的工作是在不改变量子力学和广义相对论的前提下进行的^[1,2]. 这种努力遇到了一系列困难, 包括宇宙学奇性、星系团的“不明物质”、黑洞的信息佯谬、黑洞奇点、引力辐射的量子解释, 等等. 在获得完备而自洽的量子引力理论之前, 有必要对现代引力理论进行拓展和修正. Hawking 和 Penrose^[3]设法用 Weyl 曲率假设来概括引力的时间不对称性. 正如大爆炸遗留下来的微波背景辐射所显示的: 宇宙在起始时为均匀的而在终了

时为凌乱的. 时空除了 Einstein 所发现的弯曲性, 还可以有内禀的弯曲, 并取 Weyl 曲率张量. Hawking 虽然承认张量不是电荷-宇称-时间(CPT)不变量, 但指出 Penrose 的 Weyl 曲率假设不能解释背景涨落^[3]. 对于黑洞热力学第二定律^[4]与引力、量子理论及统计物理之间的深刻联系, 已有进一步的研究^[5-7]. 实际上, 与引力场有密切联系的时空, 远比我们已认识到的复杂^[8]. 一个包含时间空间的系统可用偏微分方程 $\partial_t u = F(u, \partial_x u)$ 描写, 其中 u 为状态变量, x 为空间矢量, t 为时间. 耦合单峰格子的时空行为包括冻结化随机图案模式、图案选择模式、缺陷混沌扩散模式、缺陷湍流模式、完全发展湍流模式(FDT)等^[9]. 经典系统混沌运动的主要特征是轨道对初值的敏感性. 物理的直观分析表明^[10], 系综分布 $\rho_t(x)$ 在时间演化过程中的混沌特征与非平衡态趋向于平衡态的不可逆过程有关.

本文和文 [11] 将不可逆过程的多标度时空关系拓展到非惯性系. 新结果可以使引力理论与非平衡态统计理论和非线性动力学达到应有的谐和.

2. 初步讨论: 宇宙奇性和星系团“不明物质”与复杂时空行为

在所有均匀且各向同性的宇宙模型中, 膨胀或者是在收缩阶段后某一时刻发生, 或者是当物质密度 ρ 无穷大的某一时刻 $t=0$ 开始. 如果宇宙常量 $\Lambda=0$, 所有的解便具有奇异性. 这暴露了理论的某种困难和某种不适用性或局限性. 广义相对论一些相

应于宇宙模型并且是各向异性和非均匀性的最普遍解,同样也有奇点(趋近奇点时,解具有独特的振荡性质).

在广义相对论的框架内,要摆脱宇宙膨胀(或大质量星的坍缩)问题中的奇点,看来是很困难的.完备而严谨的引力场论应当是量子化的.在天体物理和多数宏观问题中,这种量子效应是极其微小的,但正是在奇点附近,量子效应会大大增强.例如,假设存在一个基本的微长度 l_0 .这时,广义相对论对于数量级等于或小于 l_0 的长度,就无效了;而且对于密度 $\rho \geq \rho_0 \approx h/c l_0^4$ 情况也是如此.由量子常量 \hbar ($\text{g} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$)、光速 c ($\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$) 和长度 l_0 (cm) 只能构成一种量纲为 $\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$ 的量 ρ_0 . 当 $l_0 \approx 10^{-16} - 10^{-17} \text{cm}$ 时,密度 $\rho_0 \approx 10^{26} - 10^{30} \text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$, 密度就不能达到 $\rho \geq \rho_0$, 因而奇异性以及一切发散性就会消失.即使不存在与引力无关的长度 l_0 , 也会出现一个引力长度 l_g . 由引力常量 G (量纲为 $\text{g}^{-1} \cdot \text{cm}^3 \cdot \text{s}^{-2}$)、光速 c 和量子常量 \hbar 构成一个长度量: $l_g \approx \sqrt{G\hbar/c^3} \approx 1.6 \times 10^{-33} \text{cm}$. 与这个长度相应的时间为 $t_g \approx l_g/c \approx 0.5 \times 10^{-43} \text{s}$, 而 $\rho_g \approx \frac{c^5}{\hbar G^2} \approx \frac{\hbar}{c l_g^4} \approx 5 \times 10^{93} \text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$. 已有证明^[21], 由于量子效应, ρ 在数量级上不会超过 $\rho_g \approx 10^{94} \text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$. 同时,在奇点附近,除了各种起伏的增强外,还会以簇射方式产生各种粒子对.可见,不能把广义相对论的经典奇异解推广到大于 ρ_g 的密度范围.解决这个问题,是一件极端困难、极端必要和具有深刻原理意义的事.

除了宇宙演化早期阶段,我们还不能断然否认在宇宙中的某些地方或某些时刻会出现与广义相对论的经典解不相符的情况.一种推测是^[21] 星系核和类星体它们本身就是一种极其巨大的等离子体(质量 $M \approx 10^9 M_\odot$, 半径 $r \approx 10^{17} \text{cm}$), 它有转动型的高速的内部运动以及磁场.对于星系团中“下落不明质量”问题,也可以这么认为.不能排除这样一种可能:星系团的稳定性只是一种假象(新的星系不断出现、产生,而另一些星系则正在离开星系团).

需要强调的是,建立新的物理概念的必要性是毋庸置疑的.在微观物理学领域内,甚至在宇宙学问题方面,以及在一般地趋近奇性时,引入新的概念更为必要.即使在密度、温度等条件并未越出物理学已知界限的情形下,当处理星系核、类星体和星系团这样的体系时,也不能排除出现某些原则性要素的可

能性.

在探讨具有复杂行为的时空方面,具有扩展对称性的分形几何可以成为必要的工具.分形看作是嵌置于 Euclid 空间的点集.对于物理量在几何分布上的奇异性,需要多重分形的几何概念(B.B. Mandelbrot, 1972).作为例子,现考虑一根单位长度的直棒,其物质密度 $\rho_0 = 1$.最初($n = 0$ 级)棒长 $l_0 = 1$ 质量 $\mu_0 = 1$.对棒进行分割,使每段质量 $\mu_1 = \mu'_1 = 0.5$.重复相同过程,到第 n 级有 $N = 2^n$ 根棒.可推出长度为 l_i (其中 $l_i \leq \delta$) 的小棒的质量为 $\mu_i = l_i^\alpha$, 其中标度指数 $\alpha = \frac{\ln 2}{\ln 3}$; 每小段的密度为 $\rho_i = \frac{\mu_i}{l_i} = \rho_0 l_i^{\alpha-1}$ (ρ_0 为一正规常量); 此式当 $l_i \rightarrow 0$ 时发散,于是出现质量分布的奇异性.图 1 显示一个康托集,其中每段厚度代表该段的密度 ρ_i . 这里需引入奇异性指数 α 来描述小棒的厚度在棒的长度减小时如何增加.该集产生的奇异性是以分形作支撑.由上面的康托集棒可以得到物理学中的质量“魔梯”.从图 1 左边 $x = 0$ 开始,找出位于一段 $[0, x]$ 间的质量: $M(x) = \int_0^x \rho(x') dx' = \int_0^x d\mu(x')$. 在构成康托集的所有无穷个点上 $\rho(x') = \infty$, 质量 $m(x)$ 在对应于间隙的一段距离内保持一定.当经过无穷多次迭代构造后,在康托集上每点经过无穷多次跳跃,每点质量都增加,最终这些跳跃使质量增加到 $m(1) = 1$.图 2 给出质量作为 x 的函数,它形成一个魔梯.

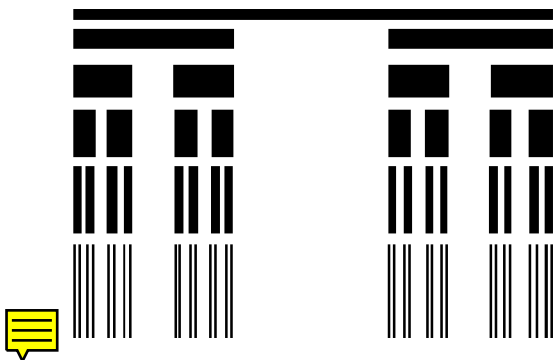


图 1 一个具有质量分布奇异性的康托集结构

3. 广域非惯性系与非保守系等效假设

不论 Newton 的引力理论还是广义相对论,都是在人们熟知的坐标系中对于在所考察时间范围内没有非线性非平衡过程发生的非演变物体,研究引力

相互作用的.现在,为扩大物理学的适用范围,需要我们对于非线性非平衡系统或不可逆性事件,拓展力学基础^[11].

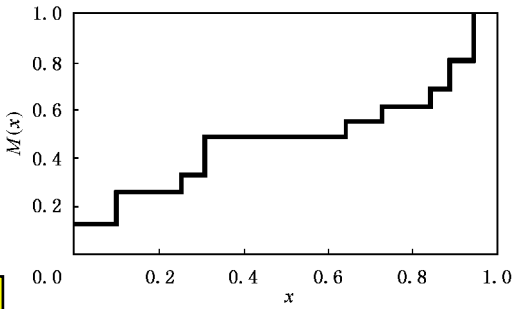


图2 反映质量分布奇异性的魔鬼阶梯

在与对称性、守恒性和可逆性有密切关系的经典力学中,时空的均匀性和各向同性这种假设总是与某个惟一确定的尺度范围有关.对于非线性非平衡系统或不可逆性演变事件,在不同标度下作出的分析会有不同的结果.因为任一不可逆性演变过程总是有一定时段和空间范围:在(i)远远大于演变空间和远远小于演变时间的尺度下、或者在(ii)远远小于演变空间和远远小于演变时间的尺度下、或者在(iii)远远大于演变空间和远远大于演变时间的尺度下,不可逆性演变尚未得到充分展现;只有在接近于演变空间并接近于演变时间的尺度下,不可逆性演变才能得到充分展现.例如,同一粒子在 10^2 km 和 10^{-10} s 内看来也许是未发生演变的,但在 10^{-8} cm 和 10 s 内看来也许是多重产生的.对于时间-空间,在不同标度下作出的分析也会有不同的结果.显然,空间在较大的尺度(如 10^8 光年)下看来是均匀的和各向同性的,但在较小的尺度(如,天体半径)下看来都是非均匀和各向异性的;时间在较短的间隔(如,相隔 10^{-10} s)下看来是均匀的和各向同性的,但在较长的间隔(如,相隔 10^9 a)下看来都是非均匀的各向异性的.

在4维的Minkowski空间 M^4 ,进而在 $4+K$ 维的时空 $M^4 \times B^K$ (Kaluza-Klein时空),可将时空标度区分为:分析框架的时空标度和分析对象的时空标度.前者指我们为观测和分析对象(事件、系统和时空)所选用的最大时空坐标尺度,记作 $R[S, T]$;后者指观测-分析对象(事件、系统和时空)存在和演变的最大物质线度和最大时间限度,记作 $r[s, t]$.在这里, B^K (紧致的 K 维空间)的特征尺度小于 10^{-19} cm , B^K 的能量范围大于 10^5 GeV .已知,现时的Hub-

ble距离约为 10^{28} cm ,宇宙年龄 $t_0 \approx 0.96H_0^{-1} \approx 1.5 \times 10^{10}\text{ a}$;Planck长度 $l_p = \sqrt{G}$ (G 为引力常量)约为 10^{-33} cm ,Planck时间 $t_p \approx 10^{-43}\text{ s}$.取 σ 为广域分析度,

$$\sigma = R[S, T]r[s, t]. \quad (1)$$

这里 $\sigma_s = R[S]r[s]$, $\sigma_t = R[T]r[t]$.在不同的 σ 取值或不同的 σ_s 值及 σ_t 值下,被观测-分析对象(物体、系统、事件、时空)在物理分析中被取作不同的模型(质点模型、刚体模型、流体模型、复杂模型等).有如下极值关系: $r_{\min}[s] = l_p \approx 10^{-33}\text{ cm}$, $r_{\min}[t] = t_p \approx 10^{-46}\text{ s}$, $r_{\max}[s] = \text{Hubble距离} \approx 10^{28}\text{ cm}$, $r_{\max}[t] = t_0 \approx 0.96H_0^{-1} \approx 1.5 \times 10^{10}\text{ a}$; $R_{\min}[S] = l_a$ (原子线度) $\approx 10^{-10}\text{ cm}$, $R_{\min}[T] = t_m$ (现有探测仪器的最小反应时间), $R_{\max}[S] = \text{Hubble距离} \approx 10^{28}\text{ cm}$, $R_{\max}[T] = t_0$ (宇宙年龄) $\approx 0.96H_0^{-1} \approx 1.5 \times 10^{10}\text{ a}$.

广域分析度 σ 的大小与物理对称性研究有密切关系.设 A 和 B 均为取较大值的数, a 和 b 均为取较小值的数,且 $A > a, B > b$.当 $\sigma_s > A$ 且 $\sigma_t > B$ 时,我们可获得一系列对称性结果和守恒律;当 $\sigma_s > A$ 且 $\sigma_t < b$ 时,我们亦可获得一系列对称性结果和守恒律;但当 $\sigma_s < a$ 且 $\sigma_t > B$ 或 $\sigma_s < a$ 且 $\sigma_t < b$ 时,我们将主要看到对称破缺和不可逆性.

不论被观测物理体系作为参考系,还是相对于被观测物理体系的其他物理体系作为参考系,都有几种情况:1)运动-平衡状态;2)运动-非平衡状态;3)相对静止-平衡状态;4)相对静止-非平衡状态.这几种参照系统可称为“广域参照系”.在所研究的问题中,如果不可逆性物理体系的大小和形状不起显著作用,我们就可以近似地将它看作为这样的理想体系:具有质量;具有内部结构;在一定的广域分析度 σ_s ($0 < \sigma_s < a, a$ 取较小值)下显得极小,但不是-一个点.这个理想体系可称作质心子,但它不同于质点,也不同于质心系.现在人们通过加速器实验已经在小至 10^{-16} cm 的尺度上探测到物质,还探测到电子的电荷,初步揭示电子的内部结构.一旦探明电子的内部结构,精细结构常量 $\alpha^2 = e^2/4\pi$ 就会改变,我们对于不可逆性的认识就会深入到更细微的层次.作为经典物理研究基础的时空均匀性假设实际上是在较大的广域分析度 σ_s 和较小的广域分析度 σ_t 下作出的,而具体物理运动过程中的结构及其演变在这种广域分析度 σ 下是被忽略的.当我们适当缩小 σ_s 并适当延长 σ_t 时,具体物理运动过程中的结

构及其演变就成为力学研究不可忽略的新因素。

对于不可逆过程,我们将惯性系和非惯性系分别拓展为广域惯性系和广域非惯性系,或者非保守惯性系和非保守非惯性系。当 $\sigma_s > A$ 且 $\sigma_t < b$ 时,广域非惯性系可简化为经典力学非惯性系。广域非惯性系的整个演变的运动时段曾被一系列时空对称破缺点区分为一系列时段;由于经典力学非惯性系在这里是前后相继的,所以我们在各个时段 $[n] = [1][2] \dots [N]$, n 为第 n 个时空对称破缺点)上分别看到的广域非惯性系仍以一种经典力学非惯性系的形态存在着。显然在广域非惯性系整个演变过程的一系列时段上的经典力学非惯性系之间具有不同的 Reimman 空时度规 $g_{ab[n]}$ 。

现在我们可以指出,由 Galileo, Huygens, Newton, Bessel 和 Eötvös 为证明引力质量和惯性质量的等价性所作的实验,至少有两个明显局限:一是局限于地球上的引力相互作用,忽略在更大时空范围内由巨大质量引起的巨大引力相互作用;二是局限于那些在所考察时间范围内没有复杂行为和结构发生的简单物体,而忽略具有非线性非平衡过程的演变物体。

为克服这两个局限,我们可以改进 Newton, Eötvös 等所做的等效实验,建立具有更大适用范围的理想实验。新的实验考虑到在更大时空范围内由巨大质量引起的巨大引力相互作用,还考虑到那些在所考察时间范围内有复杂结构和行为发生的演变物体。在这里,惯性质量和加速度,引力质量和引力场强度,都是多标度分析下的力学量。在这里,大质量物体不再局限于地球,可以取作宇宙时-空范围内的任一大质量物体;在产生引力相互作用的物体中至少有一个在所考察时间范围内具有复杂结构和行为的演变物体。

以这种理想实验为基础,可将等效原理拓展为非保守系等效原理。新原理可表述如下:

在任意引力场里的每一个时空点,有可能选择一个“局部广域惯性系”,使得物理规律的形式在所考察的那一点附近充分小的邻域内,与没有引力场时在未加速的 Descartes 广域坐标系里具有相同的形式。

为了将力学量与不可逆性联系起来,我们可引入密度分布 $\rho_t(x)$ 的不均匀度 $h(\rho)$ 。现考虑一保守 Hamilton 系统,其相空间轨道由正则方程

$$\begin{aligned} \dot{x} &= F(x), \quad \dot{x} = (q_1 \dots q_M, p_1 \dots p_M), \\ F_j &= \frac{\partial H(x)}{\partial p_j}, \\ F_{M+j} &= -\frac{\partial H(x)}{\partial q_j} \quad (j = 1, 2, \dots, M) \end{aligned}$$

描述,其系综密度分布满足 Liouville 方程。显然,系综分布在时间演化过程的特征与非平衡趋向于平衡态的不可逆过程有关。对相空间分布引入特征函数 $\varphi(z) = \int \exp\{ix \cdot z\} \rho(x) dx$, 则有 $\rho(x)$ 的不均匀度 $h(\rho)$ [12] 为

$$h(\rho) = \int |z|^2 |\varphi(z)|^2 dz / 2 \int |\varphi(z)|^2 dz \quad (2)$$

有证明 [10], 不均匀度 $h(\rho_t)$ 随时间的增长与系综轨道运动的 Lyapunov 指数满足关系: $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{2t} \ln h(\rho_t) = \max_{x \in \Delta} \{LE_1(x)\}$, 式中 $LE_1(x)$ 为过 x 点轨道的第一(即最大) Lyapunov 指数, Δ 表示相空间中 $|\nabla \rho_0(x)|$ 不为 0 的区域。图 3 示出在抛物映射 ($K = 0$) 和 Arnold 猫映射 ($K = -1$) 下的不均匀度及粗粒熵 $S(\rho_{t,\varepsilon})$ 随时间变化的数值结果。

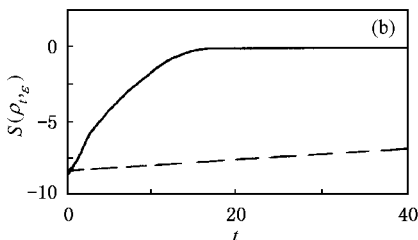
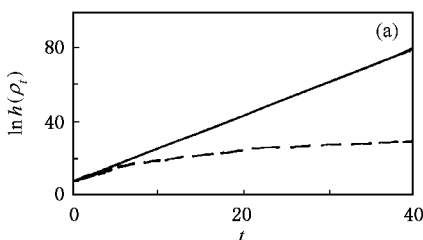


图 3 实线为 $K = -1$ 的情形, 虚线为 $K = 0$ 的情形 ($a = 0.003989, \varepsilon = 0.0004$) (a) 为 $\ln h(\rho_t)$ 随时间 t 的变化 (b) 为 $S(\rho_{t,\varepsilon})$ 随时间 t 的变化

由物理的直观考虑我们可以断定:质量密度的大小一方面在宏观上与物质体系的粗粒熵有关,另一方面在微观上与物质体系相空间分布的非均匀度

有关。考虑两种极端情形:质量或者均匀地弥散于任意大的空间,或者非均匀地积聚于任意小的点 [13]; 相应于这两种情形,引力或者任意小(如宇宙空间大

尺度范围内的引力),或者任意大(如“黑洞引力”).有关研究表明^[12],细粒熵 $S(\rho^t)$ 并不随时间变化, ΔS 的变化就是粗粒熵 $S(\rho_\epsilon^t)$ 的变化.当系综分布完成在相空间中的大范围扩散过程,而且分布的非均匀度(丝状物的平均间距)小于粗粒尺度 ϵ 时,粗粒熵便达到其极大值(平衡态熵).在以后发展中,虽然分布的非均匀度将继续减小,但 ΔS 已不再增大.设系统在初始时刻的质量为 m .利用 $S(\rho_\epsilon^t)$ 和非均匀度 $h(\rho^t)$,可以引入准保守质量:

$$m^t = \tau(1 + h_\rho^t)V[1 + S(\rho_\epsilon^t)] = m[1 + h_\rho^t + S(\rho_\epsilon^t) + h_\rho^t S(\rho_\epsilon^t)], \quad (3)$$

式中 τ 和 V 分别为初始时刻的质量密度和体积.对于非保守系统,本文试图将热力学的某些因素引入力学中,并将非平衡态熵产生 \mathcal{J} 当作与经典力学中的速度对应且具有同等重要性的量来引入.在非平衡态热力学中,一个体系的总熵随时间的变化可以写作如下形式:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{d}{dt} \int_V s dV = \int_V \frac{\partial s}{\partial t} dV = - \int_\Sigma d\Sigma n \cdot J_s + \int_V dV \zeta, \quad (4)$$

式中 J_s 为通过单位面积的熵流, ζ 为单位体积中的熵产生. 这里有关系: $\frac{d_i S}{dt} = \int_V \zeta dV \equiv \mathcal{J}$, $\frac{d_e S}{dt} = - \int_\Sigma d\Sigma n \cdot J_s$, 其中 \mathcal{J} 为整个体系中熵的产生速率. 由 m^t 与 \mathcal{J} 之积可引入一个新的量——发展动量, 简记为 D , 即 $D = m^t \cdot \mathcal{J} = m(1 + h_\rho^t)[1 + S_\epsilon^t] \frac{d_i S}{dt}$.

按照非平衡态热力学的研究,在非平衡态的线性区,熵产生及其时间变化率有下列特性: $\mathcal{J} > 0$, $\frac{d}{dt} \mathcal{J} = \alpha$ (在定态), $\frac{d}{dt} \mathcal{J} < \alpha$ (偏离定态).但在非平衡态的非线性区,熵产生的时间变化率未必小于或等于 0. 由 m^t 和 $\delta_{x\mathcal{J}}$ 可以给出对称破缺力 \mathcal{F} :

$$\mathcal{F} = m^t \delta_{x\mathcal{J}} = m^t \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \delta^2 S \right) = m(1 + h_\rho^t)[1 + S_\epsilon^t] \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \delta^2 S \right). \quad (5)$$

如图 4 所示,当 $\delta_{x\mathcal{J}} = 0$ 时,处于非平衡态线性区的非保守系可称为非保守惯性发展系;当 $\delta_{x\mathcal{J}} < 0$ 或者 $\delta_{x\mathcal{J}} > 0$ 时,处于非平衡态非线性区的非保守系可称为非保守非惯性发展系.

对于大于物体 A 整个演变时段的观测时间标

度,可对物体 A 的质量取平均值(期望值): $m^* = m[\eta_0 + \sum_{n=1}^N \frac{1}{\delta^{n-1}} \eta_n(1 + h_\rho)]$. 式中 N 为粒子的分岔混沌波的分岔阶数, δ 为 Feigenbaum 常量, η_0 为未分岔时段在整个演变时段 $[t_0, t]$ 中所占的比, η_1 为一阶分岔时段 $[t_0, t_1]$ 在 $[t_0, t]$ 中所占的比, $n = 1, 2, \dots, N$. 在这里,要求 $\eta_0 + \eta_1 + \frac{1}{\delta} \eta_1 + \frac{1}{\delta^2} \eta_1 + \dots + \frac{1}{\delta^{N-1}} \eta_1 = 1$. 考虑到相对论效应和非平衡性发展效应,可得非保守质量 m^* 的计算式^[11]:

$$m^* = m_0(1 + h_\rho)[1 + S_\epsilon^t] \frac{1}{[1 - (v/c\eta^*)]^2}, \quad (6)$$

式中 m_0 为处于平衡态(均匀态)时的静质量,而 η^* 可称作多标度因数,即 $\eta^* = \eta_0 + \sum_{n=1}^N \frac{1}{\delta^{n-1}} \eta_n(1 + n)$, c 为经典真空中的光速. 由此我们不难引入非保守惯性质量和非保守引力质量. 非保守系等效原理揭示了非保守惯性质量与非保守引力质量的等价性.

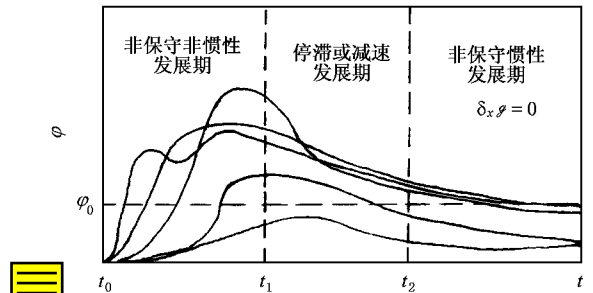


图 4 非保守发展系统与熵产生率 \mathcal{J}

4. 广域度规 $g_{\mu\nu}^*$ 与多标度协变性假设

在经典物理学中,广义协变性原理仅只涉及引力对于时空引起的简单非线性效应——空间弯曲,但没有涉及引力对于时空引起的复杂非线性效应——非均匀性、非平衡性、对称破缺、混沌、分数维等. 现考虑在引力作用下自由运动的一个粒子(可以是具有复杂性质的复合粒子). 根据上述非保守系等效原理,存在一个自由降落的广域坐标系. 粒子在这里的运动方程是空-时中的一条直线,即 $d^2 \xi^\alpha / d\tau^2 = 0$, 其中 $d\tau^2$ 是原时 $d\tau^2 = -\eta^* \eta_{\alpha\beta} d\xi^\alpha d\xi^\beta$, η^* 为多标度因数. 对于广域坐标系 x^μ , ξ^α 为 x^μ 的函数. 在方程 $0 = \frac{d^2 x^\lambda}{d\tau^2} + \Gamma_{\mu\nu}^\lambda \frac{dx^\mu}{d\tau} \frac{dx^\nu}{d\tau}$ 中, $\Gamma_{\mu\nu}^\lambda$ 为仿射联络. 原时

$d\tau^2$ 也可以表示成 $d\tau^2 = -g_{\mu\nu}^* dx^\mu dx^\nu$,式中 $g_{\mu\nu}^*$ 为广域度规张量 ,

$$g_{\mu\nu}^* \equiv \eta^* g_{\mu\nu} = \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\nu} \eta^* \eta_{\alpha\beta} . \quad (7)$$

由对 x^λ 的微分得

$$\begin{aligned} \frac{\partial g_{\mu\nu}^*}{\partial x^\lambda} &= \frac{\partial^2 \xi^\alpha}{\partial x^\lambda \partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\nu} \eta^* \eta_{\alpha\beta} \\ &+ \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{\partial^2 \xi^\beta}{\partial x^\lambda \partial x^\nu} \eta^* \eta_{\alpha\beta} . \end{aligned}$$

利用 ξ^α 的微分方程 $\frac{\partial^2 \xi^\alpha}{\partial x^\mu \partial x^\nu} = \Gamma_{\mu\nu}^\alpha \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\lambda}$,可得

$$\begin{aligned} \frac{\partial g_{\mu\nu}^*}{\partial x^\lambda} &= \Gamma_{\lambda\mu}^\rho \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\rho} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\nu} \eta^* \eta_{\alpha\beta} \\ &+ \Gamma_{\lambda\nu}^\rho \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\rho} \eta^* \eta_{\alpha\beta} . \end{aligned}$$

再利用(7)式,得到 $\frac{\partial g_{\mu\nu}^*}{\partial x^\lambda} = \Gamma_{\lambda\mu}^\rho g_{\rho\nu}^* + \Gamma_{\lambda\nu}^\rho g_{\mu\rho}^*$.

基于非保守系等效原理,我们可将广义协变原理拓广为新原理.新原理可概述为

物理方程在一般的引力场中也成立,只要它具备两个条件:1)这个方程在没有引力场时是成立的,即当广域度规张量 $g_{\alpha\beta}^* = \text{Minkowski}$ 广域张量 $\eta_{\alpha\beta}^*$,且场密度分布 ρ 的不均匀度 $h(\rho)$ 极小时,这个方程与无引力多标度时空理论^[11]的定律一致.2)这个方程在多标度下是广义协变的;即在一般的广域坐标变换 $x \rightarrow x'$ 下,它保持自己的形式不变.

引力对于时空的复杂非线性效应,在数学上可由分形几何做进一步研究.这必定涉及分形反演,而分形反演问题(IFP)是分形研究中的前沿课题. Barnsley^[14]的方法是利用一事先假定的不变性去模拟、逼近和重现所讨论分形的不变性,但无法明确揭示分形本身的不变性. Arneodo 等^[15]利用小波变换,

对一维“饼格”(cookie-cutters)分形反演取最初极大分岔点为特征点,使分形反演具有可操作性.在特征点选择上,Struzik^[16]选取极值分岔点. Mandelbrot^[17]认为分形有三个要素,即形状、随机性和维数.对于反演而言,真正有用的是不变个数 s ,不变比 C_i ,子系统在母系统中的空间分布方式及随机性.不变个数指在 S_{n-1} 尺度下的母系统包括 S_n 尺度下的子系统数目.不变比指当不变个数为 s ,且设 S_n 尺度下的 s 个子系统为 $\{Q_n^i | i = 1, 2, \dots, s\}$ 则 Q_n^i 与 Q_{n-1} 具有不变性,它们之间的尺度符合状况称为不变比.若 Q_n^i 与 Q_{n-1} 为相似的,且 $\text{dian}(Q_n^i) / \text{dian}(Q_{n-1}) = C_i$.其中, $\text{dian}(Q)$ 表示区域 Q 之直径,则不变比为相似比系数 C_i .在 s 维空间,连续小波变换定义为^[18]

$$W_{f,h}(w, v) = \frac{1}{\sqrt{C_h}} \int_{R^s} w^{-s/2} f(x) h\left(\frac{x-v}{w}\right) dx ,$$

$w \in R^+$, $v \in R^s$.对于一族 s 维空间的压缩变换 $T = \bigcup_{i=1}^N T_i$,即 $|T_i(x_1^{(j)} - x_2^{(j)})| \leq C_{ij} |x_1^{(j)} - x_2^{(j)}|$, $0 < C_{ij} \leq 1$, $\forall i \in N, j \in s$.这里 $x = (x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(s)})$.令 $C_0 = \max\{C_{ij}\}$, $C'_0 = \min\{C_{ij}\}$.一般地, $T_i x = u_i x + v_i$.

设 $g_{ij} = \text{gan}(T_i, T_j) = \min\{\text{distance}(T_i D_0, T_j D_0)\}$,即压缩变换对分形域 D_0 变换后区域间的距离.令 $g = \min\{g_{ij} | i, j = 1, \dots, N\}$.将压缩变换 T 与 Bernoulli 测度相联系, Bernoulli 测度为:存在 P_i ,使得对任意 $i = 1, \dots, N$ 均有 $0 \leq P_i \leq 1$,且 $\sum_{i=1}^N P_i = 1$. T 与 u 之间有 $u(D_{k_1 \dots k_n}) = P_{k_1} \dots P_{k_n}$, $k_i \in \{1, \dots, N\}$.这里, $D_{k_1 \dots k_n} = T_{k_n} \dots T_{k_1} D_0$.而由压缩变换 T 生成的图形具有分形特征.

[1] Linde A D 1988 *Particle Physics and Inflationary Cosmology* (New York :Gordon and Breach)p322
 [2] Wald R M 1977 *Space, Time and Gravity* (Chicago : The University of Chicago Press) pp24-45
 [3] Hawking S W and Penrose R 1994 *The Essence of Spacetime* (New York :Princeton University Press) pp19-34
 [4] Strominger V 1996 *Phys. Rev. B* **87** 34
 Witten G 1996 *Nature* **96** 9
 [5] Li R J , Qiao Y F and Meng J 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** (in Chinese) 李人杰、乔永奋、孟 军 2002 物理学报 **51** 5]

[6] Winberg S 1972 *Gravitation and Cosmology* (New York :John Wiley)
 [7] Fang J H 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 1005 (in Chinese) 方健会 2001 物理学报 **50** 1005]
 [8] Yang W M 1994 *Spatiotemporal Chaos and Coupled Map Lattice* (Shanghai :Shanghai Scientific and Technological Education Publishing House) (in Chinese) 杨维明 1994 时空混沌和耦合映象格子 (上海 :上海科技教育出版社)]
 [9] Kaneko K 1989 *Physica D* **34** 1
 [10] Gu Y 1996 *Quantum Chaos* (Shanghai :Shanghai Scientific and Technological Education Publishing House) (in Chinese) [顾 雁 1996

- 量子混沌(上海:上海科技教育出版社)]
- [11] Li Z C 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 774 (in Chinese) 李宗诚 2003 物理学报 **52** 774]
- [12] Keating J P 1991 *Nonlinearity* **4** 309
- [13] Wang Y J and Tang Z M 2001 *Chin. Phys.* **10** 679
- [14] Barnsley M F 1988 *Fractal ,Everywhere* (UK :Academic Press) pp36 - 49
- [15] Ameedo A , Bacry E and Muzy J F 1995 *Physica A* **213** 232
- [16] Struzik Z R 1996 *From Coastline Length to Inverse Fractal Problem* (Wibro Disserta Tie Drukkerij , JF Press , Helmond) p67
- [17] Mandelbrot B B 1983 *The Fractal Geometry of Nature* (New York : Freeman ,and Company) p237
- [18] Zhao S N and Xiong X Y 1996 *Transformation and Analysis of Wavelets* (Beijing :Electron Industry Press) (in Chinese) 赵松年、熊小云 1996 子波变换与子波分析(北京:电子工业出版社)]

Spatiotemporal relation of prolongable general relativity in the irreversible process of a dissipative system

Li Zong-Cheng

(Mailbox 302 , East Section of Suzhou University , Suzhou 215000 ,China)

(Received 20 June 2002 ; revised manuscript received 28 July 2002)

Abstract

The hypothesis on the equivalence in non-conservative system is set up for irreversible process on the basis of bring-in of the nonconservative-noninertial system ;and the hypothesis on the covariance in non-conservative system is put forth for the space-time with complex action on the basis of bring-in of the ultra-gauge. Also the heterogeneity $h(\rho^t)$ and coarse-grained entropy $\mathcal{S}(\rho_\epsilon^t)$ of the density distribution ρ in phase space and the derived computational expression of multiscale factor η^* are used in the bring-in of the nonconservative gravitation mass and nonconservative inertial mass. The analysis here shows that the new result could make the gravitation theory , together with the statistical theory of nonequilibrium state and the nonlinear dynamics reach harmony to some extent , so as to revise and develop general theory of relativity.

Keywords : spatiotemporal relation , dissipative system , irreversibility , prolongable general relativity , nonconservative gravitation mass

PACC : 0155 , 0300 , 0400 , 9880