

# 粒子束对玻姆鞘层判据的影响\*

谷云鹏 马腾才

(大连理工大学三束国家重点实验室, 大连 116024)

(2002 年 3 月 8 日收到, 2002 年 10 月 20 日收到修改稿)

在一维平板鞘层中应用双流体模型在有无碰撞两种情况下分别研究了定向离子束和定向电子束的存在对玻姆鞘层判据的影响. 研究所涉及的碰撞主要有电荷交换碰撞、电离碰撞和总能量损失碰撞. 工作气体是氩气, 气压是常压. 通过采用四阶龙格-库塔法, 得到了数值解. 结果表明定向离子束能减小漂移离子进入鞘层的最小速度, 电荷交换碰撞也能减小这一速度, 定向电子束使这一速度增加, 与定向电子束相关的电离碰撞却使这一速度大幅度降低.

关键词: 双流体模型, 玻姆鞘层判据, 碰撞

PACC: 5240K, 5240M, 5255

## 1. 引言

玻姆鞘层判据<sup>[1]</sup>是等离子体物理中比较重要的鞘层稳定性判据. 它是在无碰撞、双流体模型中得到的鞘层稳定存在的必要条件. 文献指出进入鞘层的漂移离子的速度必须大于离子声速(玻姆速度<sup>[2-5]</sup>). 由于它的重要地位, 又有一些科学家对其进行了研究. 这其中主要有: Harrison 和 Thompson 忽略了弹性和非弹性碰撞, 用动力学模型得到了玻姆判据的修正解<sup>[6]</sup>. Riemann 用动力学模型在德拜长度范围内研究了玻姆鞘层判据<sup>[7]</sup>. Stangeby 和 Allen<sup>[8]</sup>, Andrews 和 Stangeby<sup>[9]</sup>考虑了碰撞的作用, 但是没有严格研究漂移运动. 另外, 他们还研究了附加负离子的作用<sup>[10]</sup>. Valentini 分别在双流体<sup>[11]</sup>和多流体模型<sup>[12]</sup>中研究了碰撞对鞘层判据的影响.

近些年, 随着离子束增强沉积技术<sup>[13]</sup>的发展, 进入鞘层的不仅仅有被预鞘层加速的漂移离子, 还有被等离子体源或磁场加速的定向离子、定向电子. 定向离子和定向电子的存在可以对鞘层的特性产生较大的影响. 而研究有这些束流存在时的玻姆鞘层判据的变化还很少见. 我要做的工作就是在一维平板鞘层中, 在考虑定向离子束、定向电子束和碰撞的情况下, 研究鞘层判据的变化. 研究在有定向

离子、定向电子的情况下鞘层判据的变化是很有意义的. 一方面这一研究结果是对玻姆鞘层理论的发展和完善, 具有较强的理论意义. 另一方面, 它又是与等离子体增强沉积技术联系在一起的. 对于新情况下的实验参数的选取有一定的指导和实践意义.

## 2. 模型、方程组和结论

### 2.1. 定向离子

#### 2.1.1. 模型

本文所采用的模型是在一维平板鞘中的漂移离子和定向离子的双流体模型. 鞘层模型如图 1 所示.

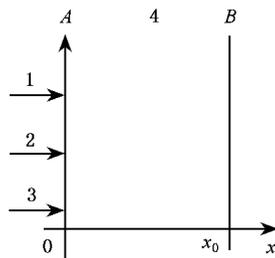


图 1 鞘层模型示意图

图 1 中 A 是鞘层与等离子体的交界, B 是工件, 1 是进入鞘层内的漂移电子, 2 是进入鞘层的漂

\* 国家自然科学基金(批准号: 19835030)资助的课题.

移离子  $\beta$  是进入鞘层的定向离子  $A$  是鞘层区. 反应室内的工作气体是氩气. 鞘层内的中性气体的数密度是  $10^{21}$ . 鞘层与等离子体交界处的漂移电子的数密度是  $10^{15}$ . 工件上加的是负偏压. 这里假定定向离子的初始能量不是很高, 它发生的碰撞主要是电荷交换碰撞. 漂移电子在鞘层内的数密度分布遵从玻尔兹曼分布. 鞘层内的离子均为正一价离子.

### 2.1.2. 方程组

本文采用双磁流体力学方程组, 方程组如下.

漂移电子 玻尔兹曼分布

$$n_{ep} = n_{ep} \exp\left(\frac{e\varphi}{kT_e}\right). \quad (1)$$

漂移离子 连续方程

$$\frac{d}{dx}(n_{ip} u_{ip}) = 0. \quad (2)$$

动量方程

$$m_{ip} u_{ip} \frac{du_{ip}}{dx} = -e \frac{d\varphi}{dx} - m_{ip} u_{ip} \nu_{ipc}, \quad (3)$$

$$\nu_{ipc} = N u_{ip} \sigma_{ipc}.$$

定向离子 连续方程

$$\frac{d}{dx}(n_{ib} u_{ib}) = 0. \quad (4)$$

动量方程

$$m_{ib} u_{ib} \frac{du_{ib}}{dx} = -e \frac{d\varphi}{dx} - m_{ib} u_{ib} \nu_{ibc}, \quad (5)$$

$$\nu_{ibc} = N u_{ib} \sigma_{ibc}.$$

泊松方程

$$\frac{d\varphi}{dx} = -E(x), \quad (6)$$

$$\frac{dE}{dx} = \frac{e}{\epsilon_0} (n_{ip} + n_{ib} - n_{ep}), \quad (7)$$

其中  $n_{ip}$ ,  $n_{ib}$ ,  $n_{ep}$ ,  $N$  分别为鞘层内漂移离子、定向离子、漂移电子和中性气体的密度.  $\varphi$ ,  $E$  分别为电势和电场强度.  $x$  是到鞘层与等离子体交界的距离.  $\nu_{ipc}$ ,  $\nu_{ibc}$  是漂移离子和定向离子与中性气体的电荷交换碰撞频率.  $\sigma_{ipc}$ ,  $\sigma_{ibc}$  是对应的电荷交换碰撞截面. 本文所用到的电荷交换碰撞截面和电离碰撞截面、总能量损失碰撞截面引用于文献 [14, 15].

### 2.1.3. 无量纲化

引入

$$\xi = \frac{x}{\lambda_d}, \quad \tilde{\varphi} = \frac{e\varphi}{kT_e}, \quad \tilde{n}_{ip} = \frac{n_{ip}}{n_{e0}},$$

$$\tilde{n}_{ib} = \frac{n_{ib}}{n_{e0}}, \quad \tilde{u}_{ip} = \frac{\tilde{u}_{ip}}{\sqrt{\frac{kT_e}{m_{ip}}}}, \quad \tilde{u}_{ib} = \frac{\tilde{u}_{ib}}{\sqrt{\frac{kT_e}{m_{ib}}}},$$

$$\tilde{W}_{ip} = \frac{\tilde{u}_{ip}^2}{2}, \quad \tilde{W}_{ib} = \frac{\tilde{u}_{ib}^2}{2}, \quad \tilde{\nu}_{ipc} = \frac{\nu_{ipc}}{\omega_{ip}},$$

$$\tilde{\nu}_{ibc} = \frac{\nu_{ibc}}{\omega_{ib}}, \quad \omega_{ip} = \sqrt{\frac{n_{e0} e^2}{\epsilon_0 m_{ip}}}, \quad \omega_{ib} = \sqrt{\frac{n_{e0} e^2}{\epsilon_0 m_{ib}}}.$$

对方程 (1)–(7) 进行无量纲化得

$$\frac{d\tilde{\varphi}}{d\xi} = -\tilde{E}, \quad (8)$$

$$\frac{d\tilde{E}}{d\xi} = \tilde{n}_{ip} + \tilde{n}_{ib} - \exp(\tilde{\varphi}), \quad (9)$$

$$\frac{d\tilde{n}_{ip}}{d\xi} = -\frac{\tilde{n}_{ip} \tilde{E}}{2\tilde{W}_{ip}} + \frac{\tilde{\nu}_{ipc} \tilde{n}_{ip}}{\sqrt{2\tilde{W}_{ip}}}, \quad (10)$$

$$\frac{d\tilde{W}_{ip}}{d\xi} = \tilde{E} - \sqrt{2\tilde{W}_{ip}} \tilde{\nu}_{ipc}, \quad (11)$$

$$\frac{d\tilde{n}_{ib}}{d\xi} = -\frac{\tilde{n}_{ib} \tilde{E}}{2\tilde{W}_{ib}} + \frac{\tilde{\nu}_{ibc} \tilde{n}_{ib}}{\sqrt{2\tilde{W}_{ib}}}, \quad (12)$$

$$\frac{d\tilde{W}_{ib}}{d\xi} = \tilde{E} - \sqrt{2\tilde{W}_{ib}} \tilde{\nu}_{ibc}. \quad (13)$$

由无量纲化过程可知无量纲化后玻姆速度对应的无量纲能量是 0.5.

### 2.1.4. 边界条件和初始条件

电中性条件, 在  $x=0$  处

$$\tilde{n}_{ip0} + \tilde{n}_{ib0} = 1. \quad (14)$$

在  $x=0$ ,  $\tilde{E}=0.001$ ,  $\tilde{\varphi}=0$ .

在  $x=x_0$ ,  $\tilde{\varphi}=-10, -50, -100$ .

$$T_e = 1 \text{ eV}.$$

### 2.1.5. 结论

图 2 至图 5 为鞘层内有定向离子存在时鞘层稳定所必需的漂移离子的最小能量与定向离子的数密度的关系图. 图中  $x$  轴为定向离子的数密度,  $y$  轴为漂移离子的最小能量. 图 2, 图 3 中电极电压为  $-100$ , 曲线 1, 2, 3 分别代表定向离子的初始能量  $\tilde{W}_{ib}=1, 10, 100$ . 图 4, 图 5 中定向离子的初始能量为 10, 电极电压分别为  $-10, -50, -100$ . 当电极电压取不同值时, 图 4, 图 5 中对应不同电极电压的曲线完全重合.

分析图 2, 图 3, 图 4 和图 5, 可得结论如下:

1) 当定向离子的初始密度为零时, 无碰撞的漂移离子的最小能量为 0.5. 这与玻姆鞘层判据的结论相同.

2) 定向离子的初始数密度一定时, 随着定向离子的初始能量的增加, 漂移离子进入鞘层的最小能量(以后用  $\tilde{W}$  代替)减小.

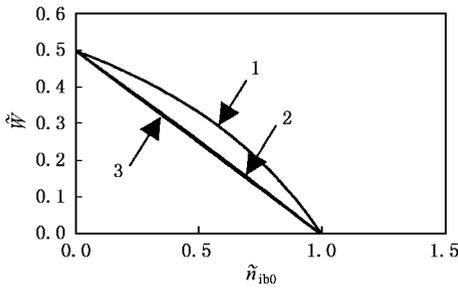


图 2 无碰撞时漂移离子最小能量与定向离子数密度的关系图

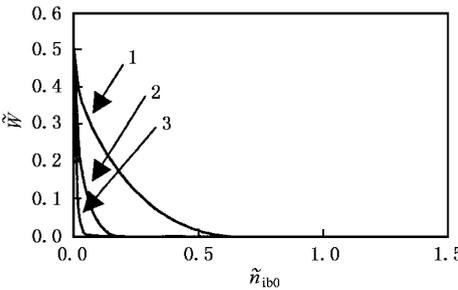


图 3 有碰撞时漂移离子最小能量与定向离子数密度的关系图

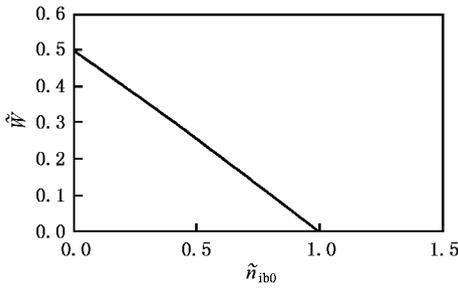


图 4 无碰撞时,不同电极电压下漂移离子最小能量的结果图

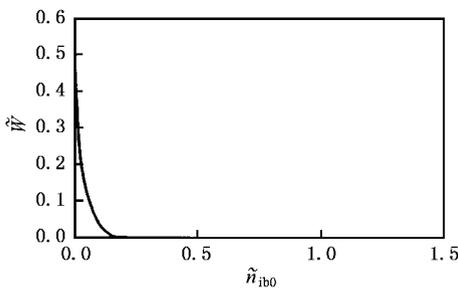


图 5 有碰撞时,不同电极电压下漂移离子最小能量的结果图

3) 定向离子的初始能量一定时,随着定向离子的数密度的增加, $\tilde{w}$  减小.

4) 当定向离子的初始能量一定、数密度一定时,有碰撞时的  $\tilde{w}$  比无碰撞时的  $\tilde{w}$  小.

5) 无论有无碰撞, $\tilde{w}$  与电极上的电压无关.

## 2.2. 定向电子

### 2.2.1. 模型

这里采用的模型是一维平板鞘层中漂移离子和定向电子组成的双流体模型. 模型如图 6 所示.

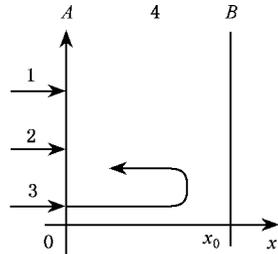


图 6 鞘层模型示意图

图 6 中  $A$  是等离子体与鞘层的交界,  $B$  是电极或工件表面, 1 是漂移电子, 2 是漂移离子, 3 是定向电子, 4 是鞘层. 反应室内的工作气体是氩气. 鞘层内中性气体的数密度是  $10^{21}$ , 鞘层与等离子体交界处的漂移电子的数密度是  $10^{15}$ . 工作上加的负偏压为  $-5$ . 漂移电子的温度是  $1\text{eV}$ . 鞘层内发生的碰撞主要包括电荷交换碰撞、电离碰撞和总能量损失碰撞.

这里假设漂移电子的数密度分布遵从玻尔兹曼分布, 鞘层内的离子为正一价离子.

### 2.2.2. 方程组

这里采用的磁流体力学方程组如下.

漂移电子 玻尔兹曼分布

$$n_{ep} = n_{ep0} \exp\left(\frac{e\varphi}{kT_e}\right). \quad (15)$$

漂移离子 连续方程

$$\frac{d}{dx}(n_{ip} u_{ip}) = \nu_{eb} n_{eb}. \quad (16)$$

动量方程

$$m_{ip} u_{ip} \frac{du_{ip}}{dx} = -e \frac{d\varphi}{dx} - m_{ip} u_{ip} \nu_{ipc}, \quad (17)$$

$$\nu_{eb} = Nu_{eb} \sigma_{eb}, \nu_{ipc} = Nu_{ip} \sigma_{ipc}.$$

定向电子 连续方程

$$\frac{d}{dx}(n_{eb} u_{eb}) = \nu_{eb} n_{eb}. \quad (18)$$

动量方程

$$m_{eb} u_{eb} \frac{du_{eb}}{dx} = e \frac{d\varphi}{dx} - m_{eb} u_{eb} \nu_{ebt}, \quad (19)$$

$$\nu_{ebt} = N u_{eb} \sigma_{ebt}.$$

泊松方程

$$\frac{d\varphi}{dx} = -E(x), \quad (20)$$

$$\frac{dE}{dx} = \frac{e}{\epsilon_0} (n_{ip} - n_{ep} - n_{eb}), \quad (21)$$

其中  $\nu_{ipc}$  是漂移离子同中性气体的电荷交换碰撞频率.  $\nu_{eb}$ ,  $\nu_{ebt}$  分别是定向电子与中性气体的电离碰撞频率和包括弹性碰撞、电离碰撞、电荷交换碰撞等在内的总能量损失碰撞频率.

2.2.3. 无量纲化

引入

$$\xi = \frac{x}{\lambda_d}, \quad \tilde{\varphi} = \frac{e\varphi}{kT_e}, \quad \tilde{n}_{ip} = \frac{n_{ip}}{n_{e0}},$$

$$\tilde{n}_{eb} = \frac{n_{eb}}{n_{e0}}, \quad \tilde{u}_{ip} = \frac{u_{ip}}{\sqrt{\frac{kT_e}{m_{ip}}}}, \quad \tilde{u}_{eb} = \frac{u_{eb}}{\sqrt{\frac{kT_e}{m_{eb}}}},$$

$$\tilde{W}_{ip} = \frac{\tilde{u}_{ip}^2}{2}, \quad \tilde{W}_{eb} = \frac{\tilde{u}_{eb}^2}{2}, \quad \tilde{\nu}_{ipc} = \frac{\nu_{ipc}}{\omega_{ip}},$$

$$\tilde{\nu}_{eb} = \frac{\nu_{eb}}{\omega_{eb}}, \quad \tilde{\nu}_{ebt} = \frac{\nu_{ebt}}{\omega_{eb}}, \quad \omega_{ip} = \sqrt{\frac{n_{e0} e^2}{\epsilon_0 m_{ip}}},$$

$$\omega_{eb} = \sqrt{\frac{n_{e0} e^2}{\epsilon_0 m_{eb}}}.$$

对方程 (15)–(21) 进行无量纲化得

$$\frac{d\tilde{\varphi}}{d\xi} = -\tilde{E}, \quad (22)$$

$$\frac{d\tilde{E}}{d\xi} = \tilde{n}_{ip} - \tilde{n}_{eb} - \exp(\tilde{\varphi}), \quad (23)$$

$$\frac{d\tilde{n}_{ip}}{d\xi} = -\frac{\tilde{n}_{ip} \tilde{E}}{2\tilde{W}_{ip}} + \frac{\tilde{\nu}_{ipc} \tilde{n}_{ip}}{\sqrt{2\tilde{W}_{ip}}} + \sqrt{\frac{m_{ip}}{m_{ep}}} \frac{\tilde{\nu}_{eb} \tilde{n}_{eb}}{\sqrt{2\tilde{W}_{ip}}}, \quad (24)$$

$$\frac{d\tilde{W}_{ip}}{d\xi} = \tilde{E} - \sqrt{2\tilde{W}_{ip}} \tilde{\nu}_{ipc}, \quad (25)$$

$$\frac{d\tilde{n}_{eb}}{d\xi} = \frac{\tilde{n}_{eb} \tilde{E}}{2\tilde{W}_{eb}} + \frac{\tilde{\nu}_{ebt} \tilde{n}_{eb}}{\sqrt{2\tilde{W}_{eb}}} + \frac{\tilde{\nu}_{eb} \tilde{n}_{eb}}{\sqrt{2\tilde{W}_{eb}}}, \quad (26)$$

$$\frac{d\tilde{W}_{eb}}{d\xi} = -\tilde{E} - \sqrt{2\tilde{W}_{eb}} \tilde{\nu}_{ebt}. \quad (27)$$

无量纲化后玻姆速度对应的无量纲能量是 0.5.

2.2.4. 边界条件和初始条件

电中性条件, 在  $x = 0$  处

$$\tilde{n}_{ip0} - \tilde{n}_{e0} = 1. \quad (28)$$

在  $x = 0, \tilde{E} = 0.001, \tilde{\varphi} = 0$ . 在  $x = x_0, \tilde{\varphi} = -5$ .

2.2.5. 结论

图 7, 图 8 为有定向电子束作用时漂移离子的最小能量与定向电子初始数密度的关系曲线. 图中  $x$  轴代表鞘层与等离子体交界处的定向电子的数密度;  $y$  轴代表能使鞘层稳定存在的漂移离子的最小无量纲能量. 图 7, 图 8 中曲线 1, 2, 3 的区别如下:

1 为  $\tilde{W}_{e0} = 30$ , 2 为  $\tilde{W}_{e0} = 60$ , 3 为  $\tilde{W}_{e0} = 100$ .

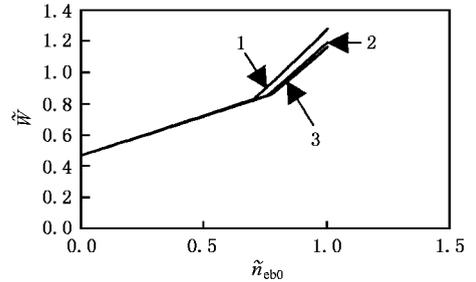


图 7 无碰撞有定向电子束时漂移离子最小能量的结果图

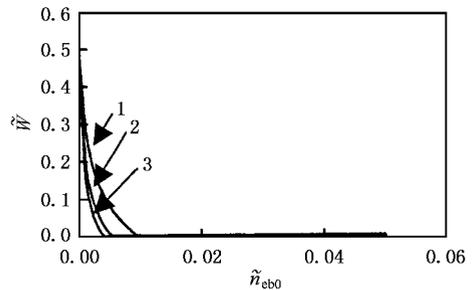


图 8 有碰撞有二次电子束时漂移离子最小能量的结果图

分析图 7, 图 8 可以得到结论如下:

- 1) 当定向电子的数密度为零时, 漂移离子的最小能量是 0.5.
- 2) 当无碰撞并且定向电子的初始数密度一定时, 随着定向电子的初始能量的增加,  $\tilde{W}$  减小.
- 3) 当无碰撞并且定向电子的初始能量一定时, 随着定向电子的初始数密度的增加,  $\tilde{W}$  增加.
- 4) 当有碰撞时, 结果曲线迅速下降到 0.01 数量级. 这比玻姆情况小很多. 这说明电离碰撞对鞘层的特性影响很大, 并且电离碰撞使  $\tilde{W}$  减小, 定向电子数密度越大,  $\tilde{W}$  越小.
- 5) 当有碰撞并且定向电子的初始数密度一定时, 随着定向电子的初始能量的增加,  $\tilde{W}$  减小.

### 3. 结果分析

#### 3.1. 定向离子

参照文献 [3] 的方法我们对结论简单解释如下：

图 9 是有定向离子存在时，鞘层内的数密度的分布示意图。图中  $x$  轴原点是鞘层与等离子的交界， $x_0$  处是工件。曲线 1、2、3，分别是漂移电子、漂移离子、定向离子的数密度分布。这里采用的坐标系为对数坐标系。

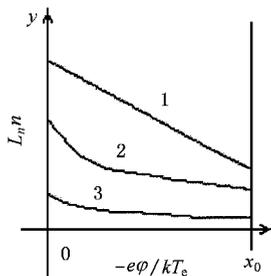


图 9 鞘层内粒子的数密度分布示意图

在原点处，由无量纲化过程可知电中性条件为

$$\tilde{n}_{ep0} = \tilde{n}_{ip0} + \tilde{n}_{i0} = 1.$$

漂移电子的密度分布

$$\ln(\tilde{n}_{ep}) = \ln(\tilde{n}_{ep0}) + x + A$$

是一条直线。A 是为了图示方便而引入的坐标系变换常数。因为  $\tilde{n}_{ep0} = 1$ ，对于同一任意点  $x$ ， $\tilde{n}_{ep}$  为常数。

由边界方程可知： $nv = \text{const}$ 。如果离子进入鞘层的初速为 1，经过鞘层的加速速度增加 1，则离子的密度  $n = 0.5n_0$ ，是原来的一半；如果离子进入鞘层的初速为 100，经同样的鞘层加速离子的密度  $n = 100n_0/101$ 。所以曲线 2、3，下降的快慢取决于离子进入鞘层的初速。初速越大曲线下降的越慢。

由文献 [3] 可知鞘层稳定存在的充分条件为鞘层内任意电势点  $x$  处总的离子数密度大于总的电子数密度，即

$$\tilde{n}_{itotal} \geq \tilde{n}_{etotal}. \tag{29}$$

设如图 4 时鞘层刚好能稳定存在，则由方程 (29) 可知在鞘层内任意一点  $x$  处， $\tilde{n}_{ip} + \tilde{n}_{i0} \geq \tilde{n}_{ep}$  成立。用鞘层边界上的值将其表示出来，即

$$\tilde{n}_{ip0} \alpha + \tilde{n}_{i0} \beta \geq \chi. \tag{30}$$

由上分析可知，因为定向离子进入鞘层的初速

大于漂移离子对应的初速，所以  $\beta > \alpha$ ， $\chi$  是  $x$  的函数，对于同一  $x$ ， $\chi$  为常数。

**结论 1** 当定向离子的初始密度为零时，无碰撞的漂移离子的最小能量的数值解为 0.5。

这一结果与玻姆鞘层判据无量纲化后的值相同。这说明计算结果是正确的。

**结论 2** 当定向离子的初始数密度一定时，随着定向离子的初始能量的增加， $\tilde{w}$  减小。

当定向离子的初始能量增加时，曲线 3 下降更慢， $\beta$  增大，即  $\beta' \geq \beta$ 。对于同一点  $x$  处，鞘层稳定的充分条件变为

$$\tilde{n}_{ip0} \alpha' + \tilde{n}_{i0} \beta' \geq \chi.$$

当  $\alpha' \geq \alpha - (\beta' - \beta)\tilde{n}_{i0}/\tilde{n}_{ip0}$  时，此条件成立。因为  $\alpha'$  的最小值小于  $\alpha$ ，所以漂移离子的最小能量减小鞘层仍能稳定。这就是结论 2。

**结论 3** 定向离子的初始能量一定时，随着定向离子的数密度的增加， $\tilde{w}$  减小。

当定向离子的初始密度增加时，鞘层稳定的充分条件变为

$$(\tilde{n}_{ip0} - b)\alpha' + (\tilde{n}_{i0} + b)\beta \geq \chi,$$

其中  $b > 0$  是定向离子的密度的增量。当  $\alpha' \geq \alpha - (b - \alpha)(\tilde{n}_{ip0} - b)$  时，此充分条件成立。因为  $\alpha'$  的最小值小于  $\alpha$ ，所以漂移离子的最小能量减小鞘层仍能稳定。这就是结论 3。

**结论 4** 当定向离子的初始能量一定、数密度一定时，有碰撞时的  $\tilde{w}$  比无碰撞时的  $\tilde{w}$  小。

有碰撞时，电荷交换碰撞阻止定向离子和漂移离子的运动，所以它们的密度曲线下降更缓慢，即  $\beta' \geq \beta$ 。对于同一点  $x$  处，鞘层稳定的充分条件变为

$$\tilde{n}_{ip0} \alpha' + \tilde{n}_{i0} \beta' \geq \chi.$$

当  $\alpha' \geq \alpha - (\beta' - \beta)\tilde{n}_{i0}/\tilde{n}_{ip0}$  时，此条件成立。因为  $\alpha'$  的最小值小于  $\alpha$ ，所以漂移离子的最小能量减小鞘层仍能稳定。这就是结论 4。

**结论 5** 无论有无碰撞， $\tilde{w}$  与电极上的电压无关。

由图 9 可知漂移离子和定向离子的数密度分布曲线的曲率在鞘层与等离子体交界处附近比较大。鞘层能否稳定存在主要由曲率大的这一部分决定，而电极电势的改变主要影响鞘层厚度和漂移离子与定向离子数密度分布曲线上的曲率小的部分，所以  $\tilde{w}$  与电极上的电压无关。这就是结论 5。

#### 3.2. 定向电子

与定向离子相似我们给出解释如下：图 10 是有

定向电子存在时,鞘层内的数密度的分布示意图.原点是鞘层与等离子体的交界,  $x_0$  处为电极.曲线 1, 2, 3 分别是漂移离子、漂移电子、定向电子的数密度分布.这里仍采用对数坐标系.

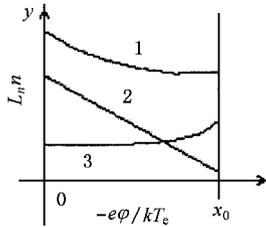


图 10 鞘层内的数密度的分布示意图

由连续方程可得结论如下:定向电子的初速越大它的数密度分布曲线上升的越慢.

在原点处,电中性条件为

$$\tilde{n}_{e10} + \tilde{n}_{e0} = \tilde{n}_{i10}$$

其中  $\tilde{n}_{e10} = 1$ .由(29)式可知鞘层稳定存在的充分条件是

$$\tilde{n}_{i10} \alpha \geq \tilde{n}_{e0} \beta + \chi.$$

因为鞘层内定向电子的密度是增加的,而漂移离子的密度是减小的,所以  $\beta \geq 1 \geq \alpha \geq 0$ .对同一点  $x$ ,  $\chi$  是常数.随着定向电子的初始能量的增加,  $\beta$  减小.

**结论 1** 当定向电子的数密度为零时,漂移离子的最小能量是 0.5.

漂移离子的最小速度等于玻姆速度对应的无量纲能量这说明计算结果是可信的.

**结论 2** 当无碰撞并且定向电子的初始数密度一定时,随着定向电子的初始能量的增加,  $\tilde{w}$  减小.

当定向电子的初始能量增加时,  $\beta$  减小,即  $\beta' \leq \beta$ .鞘层稳定的充分条件变为  $\tilde{n}_{i10} \alpha' \geq \tilde{n}_{e0} \beta' + \chi$ .当  $\alpha' \geq \alpha - (\beta - \beta') \tilde{n}_{e0} / \tilde{n}_{i10}$  时,此充分条件成立.因为  $\alpha'$  的最小值小于  $\alpha$ ,所以漂移离子的最小能量减小鞘层仍能稳定.这就是结论 2.

**结论 3** 当无碰撞并且定向电子的初始能量一定时,随着定向电子的初始数密度的增加,  $\tilde{w}$  增加.

当定向电子的密度增加时,充分条件变为  $(\tilde{n}_{i10} + b) \alpha' \geq (\tilde{n}_{e0} + b) \beta + \tilde{n}_{e0} \chi$ .当  $\alpha' \geq \alpha + k(\beta - \alpha) / (\tilde{n}_{i10} + b)$  时,此充分条件成立.因为  $\alpha'$  的最小值大于  $\alpha$ ,所以漂移离子的最小速度必须增大鞘层才能稳定.这就是结论 3.

为了解释结论 4 和结论 5,我们首先引入图 11 和图 12.它们是  $\tilde{n}_{e0} = 0.5$  时,鞘层内的漂移离子、

定向电子的密度分布.图 10,图 11 中曲线 1, 2, 3 的区别如下:1 为  $\tilde{w}_{e0} = 30$ , 2 为  $\tilde{w}_{e0} = 60$ , 3 为  $\tilde{w}_{e0} = 100$ .

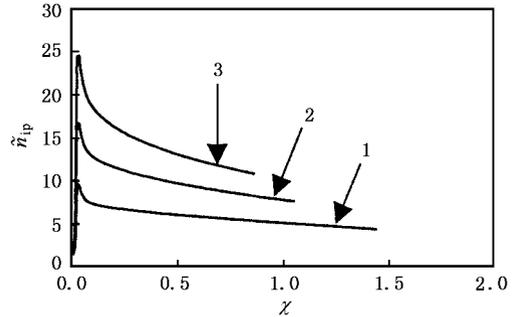


图 11 漂移离子的数密度分布

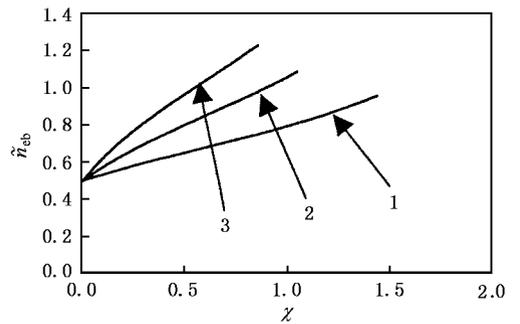


图 12 定向电子的数密度分布

**结论 4** 当有碰撞时,结果曲线大体处于 0.01 数量级.这比玻姆情况小很多.这说明电离碰撞对鞘层的特性影响很大,并且电离碰撞使  $\tilde{w}$  减小.

鞘层内有电离碰撞时,发生一次电离碰撞就产生一个电子离子对.电离的电子加入定向电子束,其平均速度较大,所以定向电子束的密度曲线变化不太大.如图 12 曲线 1 所示,定向电子束的数密度由边界的 0.5 增加到电极上的 1,只增加 1 倍左右.电离的离子加入漂移离子中,其平均速度较小,所以漂移离子的数密度迅速增加.如图 11 曲线 1 所示,漂移离子的数密度由边界的 0.5 快速增加到 10 以上,增加了 20 倍,由鞘层稳定的充分条件可知有电离碰撞时鞘层很容易稳定存在,所以漂移离子的最小能量比玻姆速度对应的无量纲能量小很多.定向电子的数密度越大,电离碰撞越剧烈,漂移离子的数密度越大,鞘层越稳定,漂移离子的最小能量越小.这就是结论 4.

**结论 5** 当有碰撞并且定向电子的初始数密度

一定时,随着定向电子的初始能量的增加, $\tilde{w}$ 增加.

随着定向电子的初始能量的增加,电离碰撞截面增大,电离碰撞更加激烈,漂移离子的数密度更大.由图 11 可看出定向电子的初始能量由 30 增大到 100 时,漂移离子数密度的最大值由 10 增大到

25,而图 12 中定向电子的数密度最大值由 1 增大到 1.2,整个鞘层内漂移离子的数密度远大于定向电子的数密度,所以鞘层更稳定,漂移离子的最小能量减小,这就是结论 5.

- [ 1 ] Bohm , 1949 *The Characteristics of Electrical Discharges in Magnetic Fields* edited by A. Guthrie and R. Wakerling( New York :McGraw-Hill )
- [ 2 ] Franklin N 1976 *Plasma Phenomena in Gas Discharges*( Clarendon , Oxford ) Chap 4
- [ 3 ] Chen F F 1984 *Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion* ( Plenum , London ) Chap 8
- [ 4 ] Liu D Y and Wang D Z 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1094( in Chinese )  
[ 刘德泳、王德真 2000 物理学报 **49** 1094 ]
- [ 5 ] Wang D Z and Ma T C 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 2404( in Chinese )  
[ 王德真、马腾才 2000 物理学报 **49** 2404 ]
- [ 6 ] Harrison E R and Thompson W B 1959 *Proc. Phys. Soc. London* **74** 145
- [ 7 ] Riemann K U 1991 *J. Phys. D :Appl. Phys.* **24** 493
- [ 8 ] Stangeby P C and Allen J D 1970 *J. Phys. A :Gen. Phys.* **3** 304
- [ 9 ] Andrews J G and Stangeby P C 1970 *J. Phys. A :Gen. Phys.* **3** L39
- [ 10 ] Deutsch and Räu chle E 1992 *Phys. Rev. A* **46** 3442
- [ 11 ] Valentini H B 1996 *Phys. Plasmas* **3**( 4 ) April
- [ 12 ] Valentini H B 1996 *J. Phys. D :Appl. Phys.* **29** 1175
- [ 13 ] Wang D Z 1996 *Chin. Phys. Lett.* **13** 2117
- [ 14 ] Nitter T 1996 *Plasma Source Sci. Technol.* **5** 93
- [ 15 ] Lagushenko R and Maya J 1984 *J. Appl. Phys.* **55** 3293

## The influence of particle beams on the criterion of Bohm sheath \*

Gu Yun-Peng Ma Teng-Cai

( State Key Laboratory of Materials Modification by Three Beams , and Department of Physics ,  
Dalian University of Technology , Dalian 116024 , China )

( Received 8 March 2002 ; revised manuscript received 20 October 2002 )

### Abstract

A two-fluid model has been used to study the influence of the existence of the directive ions and directive electrons on the Bohm criterion of sheath. The main collisions included in this study consist of the charge exchange collision , ionization collision and total energy loss collision. The operated gas is argon with a gas pressure 101325 Pa. Numerical calculation results are obtained , which show that the minimal speed at which drift ions enter into the sheath for directive ions is decreased. This is also valid for the charge exchange collision. The directive electrons make this speed increase , but the ionization collision related to directive electrons makes the speed decrease obviously.

**Keywords** : two fluid model , Bohm criterion of sheath , collision

**PACC** : 5240K , 5240M , 5255

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China( Grant No. 19835030 ).