第 52 卷 第 5 期 2003 年 5 月
1000-3290/2003/52(05)/1039-05

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.52,No.5,May,2003

转动系统的相对论性分析静力学理论*

贾利群

(江南大学理学院，无锡 214063)

(2002 年 9 月 5 日收到；2002 年 10 月 14 日收到修改稿)

建立转动系统的相对论性分析静力学理论，给出转动系统的相对论性虚功原理、转动系统的相对论性广义平衡方程以及转动系统的相对论性有势系广义平衡方程.

关键词：转动系统，相对论，分析静力学

PACC：0320

1. 引 言

分析力学理论在近代物理学领域日趋重要，发展极为迅速.例如，1992 年以来，梅凤翔等人建立了 Birkhoff 系统动力学，构造了理论框架[1—5]，文献[6]则给出了相对性 Birkhoff 方程.然而，随着现代科学与技术的迅速发展，越来越多的理论和实验涉及到高速转动问题.例如，对于描述微观粒子的固有属性自旋的问题，Bengtsson 和 Frauendorf[7] 于 1979 年精确测量了 14 种核子自旋转速的最大值，实验结果表明：各核子自旋转速的最大值互不相同.对高速转动问题，经典转动理论和 Einstein 的相对论均不适用. 1985 年 Carmeli 建立了转动相对论力学理论[8—11].但是，该理论仅适用于单个转动物体的运动，对于多个高速转动物体构成的系统，尤其是对于各高速转动物体之间的角位移或角速度相互关联的系统，该理论便无能为力了.1996 年以来，罗绍凯为解决 Carmeli 的转动相对论力学理论的困难，建立了转动系统的相对论性分析力学理论[12,13].从此，转动系统相对论性分析力学和转动相对论 Birkhoff 系统动力学的理论研究便日趋活跃起来[14—30].然而，上述研究仅局限在转动系统的相对论性分析动力学方面.文献[31]讨论了包括转动参照系在内的非惯性系分析静力学理论，但是，尚未见到转动系统的相对论性分析静力学方面的论述.

本文首先给出转动系统的相对论性虚功原理和转动系统的相对论性广义平衡方程，然后引入有势主动力及其势函数等概念，最后建立转动系统的相对论性有势系的广义平衡方程.上述内容便构成了转动系统的相对论性分析静力学理论.

2. 转动系统的相对论性虚功原理

设坐标系 $S'(o\text{-}xyz)$ 的原点与坐标系 $S(o\text{-}XYZ)$ 的原点重合，$S'(o\text{-}xyz)$ 系的 oz 轴与 $S(o\text{-}XYZ)$ 系的 oZ 轴重合，且 S' 系绕 S 系的 oZ 轴以匀角速度 ω 高速转动，同时具有受完整、理想约束的 n 个质点构成的力学体系在高速转动参照系 $S'(o\text{-}xyz)$ 中处于相对平衡状态，则在 $S'(o\text{-}xyz)$ 系中，对该力学体系中任一质点 P_i 有

$$\boldsymbol{N}_i+\boldsymbol{f}_i+\boldsymbol{R}_i=0 \qquad (i=1,2,\cdots,n), \tag{1}$$

令

$$\boldsymbol{F}_i=\boldsymbol{N}_i+\boldsymbol{f}_i \qquad (i=1,2,\cdots,n), \tag{2}$$

则(1)式可写为

$$\boldsymbol{F}_i+\boldsymbol{R}_i=0 \qquad (i=1,2,\cdots,n), \tag{3}$$

(3)式中 $\boldsymbol{R}_i$ 为作用在质点 P_i 上的约束反作用力，$\boldsymbol{F}_i$ 为作用在 P_i 上的主动力，$\boldsymbol{f}_i$ 是主动力中由于高速转动参照系转动产生的牵连惯性力，$\boldsymbol{N}_i$ 是与高速转动参照系转动状态无关的主动力.(1)式中的牵连惯性力

$$\begin{aligned}\boldsymbol{f}_i&=-m_i[\boldsymbol{\omega}\times(\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{r}_i)]\\&=-m_i\omega\boldsymbol{k}\times[\omega\boldsymbol{k}\times(x_i\boldsymbol{i}+y_i\boldsymbol{j}+z_i\boldsymbol{k})]\\&=m_i\omega^2(x_i\boldsymbol{i}+y_i\boldsymbol{j})=m_i\omega^2\boldsymbol{r}_{ixy}\\&\qquad(i=1,2,\cdots,n),\end{aligned} \tag{4}$$

* 河南省自然科学基金(批准号：998040080)资助的课题.

式中 $\boldsymbol{r}_i$ 为质点 P_i 相对转动参照系 S'原点的位矢，$\boldsymbol{r}_{ixy}=x_i\boldsymbol{i}+y_i\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{\omega}$ 为 S'系相对 S 系的角速度，m_i 为质点 P_i 的质量.若设 I_{i0}，I_i 分别为质点 P_i 在 S 系、S'系的转动惯量，故由文献[13]可知

$$I_i=\frac{I_{i0}}{\sqrt{1-\omega^2/\Gamma^2}},\tag{5}$$

式中 Γ 为转动物体的相对论性转速上限.由于在 S 系和 S'系中，质点 P_i 到转轴 oZ 与到转轴 oz 的距离相同，故由(5)式可知

$$m_i=\frac{m_{i0}}{\sqrt{1-\omega^2/\Gamma^2}},\tag{6}$$

式中 m_{i0}为质点 P_i 相对于静止参照系 S 的静止质量.设想各质点相对于高速转动参照系 S'自各自平衡位置发生一虚位移 $\delta\boldsymbol{r}_i(i=1,2,\cdots,n)$，则由(3)式可得

$$(\boldsymbol{F}_i+\boldsymbol{R}_i)\cdot\delta\boldsymbol{r}_i=0\qquad(i=1,2,\cdots,n).$$

上式对 i 求和，并利用理想约束条件 $\sum\limits_{i=1}^{n}\boldsymbol{R}_i\cdot\delta\boldsymbol{r}_i=0$，可得

$$\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{F}_i\cdot\delta\boldsymbol{r}_i=0,\tag{7}$$

(7)式就是转动系统的相对论性虚功原理.

设力学体系的自由度为 s，任一质点 P_i 相对于转动参照系 S'的位矢

$$\boldsymbol{r}_i=\boldsymbol{r}_i(q_1,q_2,\cdots,q_\alpha,\cdots,q_s),$$

$$\delta\boldsymbol{r}_i=\sum_{\alpha=1}^{s}\frac{\partial\boldsymbol{r}_i}{\partial q_\alpha}\delta q_\alpha,$$

式中 $q_\alpha(\alpha=1,2,\cdots,s)$是 s 个广义坐标.上式代入(7)式可得

$$\sum_{\alpha=1}^{s}Q_\alpha\delta q_\alpha=0,\tag{8}$$

(8)式是用广义坐标表示的转动系统的相对论性虚功原理.其中

$$Q_\alpha=\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{F}_i\cdot\frac{\partial\boldsymbol{r}_i}{\partial q_\alpha}\qquad(\alpha=1,2,\cdots,s)\tag{9}$$

称为转动参照系中对应于广义坐标 q_α 的广义力.

3. 转动系统的相对论性广义平衡方程

对完整系，(8)式中用广义坐标表示的诸虚位移 δq_α 互相独立，其前系数可令之为零，即

$$Q_\alpha=\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{F}_i\cdot\frac{\partial\boldsymbol{r}_i}{\partial q_\alpha}=0\qquad(\alpha=1,2,\cdots,s),\tag{10}$$

(10)式为转动系统的相对论性广义平衡方程.

4. 转动系统的相对论性有势系广义平衡方程

4.1. 有势主动力及其势函数

如果对于与转动参照系转动状态无关的诸主动力 $\boldsymbol{N}_i(i=1,2,\cdots,n)$，存在一函数 $V_N=V_N(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{r}_2,\cdots,\boldsymbol{r}_i,\cdots,\boldsymbol{r}_n)$，满足方程

$$\boldsymbol{N}_i=-\nabla_i V_N\qquad(i=1,2,\cdots,n),\tag{11}$$

则称 $\boldsymbol{N}_i(i=1,2,\cdots,n)$为与转动参照系转动状态无关的有势主动力，$V_N$ 为诸 $\boldsymbol{N}_i$ 的势函数，(10)式中的 $\boldsymbol{F}_i=\boldsymbol{N}_i+\boldsymbol{f}_i$，因此，与诸 $\boldsymbol{N}_i$ 相应的广义力

$$\begin{aligned}Q'_\alpha&=\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{N}_i\cdot\frac{\partial\boldsymbol{r}_i}{\partial q_\alpha}=-\sum_{i=1}^{n}\nabla_i V_N\cdot\frac{\partial\boldsymbol{r}_i}{\partial q_\alpha}\\&=-\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial V_N}{\partial x_i}\frac{\partial x_i}{\partial q_\alpha}+\frac{\partial V_N}{\partial y_i}\frac{\partial y_i}{\partial q_\alpha}+\frac{\partial V_N}{\partial z_i}\frac{\partial z_i}{\partial q_\alpha}\right)\\&=-\frac{\partial V_N}{\partial q_\alpha}\qquad(\alpha=1,2,\cdots,s).\end{aligned}\tag{12}$$

由(4)式可证明对诸 $\boldsymbol{f}_i$ 存在一函数

$$\begin{aligned}V_{\rm g}&=-\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2}m_i\omega^2(x_i^2+y_i^2)\\&=-\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2}m_i(\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{r}_{ixy})^2,\end{aligned}\tag{13}$$

使得

$$\boldsymbol{f}_i=-\nabla_i V_{\rm g},\tag{14}$$

$\boldsymbol{f}_i(i=1,2,\cdots,n)$为有势力，称为惯性有势主动力，函数 $V_{\rm g}$ 称为与诸 $\boldsymbol{f}_i$ 对应的惯性势函数，与诸 $\boldsymbol{f}_i$ 相应的广义力

$$Q''_\alpha=\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{f}_i\cdot\frac{\partial\boldsymbol{r}_i}{\partial q_\alpha}=-\frac{\partial V_{\rm g}}{\partial q_\alpha}\qquad(\alpha=1,2,\cdots,s).\tag{15}$$

证明

$$\begin{aligned}\boldsymbol{f}_i&=-\nabla_i V_{\rm g}=\frac{1}{2}m_i\nabla_i(\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{r}_{ixy})^2\\&=\frac{1}{2}m_i\nabla_i[(\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{r}_{ixy})\cdot(\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{r}_{ixy})]\\&=\frac{1}{2}m_i\{2(\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{r}_{ixy})\times[\nabla_i\times(\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{r}_{ixy})]\\&\quad+2[(\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{r}_{ixy})\cdot\nabla_i](\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{r}_{ixy})\}\\&=m_i(\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{r}_{ixy})\times[(\boldsymbol{r}_{ixy}\cdot\nabla_i)\boldsymbol{\omega}-\boldsymbol{r}_{ixy}(\nabla_i\cdot\boldsymbol{\omega})\\&\quad-(\boldsymbol{\omega}\cdot\nabla_i)\boldsymbol{r}_{ixy}+\boldsymbol{\omega}(\nabla_i\cdot\boldsymbol{r}_{ixy})]\\&\quad+m_i\Big[(\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{r}_{ixy})_x\frac{\partial}{\partial x_i}+(\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{r}_{ixy})_y\frac{\partial}{\partial y_i}\end{aligned}$$

$$+ (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}_{ixy})_z \frac{\partial}{\partial z_i}\Big] [\boldsymbol{i}(z_i\omega_y - y_i\omega_z)$$
$$+ \boldsymbol{j}(x_i\omega_z - z_i\omega_x) + \boldsymbol{k}(y_i\omega_x - x_i\omega_y)]$$
$$= m_i \{(\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}_{ixy}) \times [\boldsymbol{\omega}(\nabla_i \cdot \boldsymbol{r}_{ixy}) - (\boldsymbol{\omega} \cdot \nabla_i)\boldsymbol{r}_{ixy}]$$
$$+ \boldsymbol{i}[\omega_y(\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}_{ixy})_z - \omega_z(\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}_{ixy})_y]$$
$$+ \boldsymbol{j}[\omega_z(\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}_{ixy})_x - \omega_x(\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}_{ixy})_z]$$
$$+ \boldsymbol{k}[\omega_x(\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}_{ixy})_y - \omega_y(\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}_{ixy})_x]\}$$
$$= m_i[(\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}_{ixy}) \times (3\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}) + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}_{ixy})]$$
$$= - m_i\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}_{ixy}) = m_i\omega^2 \boldsymbol{r}_{ixy}, \tag{16}$$

这样便证明了(14)式,下边再证明(15)式:

$$Q''_\alpha = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{f}_i \cdot \frac{\partial \boldsymbol{r}_i}{\partial q_\alpha} = -\sum_{i=1}^{n} (\nabla_i V_g) \cdot \frac{\partial \boldsymbol{r}_i}{\partial q_\alpha}$$
$$= -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial V_g}{\partial x_i}\frac{\partial x_i}{\partial q_\alpha} + \frac{\partial V_g}{\partial y_i}\frac{\partial y_i}{\partial q_\alpha} + \frac{\partial V_g}{\partial z_i}\frac{\partial z_i}{\partial q_\alpha}\right)$$
$$= -\frac{\partial V_g}{\partial q_\alpha}.$$

证毕.

根据上述讨论可知,由于 N_i 和 f_i 均为有势主动力,于是,在一般情况下可定义

$$\boldsymbol{F}_{is} = \boldsymbol{N}_i + \boldsymbol{f}_i, \tag{17}$$

为任一质点 P_i 所受的有势主动力,而

$$V = V_N + V_g \tag{18}$$

为与诸质点所受的有势主动力 $\boldsymbol{F}_{is}(i = 1,2,\cdots,n)$ 相应的势函数.

4.2. 转动系统的相对论性有势系广义平衡方程

如果处于转动参照系中的力学体系所受的主动力均为有势力,则该力学体系称为有势系.将(17)式代入(10)式可得

$$Q_\alpha = \sum_{i=1}^{n}(\boldsymbol{N}_i + \boldsymbol{f}_i) \cdot \frac{\partial \boldsymbol{r}_i}{\partial q_\alpha} = 0$$
$$(\alpha = 1,2,\cdots,s).$$

将(12),(15)式代入上式,并注意到(18)式可得

$$Q_\alpha = -\frac{\partial V}{\partial q_\alpha} = 0 \qquad (\alpha = 1,2,\cdots,s), \tag{19}$$

(19)式便是转动系统的相对论性有势系广义平衡方程.

5. 例

以以匀角速度 ω 绕竖直轴高速旋转的系统中,有一静止质量为 m_0 的受到一竖直向上的保守力 kE, E 为常数.假如质点受到的约束满足抛物线方程 $z = x^2/4a$,式中 a 为常数.求质点的相对平衡条件.

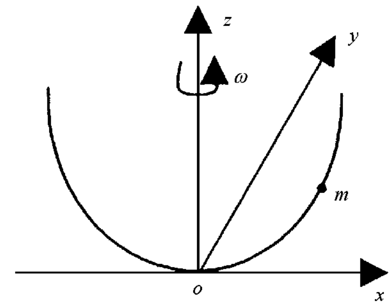

图 1

如图 1 所示,高速旋转参照系 $S'(o\text{-}xyz)$ 和抛物线平面固结在一起(静止系 S 未画出),取质点为研究对象,其自由度 $s = 1$,取 x 为广义坐标.

方法 1　利用转动系统的相对论性虚功原理(7)式求解.

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{N} + \boldsymbol{f} = (E - mg)\boldsymbol{k} + m\omega^2 x\boldsymbol{i},$$
$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + z\boldsymbol{k} = \boldsymbol{i}x + \boldsymbol{k}x^2/4a.$$

代入(7)式可得

$$\boldsymbol{F} \cdot \delta\boldsymbol{r} = [m\omega^2 x + (E - mg)x/2a]\delta x = 0.$$

将(6)式代入上式可得

$$\omega^2 = [m_0 g - E(1 - \omega^2/\Gamma^2)^{1/2}]/2a\, m_0. \tag{20}$$

方法 2　利用转动系统的相对性广义平衡方程(10)式求解.

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{N} + \boldsymbol{f} = (E - mg)\boldsymbol{k} + m\omega^2 x\,\boldsymbol{i},$$
$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + z\boldsymbol{k} = \boldsymbol{i}\,x + \boldsymbol{k}\,x^2/4a,$$

代入(10)式可得

$$Q_x = \boldsymbol{F} \cdot \frac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial x} = m\omega^2 x + (E - mg)\frac{x}{2\alpha} = 0.$$

由上式可解得

$$\omega^2 = [m_0 g - E(1 - \omega^2/\Gamma^2)^{1/2}]/2am_0.$$

方法 3　利用转动系统的相对性有势系广义平衡方程(19)式求解.

$$V = V_N + V_g = (mgz - Ez) - m(\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}_{xy})^2/2$$
$$= (mg - E)x^2/4a - m(\omega\boldsymbol{k} \times x\boldsymbol{i})^2/2$$
$$= (mg - E)x^2/4a - m\omega^2 x^2/2.$$

上式中 $-Ez$ 是与保守常力 kE 对应的势函数(取 o 点为势函数 V_N 和 V_g 的零点),将上式代入(19)式可得

$$Q_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = m\omega^2 x - (mg - E)\frac{x}{2\alpha} = 0.$$

由上式可解得

$$\omega^2 = [m_0 g - E(1-\omega^2/\Gamma^2)^{1/2}]/2am_0 .$$

上述三种方法所得结果完全一致.

讨论

1)当 ω 远小于 Γ 时,即转动参照系低速转动时,由上式可得

$$\omega^2 = (m_0 g - E)/2am_0 . \tag{21}$$

2)当 ω 远小于 Γ、且 $E=0$ 时,由(20)式可得

$$\omega^2 = g/2a , \tag{22}$$

(21)式和(22)式便是经典力学的结果.

6. 结 论

本文所讨论的转动系统相对论性分析静力学的基本理论具有较为一般的意义,对于保守系和非保守系,本文给出的方法均适用.当 ω 远小于 Γ 时,即转动参照系低速转动时,由于

$$m_i = \frac{m_{i0}}{\sqrt{1-\omega^2/\Gamma^2}} \approx m_{i0}$$

所以,本文的理论结果便回到了经典理论的结论之中了.

文献[12—30]系统建立了转动系统相对论性分析动力学的基本理论框架,本文则较为全面的构造了转动系统相对论性分析静力学的基本理论框架,这样,转动系统相对论性分析力学的理论框架便基本构成.

[1] Mei F X, Shi R C, Zhang Y F and Wu H B 1996 *Dynamics of Birkhoff Systems* (Beijing: Beijing Institute of Technology Press) (in Chinese) [梅凤翔、史荣昌、张永发、吴惠彬 1996 Birkhoff 系统动力学 (北京 北京理工大学出版社)]

[2] Mei F X 1999 *Applications of Lie Groups and Lie Algebras to Contrained Mechanical Systems* (Beijing: Science Press) (in Chinese) [梅凤翔 1999 李群和李代数对约束力学系统的应用(北京 科学出版社)]

[3] Mei F X 1993 *Science in China* A **36** 1456 (in Chinese) [梅凤翔 1993 中国科学 A **36** 1456]

[4] Mei F X 1996 *Chin. Sci. Bull.* **41** 641 (in Chinese) [梅凤翔 1996 科学通报 **41** 641]

[5] Mei F X 1999 *Chin. Sci. Bull.* **44** 318 (in Chinese) [梅凤翔 1999 科学通报 **44** 318]

[6] Fu J L and Wang X M 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1023 (in Chinese) [傅景礼、王新民 2000 物理学报 **49** 1023]

[7] Bengtsson R and Frauendorf S 1979 *Nucl. Phys.* A **327** 139

[8] Carmeli M 1985 *Foundations of Physics* **15** 175

[9] Carmeli M 1985 *Foundations of Physics* **15** 889

[10] Carmeli M 1985 *Foundations of Physics* **15** 1019

[11] Carmeli M 1986 *Int. J. Theor. Phys.* **25** 89

[12] Luo S K 1996 *J. Beijing Inst. of Technol.* **16** (S1) 154 (in Chinese) [罗绍凯 1996 北京理工大学学报 **16** (S1) 154]

[13] Luo S K 1998 *Appl. Math. Mech.* **19** 45

[14] Fu J L, Chen X W and Luo S K 1999 *Appl. Math. Mech.* **20** 1266

[15] Fu J L, Chen X W and Luo S K 2000 *Appl. Math. Mech.* **21** 549

[16] Fang J H 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1028 (in Chinese) [方建会 2000 物理学报 **49** 1028]

[17] Luo S K, Fu J L and Chen X W 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 383 (in Chinese) [罗绍凯、傅景礼、陈向炜 2001 物理学报 **50** 383]

[18] Fang J H and Zhao S Q 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 390 (in Chinese) [方建会、赵嵩卿 2001 物理学报 **50** 390]

[19] Luo S K, Guo Y X, Chen X W and Fu J L 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 2049 (in Chinese) [罗绍凯、郭永新、陈向炜、傅景礼 2001 物理学报 **50** 2049]

[20] Luo S K, Guo Y X and Chen X W 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 2053 (in Chinese) [罗绍凯、郭永新、陈向炜 2001 物理学报 **50** 2053]

[21] Luo S K 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 712 (in Chinese) [罗绍凯 2002 物理学报 **51** 712]

[22] Qiao Y F, Li R J, Meng J 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 1637 (in Chinese) [乔永芬、李仁杰、孟 军 2001 物理学报 **50** 1637]

[23] Luo S K, Chen X W and Fu J L 2001 *Chin. Phys.* **10** 271

[24] Luo S K 2002 *Chin. Phys. Lett.* **19** 449

[25] Luo S K 2002 *Chin. Phys.* **11** 429

[26] Luo S K, Gao Y X and Chen X W 2002 *Chin. Phys.* **11** 523

[27] Luo S K 2002 *Commun. Theor. Phys.* **38** 257

[28] Fang J H and Zhao S Q 2002 *Chin. Phys.* **11** 445

[29] Luo S K, Lu B, Zhou Q, Wang Y D and OuYang S 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1913 (in Chinese) [罗绍凯、卢 兵、周 强、王应德,欧阳实 2002 物理学报 **51** 1913]

[30] Luo S K 2002 *Chin. Phys.* **11** 1097

[31] Jia L Q 1999 *College Physics* **18** (11) 12 (in Chinese) [贾利群 1999 大学物理 **18** (11) 12]

A theory of relativistic analytical statics of rotational systems*

Jia Li-Qun

(*Science College*, *Southern Yangtze University*, *Wuxi* 214063, *China*)

(Received 5 September 2002; revised manuscript received 14 October 2002)

Abstract

A theory of relativistic analytical statics of rotational systems is constructed. The relativistic virtual work principle and the relativistic generalized equilibrium equations of rotational system are obtained, and an example is given to illustrate the application of the results.

Keywords: rotational system, relativity, analytical statics

PACC: 0320

* Project supported by the Natural Science Foundation of Henan Province (Grant No. 998040080).