

双能带三维光子晶体中二能级原子的自发辐射^{*}

陈 三 谢双媛 羊亚平 陈 鸿

(同济大学物理系, 上海 200092)

(2002 年 8 月 7 日收到)

研究了双能带三维光子晶体中二能级原子自发辐射的性质. 由于双能带各向异性色散关系的影响, 辐射场中的局域场和传输场不能共存, 导致原子上能级占据数不再具有准周期性振荡的性质, 而是随时间趋于常数, 或者随时间按幂函数形式衰减, 或者随时间按指数形式衰减. 这些性质不仅与原子上能级和能带带边的相对位置有关, 而且与光子晶体上、下能带之间的能隙宽度有关. 这些性质也有别于单能带各向同性光子晶体中二能级原子自发辐射的性质.

关键词: 光子晶体, 二能级原子, 自发辐射

PACC: 4250, 4270, 3280

1. 引 言

光子晶体是一种介电函数周期性分布的人工介质材料. 这种周期性介质材料具有光子能带和光子能隙结构, 频率处于完全能隙中向各个方向传播的电磁波将被禁止, 一般辐射场的色散关系和电磁波模密度也发生了改变^[1-5]. 原子的自发辐射不仅与原子本身的性质有关, 而且与原子所处环境的电磁波模密度有关. 因此, 近年来关于光子晶体中原子自发辐射性质的研究引起了人们的广泛兴趣^[6-15], 光子晶体中原子的自发辐射将表现出新的现象, 如光的局域化^[6,7]、光子-原子束缚态^[8,9]、部分稳态原子居于激发态^[6]、占据数的周期性振荡^[10,11]、自发辐射的相干控制^[12]、自发辐射的相干加强^[13]等等. 在大多数这些研究中, 只考虑了光子晶体中的一个能带. 如果原子的频率非常靠近这个能带的带边, 而且能隙与能带相比较宽, 这个单能带模型是很好的近似. 但是, 如果能隙相对于能带而言较窄, 就必需同时考虑能隙两侧的上能带和下能带的影响, 即采用双能带模型. 已有研究表明, 在研究原子自发辐射时, 采用双能带模型会得到不同于单能带模型的新现象^[14,15].

本文讨论了双能带三维光子晶体中二能级原子

的自发辐射. 研究表明: 不同于单能带各向同性色散关系的情况, 当考虑双能带各向异性色散关系时, 辐射场中的局域场和传输场不能共存, 原子上能级占据数不再表现出随时间准周期性振荡的性质. 对应不同的原子上能级和能带带边的相对位置, 原子上能级占据数或者是随时间趋于常数, 或者是随时间按幂函数形式衰减, 或者是随时间按指数形式衰减. 这些性质还与光子晶体上、下能带之间的能隙宽度有关.

2. 基本理论

本文考虑处于双能带三维光子晶体中的一个二能级原子的自发辐射. 三维光子晶体具有上、下两个能带, 在上能带与下能带之间存在光子能隙. 在光子晶体能带带边的各向异性色散关系可近似表示为

$$\begin{aligned}\omega_k &= \omega_{c1} + A_1 |\mathbf{k} - \mathbf{k}_0^i|^2, \\ \omega_k &= \omega_{c2} - A_2 |\mathbf{k} - \mathbf{k}_0^i|^2,\end{aligned}\quad (1)$$

式中 ω_{c1} 和 ω_{c2} 分别为上、下能带带边的截止频率. 假设光子能隙宽度 $\omega_{12} = \omega_{c1} - \omega_{c2}$ 远小于 ω_{c1} 和 ω_{c2} . A_1 和 A_2 为常系数. \mathbf{k}_0^i 为与能带带边有关的有限对称点集.

二能级原子的上能级 $|a\rangle$ 通过电磁模与下能级 $|b\rangle$ 耦合, 其相应的共振频率为 ω_a . 假定下能级 $|b\rangle$

^{*} 国家自然科学基金和国家重点基础研究发展规划基金资助的课题.

对应的能量本征值为零,且 ω_a 靠近光子晶体的能带带边.在旋波近似下,系统的哈密顿量为

$$\hat{H} = \hbar\omega_a |a\rangle\langle a| + \sum_k \hbar\omega_k b_k^\dagger b_k + i\hbar \sum_k (g_k b_k^\dagger |b\rangle\langle a| - b_k |a\rangle\langle b|) \quad (2)$$

式中 k 表示电磁模的动量和极化; b_k^\dagger (b_k) 表示辐射场中第 k 个模式的产生算符(湮没)算符. $g_k = (\omega_a d_a / \hbar) \sqrt{\hbar / 2\epsilon_0 \omega_k V_0} \mathbf{e}_k \cdot \mathbf{u}_d$ 为辐射场与原子的耦合系数,并假设为实数. d_a 和 \mathbf{u}_d 分别为 $|a\rangle \rightarrow |b\rangle$ 跃迁偶极矩的大小和方向单位矢量. V_0 为体积, \mathbf{e}_k 表示电磁模 k 两个偏振方向的单位矢量, ϵ_0 为介电常量.

系统在任意时刻 t 的状态矢量可写为

$$|\psi(t)\rangle = A(t) e^{-i\omega_a t} |a\rangle |0\rangle_f + \sum_k B_k(t) e^{-i\omega_k t} |b\rangle |1_k\rangle_f, \quad (3)$$

式中态矢量 $|a\rangle |0\rangle_f$ 表示处于原子的激发态 $|a\rangle$,但无发射光子; $|b\rangle |1_k\rangle_f$ 表示原子处于基态 $|b\rangle$ 而且有一个 k 模式光子.假定原子初始时刻处于激发态,即 $A(0) = 1, B_k(0) = 0$.把(2)和(3)式代入薛定谔方程,可得关于 $A(t)$ 和 $B_k(t)$ 的演化方程

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} A(t) &= - \sum_k g_k B_k(t) e^{-(\omega_k - \omega_a)t}, \\ \frac{\partial}{\partial t} B_k(t) &= g_k A(t) e^{(\omega_k - \omega_a)t}. \end{aligned} \quad (4)$$

先对(4)式中第二个方程进行积分,并将其代入前一个方程,然后利用拉普拉斯变换求解,可得到

$$A(s) = \frac{1}{s + \Gamma}, \quad (5)$$

式中 $\Gamma = \sum_k \frac{g_k^2}{s - (\omega_a - \omega_k)}$. 利用色散关系(1)式,用关于 k 的积分代替对 k 的求和,并改变积分变量 $\mathbf{a} = \mathbf{k} - \mathbf{k}_0$, 得到

$$\begin{aligned} \Gamma &= - \frac{i\beta_1^{3/2}}{\sqrt{\omega_{c1}} + \sqrt{-is - \omega_{ac1}}} \\ &+ \frac{i\beta_2^{3/2}}{\sqrt{\omega_{c2}} + i\sqrt{-is - \omega_{ac2}}}, \end{aligned} \quad (6)$$

式中 $\beta_1^{3/2} = \left[\frac{(\omega_a d_a)^2}{8\pi\epsilon_0 \hbar A_1^{3/2}} (\sum_i \sin^2 \theta_i) \right]$, $\beta_2^{3/2} = \left[\frac{(\omega_a d_a)^2}{8\pi\epsilon_0 \hbar A_2^{3/2}} (\sum_i \sin^2 \varphi_i) \right]$. θ_i 和 φ_i 为原子偶极矩与 \mathbf{k}_0 之间的夹角. $\omega_{ac1} = \omega_a - \omega_{c1}$, $\omega_{ac2} = \omega_a - \omega_{c2}$. 由于所考虑的光子带隙是窄带隙,为了简单起见,假设

$$\beta_1 = \beta_2 = \beta.$$

振幅 $A(t)$ 可以通过拉普拉斯反演得到

$$\begin{aligned} A(t) &= \sum_j \frac{e^{x_j^{(1)} t}}{G'(x_j^{(1)})} + \sum_j \frac{e^{x_j^{(2)} t}}{H'(x_j^{(2)})} + \sum_j \frac{e^{x_j^{(3)} t}}{F'(x_j^{(3)})} \\ &+ \frac{e^{i\omega_{ac1} t}}{2\pi i} \int_0^\infty \left[\frac{1}{R_1(x)} - \frac{1}{R_2(x)} \right] e^{-xt} dx \\ &+ \frac{e^{i\omega_{ac2} t}}{2\pi i} \int_0^\infty \left[\frac{1}{R_3(x)} - \frac{1}{R_4(x)} \right] e^{-xt} dx. \end{aligned} \quad (7)$$

以上函数有如下定义:

$$\begin{aligned} G(x) &= x - \frac{i\beta^{3/2}}{\sqrt{\omega_{c1}} + \sqrt{-ix - \omega_{ac1}}} \\ &+ \frac{i\beta^{3/2}}{\sqrt{\omega_{c2}} + i\sqrt{-ix - \omega_{ac2}}}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H(x) &= x - \frac{i\beta^{3/2}}{\sqrt{\omega_{c1}} + \sqrt{-ix - \omega_{ac1}}} \\ &+ \frac{i\beta^{3/2}}{\sqrt{\omega_{c2}} + \sqrt{ix + \omega_{ac2}}}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F(x) &= x - \frac{i\beta^{3/2}}{\sqrt{\omega_{c1}} - i\sqrt{ix + \omega_{ac1}}} \\ &+ \frac{i\beta^{3/2}}{\sqrt{\omega_{c2}} + \sqrt{ix + \omega_{ac2}}}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_1(x) &= -x + i\omega_{ac1} - \frac{i\beta^{3/2}}{\sqrt{\omega_{c1}} - i\sqrt{-ix}} \\ &+ \frac{i\beta^{3/2}}{\sqrt{\omega_{c2}} + \sqrt{-ix + \omega_{c2}}}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_2(x) &= -x + i\omega_{ac1} - \frac{i\beta^{3/2}}{\sqrt{\omega_{c1}} + \sqrt{ix}} \\ &+ \frac{i\beta^{3/2}}{\sqrt{\omega_{c2}} + \sqrt{-ix + \omega_{c2}}}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_3(x) &= -x + i\omega_{ac2} - \frac{i\beta^{3/2}}{\sqrt{\omega_{c1}} + \sqrt{ix + \omega_{c1}}} \\ &+ \frac{i\beta^{3/2}}{\sqrt{\omega_{c2}} + \sqrt{-ix}}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_4(x) &= -x + i\omega_{ac2} - \frac{i\beta^{3/2}}{\sqrt{\omega_{c1}} + \sqrt{ix + \omega_{c1}}} \\ &+ \frac{i\beta^{3/2}}{\sqrt{\omega_{c2}} - \sqrt{-ix}}. \end{aligned}$$

上式中 $x_j^{(1)}$ 是方程 $G(x) = 0$ 在区域 $\text{Im}(x) < \omega_{ac2}$ 和 $\text{Re}(x) < 0$ 范围之外的根; $x_j^{(1)}$ 都是纯虚根. $x_j^{(2)}$ 是方程 $H(x) = 0$ 在区域 $\omega_{ac1} < \text{Im}(x) < \omega_{ac2}$ 和 $\text{Re}(x) < 0$ 范围内的根; $x_j^{(3)}$ 是方程 $F(x) = 0$ 在区域 $\text{Im}(x) < \omega_{ac1}$ 和 $\text{Re}(x) < 0$ 范围内的根; $x_j^{(2)}$ 和 $x_j^{(3)}$ 都是复数根.这些根的数目和性质不仅依赖于原子

上能级与能带带边的相对位置,而且还依赖于能隙的宽度,这直接影响着原子的自发辐射性质.通过理论分析和数值计算可知,最多有一个纯虚根或者复数根存在.在图 1 中,利用计算结果画出了 4 条曲线,将整个空间划分为 5 个区域:在区域 I 中以及区域 I 与 IV 的交线上,有一个复数根存在;在区域 IV 中,没有根存在;在区域 II 中以及区域 IV 与 II, II 与 V 的交线上,有一个纯虚根存在;在区域 V 中,没有

根存在;在区域 III 中以及区域 III 与 V 的交线上,有一个复数根存在.可以严格证明只有当 $\omega_{c2} + \frac{\beta^{3/2}}{\sqrt{\omega_{c1}} + \sqrt{\omega_{12}}} - \frac{\beta^{3/2}}{\sqrt{\omega_{c2}}} \leq \omega_a \leq \omega_{c1} + \frac{\beta^{3/2}}{\sqrt{\omega_{c1}}} - \frac{\beta^{3/2}}{\sqrt{\omega_{c2}} + \sqrt{\omega_{12}}}$ 时,有且只有一个纯虚根 ib 处于 $\omega_{ac1} \leq b \leq \omega_{ac2}$ 区域内.

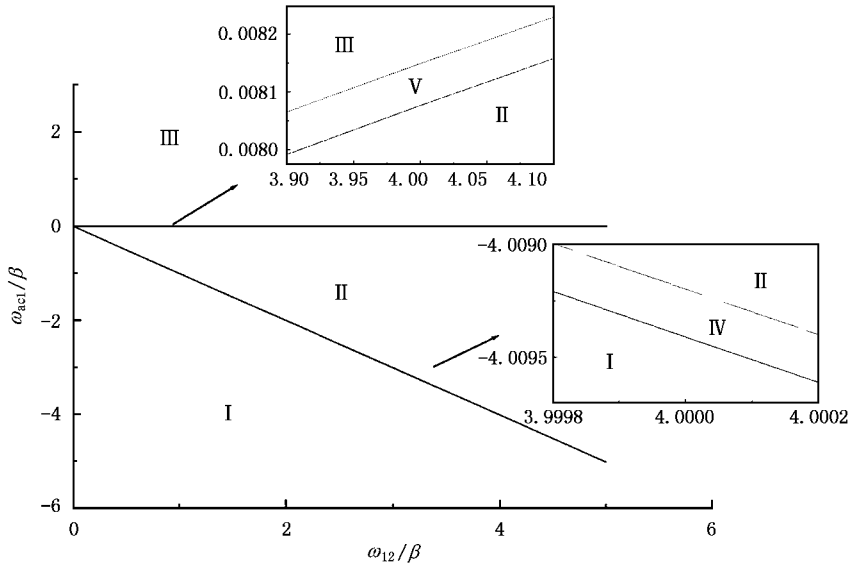


图 1 $\omega_{c1} = 202\beta$ 时根分布的区域

3. 主要结果

我们主要讨论当一个二能级原子处于双能带三维光子晶体中时,其上能级占据数随时间的变化情况.

对于处于单能带各向同性光子晶体中的一个二能级原子^[6],局域场和传输场可以共存.局域场、传输场和弥散场可同时对原子进行修饰,从而导致原子的上能级分裂并形成缀饰态.这些缀饰态之间很强的量子干涉致使上能级的占据数随时间作准周期性振荡运动.这种原子自发辐射的非指数衰减完全不同于一般自由空间中占据数的指数衰减行为.由于局域场总是存在,即使是原子的共振跃迁频率处于能带中,也能导致部分稳态原子永远居于激发态.

对于处于双能带三维光子晶体中的二能级原子而言,上能级占据数随时间的演化由 $P_A = |A(t)|^2$ 决定,可以从(7)式求得.(7)式等号右端第一项来自于纯虚根,对应不随时间衰减的局域场,局域场与原

子相互作用产生不随时间减的缀饰态;第二、三项来自于对应传输场的复数根,产生随时间衰减的缀饰态;第四项积分项对应弥散场,弥散场修饰原子形成随时间衰减的准缀饰态.当原子上能级和能带带边的相对位置发生变化,或者能隙的宽度发生变化时,在图 1 中不同区域内(7)式中各项出现的情况各不同.由上一节的分析可知,对应局域场的纯虚根和对应传输场的复数根不能共存,而且当辐射场主要是局域场或者传输场时,弥散场与局域场、传输场相比很弱以致于可以忽略,因此不存在缀饰态之间的量子干涉,这就决定了处于双能带三维光子晶体中的二能级原子的自发辐射必然不同于单能带各向同性光子晶体中二能级原子的自发辐射.

研究当二能级原子的上能级从光子晶体能隙中向上、下能带移动时,即对应于图 1 中的 5 个区域,原子上能级占据数随时间的演化性质.当原子上能级在能隙中时,即对应图 1 中的区域 II,辐射场包含强的局域场和很弱的弥散场.局域场修饰原子形成不随时间衰减的缀饰态.当时间趋于无穷时,此不随

时间衰减的级饰态仍对占据数有贡献,占据数趋近于常数 P_{A0} ,这将导致部分稳态原子永远居于激发态(如图 2 所示).若仔细研究会发现占据数衰减很弱,几乎接近于 1.这是由于弥散场相对于局域场很弱,可以忽略,相应的准级饰态所引起的占据数随时间的衰减也可忽略.

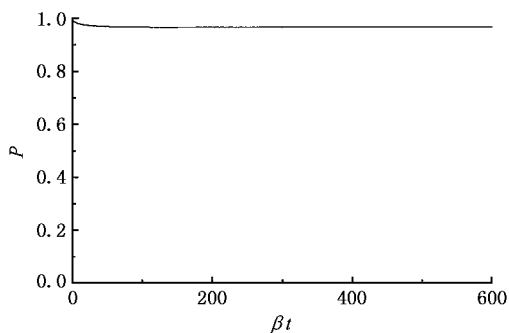


图 2 $\omega_{c1} = 202\beta$, $\omega_{12} = 4\beta$, $\omega_{ac1} = -1.73\beta$ 上能级占据数随时间的演化

当原子的上能级从能隙向下能带移动至图 1 中的区域 IV,或者向上能带移动至图 1 中的区域 V 时,在这两个区域中,局域场消失,辐射场只含有强的弥散场.弥散场修饰原子形成随时间衰减的准级饰态,导致原子上能级占据数随时间按幂函数形式慢慢衰减,当时间趋于无穷时占据数衰减至零,见图 3(对应区域 IV)和图 4(对应区域 V),即上能级没有占据数,这意味着原子的能量全部传播出去,原子回到基态.

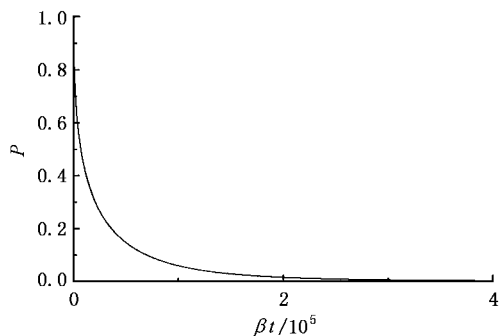


图 3 $\omega_{c1} = 202\beta$, $\omega_{12} = 4\beta$, $\omega_{ac1} = -4.00926\beta$ 上能级占据数随时间的演化

当原子的上能级进一步向下能带移动至图 1 中的区域 I,或者向上能带移动至图 1 中的区域 III 时,辐射场主要包含传输场,而弥散场很弱可以忽略.传输场修饰原子形成随时间衰减的缀饰态,导致原子

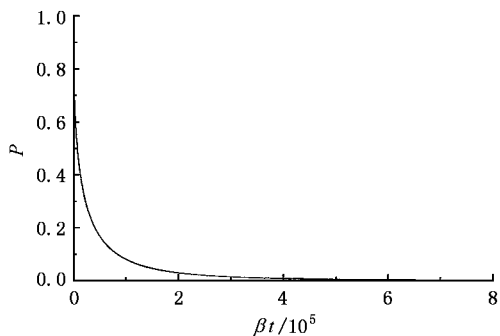


图 4 $\omega_{c1} = 202\beta$, $\omega_{12} = 4\beta$, $\omega_{ac1} = 0.0081441\beta$ 上能级占据数随时间的演化

上能级的占据数随时间按指数形式很快衰减至零,见图 3(对应区域 I)和图 4(对应区域 III).原子的能量能够通过传输场向外传播.对比图 3 A 和图 5 B,我们注意到区域 IV, V 中占据数的衰减比区域 I, III 中占据数的衰减要慢得多,说明原子自发辐射的辐射场中弥散场比传输场衰减得慢.这是因为弥散场按幂函数形式衰减,而传输场则按指数形式衰减.

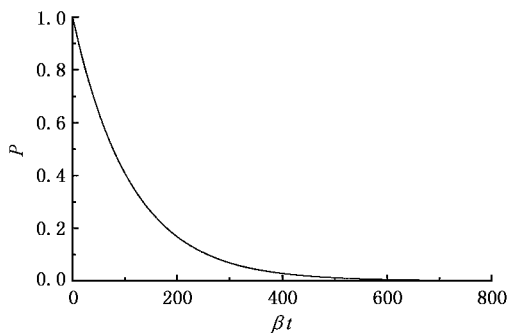


图 5 $\omega_{c1} = 202\beta$, $\omega_{12} = 4\beta$, $\omega_{ac1} = -4.8\beta$ 上能级占据数随时间的演化

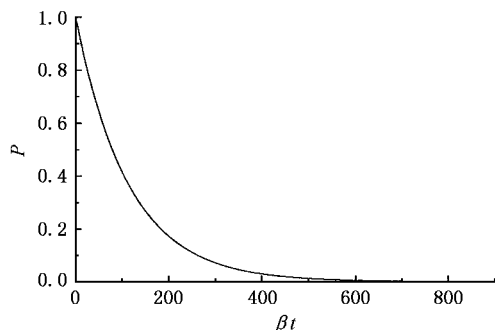


图 6 $\omega_{c1} = 202\beta$, $\omega_{12} = 4\beta$, $\omega_{ac1} = 0.8\beta$ 上能级占据数随时间的演化

由于原子辐射场中的局域场和传输场不能共存,不存在缀饰态之间的量子干涉,因此原子上能级的占据数随时间的演化不再表现出准周期性振荡的性质.如果原子上能级和能带带边的相对位置发生变化,或者能隙的宽度发生变化,使得二能级原子的上能级从光子晶体能隙中向上、下能带移动,即对应图 1 中从区域 II 向上经区域 V 到区域 III,或者向下经区域 IV 到区域 I,在这两个过程中,原子上能级占据数随时间演化的性质类似,上能级占据数从随时间趋于常数,变化到随时间按幂函数形式衰减,最后变化到随时间按指数形式衰减.这些性质与单能带各向同性光子晶体中二能级原子自发辐射的性质完全不同.

4. 结 论

总之,双能带三维光子晶体中二能级原子的自发辐射出现了新的性质.由于双能带各向异性色散关系的影响,辐射场中的局域场和传输场不能共存,局域场可以消失,导致原子上能级占据数不再具有准周期性振荡的性质.当二能级原子的上能级从光子晶体能隙中分别向上、下能带移动过程中,原子上能级占据数随时间的演化性质从随时间趋于常数,变化到随时间按幂函数形式衰减,最后变化到随时间按指数形式衰减.这些性质还与光子晶体上、下能带之间的能隙宽度有关.这些性质有别于单能带各向同性光子晶体中二能级原子自发辐射的性质.

-
- [1] John S 1984 *Phys. Rev. Lett.* **53** 2169
Yablonovitch E 1987 *Phys. Rev. Lett.* **58** 2059
John S 1987 *Phys. Rev. Lett.* **58** 2486
- [2] Yablonovitch E, Gmitter T 1989 *Phys. Rev. Lett.* **63** 1950
Yablonovitch E, Gmitter T and Ltung K M 1991 *Phys. Rev. Lett.* **67** 2295
Kweon G, Lawandy N M 1994 *J. Mod. Opt.* **41** 311
Grünig U, Lehmann V, Engelhardt C M 1995 *Appl. Phys. Lett.* **66** 3254
Tarhan I I and Watson G H 1996 *Phys. Rev. Lett.* **76** 315
- [3] Ho K M, Chan C T and Soukoulis C M 1990 *Phys. Rev. Lett.* **65** 3152
- [4] Dowling J P, Bowden C M 1993 *J. Opt. Soc. Am. B* **10** 353
Scalora M, Dowling J P, Bowden C M, Bloemer M J 1994 *Phys. Rev. Lett.* **73** 1368
- [5] Cheng C C, Arbet-Engels V, Scherer A and Yablonovitch E 1997 *Phys. Scr.* **T 68** 17
- [6] John S and Quang T 1994 *Phys. Rev. A* **50** 1764
- [7] John S and Quang T 1995 *Phys. Rev. Lett.* **74** 3419; 1996 *ibid.* **76** 1320; 1997 *ibid.* **78** 1888
- [8] John S and Wang J 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 2418; 1991 *Phys. Rev. B* **43** 12772
- [9] Zhu S Y, Yang Y P, Chen H, Zheng H and Zubairy M S 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 2136
- [10] Zhu S Y, Chen H and Huang H 1997 *Phys. Rev. Lett.* **79** 205; Yang Y P, Zhu S Y and Zubairy M S 1999 *Opt. Commun.* **79** 166; Yang Y P *et al* 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 603 (in Chinese) [羊亚平等 1999 物理学报 **48** 603]
- [11] Xie S Y, Yang Y P and Wu X 2001 *Eur. Phys. J. D* **13** 129; Yang Y P, Xie S Y, Chen H, Zhu S Y and Wu X 2000 *Opt. Commun.* **182** 349
- [12] Quang T, Woldeyohannes M, John S and Agarwal G S 1997 *Phys. Rev. Lett.* **79** 5238
Yuan X S *et al* 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 1459 (in Chinese) [谢双媛等 1999 物理学报 **48** 1459]
- [13] Yang Y P and Zhu S Y 2000 *Phys. Rev. A* **61** 043809
- [14] Yang Y P and Zhu S Y 2000 *J. Mod. Opt.* **47** 1513
- [15] Angelakis D G, Paspalakis E and Knight P L 2001 *Phys. Rev. A* **64** 013801

Spontaneous emission from a two-level atom embedded in two-band three-dimensional photonic crystals^{*}

Chen San Xie Shang-Yuan Yang Ya-Ping Chen Hong

(*Department of Physics, Tongji University, Shanghai 200092, China*)

(Received 7 August 2002)

Abstract

We have studied the properties of the spontaneous emission from a two-level atom embedded in two-band photonic crystals. Due to the anisotropic two-band dispersion relation, the localized and propagating fields cannot coexist, this leads to the non-quasi-oscillation behaviour of the upper level population. Thus the upper level population will tend to a constant as time goes to infinity, or decay with time in a power law, or decay with time exponentially, different from that in the isotropic one-band dispersion relation case. These properties are directly related to the relative position of the upper level from the band edge and the width of the gap.

Keywords : photonic crystal, two-level atom, spontaneous emission

PACC : 4250, 4270, 3280

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China and the Development Plan of the State Key Foundation Research.