

# 非均匀随机散射介质层的多次散射和 热辐射的分层迭代解\*

梁子长 金亚秋†

(复旦大学波散射和遥感中心、信息科学与工程学院, 上海 200433)

(2002 年 7 月 23 日收到 2002 年 11 月 8 日收到修改稿)

为纳入矢量辐射传输方程的多次散射, 将非均匀平行分层分布的随机散射介质划分成多个薄层, 利用各薄层的低阶 Mueller 矩阵解推导出整层的高阶散射迭代解. 用这一方法计算了具有占空比、粒子大小和温度廓线非均匀分布的平行分层随机密集球形粒子积雪层的极化热辐射. 数值结果与一层均匀随机散射层的离散坐标-特征值方法作了比较, 讨论了多次散射和热辐射与散射层各特征参数的关系, 与积雪层微波遥感数据进行了对比.

关键词: VRT 方程, 平行分层, 高阶散射解, 迭代解

PACC: 0270, 4220, 0380

## 1. 引 言

矢量辐射传输 (VRT) 方程是描述随机散射介质中四个 Stokes 参数多次散射、吸收和传输的微分-积分方程. 由 VRT 方程的积分方程形式解出发的迭代法可得到低阶的散射解, 如一层均匀随机介质的一阶散射解和半空间的二阶散射解<sup>[1-4]</sup>, 它们适用于低频条件下可忽略高阶散射的情况. 由于多次迭代产生的多重积分, 难于给出更高阶的散射解. 举例来说, 在现今空间遥感和空对地观测中, 如美国防卫气象卫星计划 (DMSP) 的特别微波成像辐射计 (SSM/I) 采用的通道为 19, 22, 37 和 85GHz, 地表 (如积雪层) 多次散射往往不能忽略, 因此 VRT 的解须纳入高阶散射解. 多次散射的 VRT 方程离散坐标-特征值法已有了不少研究和应用<sup>[1]</sup>. 比如, 在积雪散射辐射的研究中, 积雪层模拟为密集分布的球形散射粒子, 用离散坐标-特征值法来求解一层均匀随机分布密集球形粒子的 VRT<sup>[1, 2]</sup>.

但是, 由于积雪层在生成、融化、冻结等过程中, 往往产生冰粒子大小、体积占空比、温度等非均匀的分布, 因此需要求解多层非均匀密集粒子积雪层的多次散射和热辐射. 而用离散坐标-特征值法求解多

层散射辐射耦合的 VRT 方程组将是十分困难的, 也未见有报道.

本文将非均匀平行分层的随机散射介质的每一分层划分成多个薄层, 利用各薄层的热辐射和 Mueller 散射矩阵的低阶解推导了计算整层高阶散射解的迭代方法. 由此计算了具有占空比、粒子大小和温度廓线非均匀分布的平行分层密集球形粒子积雪层纳入高阶散射的极化热辐射. 本文计算了可忽略高阶散射的 5.3GHz 和纳入高阶散射的 SSM/I 通道上的辐射亮度温度. 研究了非均匀散射层各特征参数对多次散射和辐射的影响, 与现有的均匀散射层的离散坐标特征值法、积雪地的微波遥感观测数据等进行了比较和讨论.

## 2. 密集粒子的 VRT 方程多次散射分层迭代解

在密集粒子层中, 粒子的散射不能再看成相互独立, 而以有效传播常数  $K$  来描述散射场的相干. 在体积占空比为  $f$ , 球形粒子半径为  $a$  的随机散射层中的有效传播常数<sup>[1, 2]</sup>已推导为

$$K^2 = k_0^2 + fB \left[ 1 + i \frac{2}{9} Ka^3 B \frac{(1-f)^2}{(1+2f)^2} \right], \quad (1a)$$

\* 国家重点基础研究规划项目 (批准号 2001CB309401), 国家自然科学基金 (批准号 60171009) 资助的课题.

† 通信联系人.

$$B = \frac{k_s^2 - k_0^2}{1 + (k_s^2 - k_0^2)(1 - f)(3K^2)}, \quad (1b)$$

其中  $k_0$  为自由空间波数,  $k_s$  为散射粒子中的波数. 散射层的有效背景介电常数为

$$\epsilon_f = K^2/k_0^2. \quad (2)$$

平行分层的球形散射粒子的 VRT 方程可写为<sup>[11]</sup>

$$\begin{aligned} \cos\theta \frac{d}{dz} \bar{K}(\theta, z) = & -\bar{\kappa}_e(\theta, z) \cdot \bar{K}(\theta, z) \\ & + \int_0^\pi \bar{P}(\theta, \theta', z) \cdot \bar{K}(\theta', z) \sin\theta' d\theta' \\ & + \bar{\kappa}_a(\theta, z) \cdot C\bar{T}_0(z). \end{aligned} \quad (3)$$

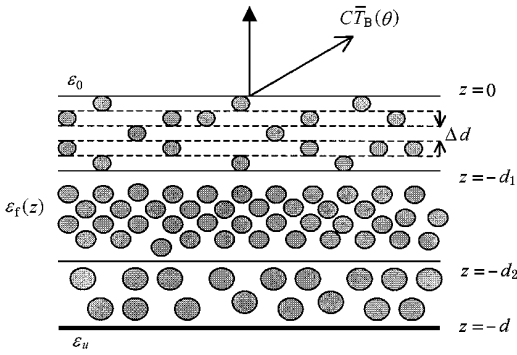


图 1 非均匀随机散射层的几何结构

在  $z = 0$  和  $z = -d$  处的边界条件为

$$\bar{K}(\pi - \theta, z = 0) = \bar{R}_0(\theta) \cdot \bar{K}(\theta, z = 0), \quad (4a)$$

$$\begin{aligned} \bar{K}(\theta, z = -d) = & \bar{R}_u(\theta) \cdot \bar{K}(\pi - \theta, z = -d) \\ & + \bar{T}_u(\theta) \cdot C\bar{T}_u, \end{aligned} \quad (4b)$$

其中  $\bar{R}_0(\theta), \bar{R}_u(\theta)$  分别为上下界面的反射率矩阵,  $\bar{T}_u(\theta)$  为下界面的透射率矩阵,  $T_0(z)$  为散射层的温度廓线,  $T_u$  为下垫介质的物理温度.

在平行分层的积雪层中,每一分层(如图 1 中实线所示)中的冰粒子半径、占空比等均视为相同. 分层与分层之间辐射强度的透射和反射则由(2)式各分层的有效背景介电常数来计算.

散射介质层的高阶解相对低阶解的大小不仅与单次反照率有关,而且与介质层的光学厚度有关,光学厚度较小时高阶解的相对大小也较小. 也就是说散射介质层足够薄时,该层的散射解可用低阶的散射解来近似. 为此,我们将每一分层均划分成许多薄层<sup>[5]</sup>(如图 1 中虚线所示),来近似求出各薄层的散射解. 设从  $z = 0$  至  $z = -d$  总的薄层数为  $L$ , 从上至下编号  $l = 1, 2, \dots, L$ , 分别给出每一薄层的初始辐射强度和 Mueller 矩阵.

计算时若每一薄层的划分满足

$$(\Delta\tau)^2 = (\kappa_{el} \Delta d)^2 \ll 1,$$

则薄层的热辐射强度用零阶解近似,即可忽略一阶及以上的热辐射强度:

$$\begin{aligned} \bar{I}_{is}^{n=0}(\theta) \approx & C\bar{T}_l^0(\theta) = \frac{\kappa_{al}}{\kappa_{el}} C\bar{T}_{0l} \\ & \times [1 - \exp(-\kappa_{el} \Delta d |\sec\theta|)], \\ & 0^\circ \leq \theta < 180^\circ, \end{aligned} \quad (5)$$

其中下标  $s$  表示孤立的薄层本身(self)的辐射强度.

同理,该层的 Mueller 散射矩阵可用一阶散射的 Mueller 矩阵近似:

$$\bar{M}_l(\theta, \theta_i) \approx \bar{M}_l^1(\theta, \theta_i) = \frac{\bar{P}_l(\theta, \pi - \theta_i) \sec\theta}{\kappa_{el} (\sec\theta_i + \sec\theta)} \begin{cases} 1 - \exp[-\kappa_{el} \Delta d (\sec\theta_i + \sec\theta)] & 0^\circ < \theta < 90^\circ, 0^\circ < \theta_i < 90^\circ, \\ \exp(-\kappa_{el} \Delta d \sec\theta_i) - \exp(\kappa_{el} \Delta d \sec\theta) & 90^\circ < \theta < 180^\circ, 0^\circ < \theta_i < 90^\circ, \\ \exp(\kappa_{el} \Delta d \sec\theta_i) - \exp(-\kappa_{el} \Delta d \sec\theta) & 0^\circ < \theta < 90^\circ, 90^\circ < \theta_i < 180^\circ, \\ 1 - \exp[\kappa_{el} \Delta d (\sec\theta_i + \sec\theta)] & 90^\circ < \theta < 180^\circ, 90^\circ < \theta_i < 180^\circ. \end{cases} \quad (6)$$

$$\bar{I}_{is}^{n=0}(\theta) \approx C\bar{T}_l^0(\theta) + C\bar{T}_l^1(\theta), \quad (7)$$

其中

$$\begin{aligned} C\bar{T}_l^1(\theta < 90^\circ) = & \frac{\kappa_{al}}{\kappa_{el}} C\bar{T}_{0l} \sec\theta \int_0^{\pi/2} \{\bar{P}(\theta, \theta') \bar{D}_3(\theta) \\ & - D_1(\theta, \theta') \exp(-\kappa_{el} \Delta d \sec\theta')\} \end{aligned}$$

如果散射介质层的光学厚度较大,用上述方法划分的薄层数会过多时,为避免过多的薄层数,可将薄层厚度  $\Delta d$  增大些,使其仅满足  $(\Delta\tau)^2 = (\kappa_{el} \Delta d)^2 \ll 1$ . 但是,此时的热辐射强度须用零阶与一阶辐射强度之和来近似:

$$+ \bar{P}_l(\theta, \pi - \theta') \int D_3(\theta) - D_2(\theta, \theta') \sin\theta' d\theta', \quad (8a)$$

$$\begin{aligned} \bar{C}_l^{(1)}(\theta > 90^\circ) &= \frac{\kappa_{el}}{\kappa_{el}} \bar{C}_{0l} | \sec\theta | \int_0^{\pi/2} \{ \bar{P}_l(\theta, \theta') \int D_3(\pi - \theta) \\ &- D_2(\pi - \theta, \theta') \} + \bar{P}_l(\theta, \pi - \theta') \\ &\times [ D_3(\pi - \theta) - D_1(\pi - \theta, \theta') \\ &\times \exp(-\kappa_{el} \Delta d \sec\theta') ] \sin\theta' d\theta', \quad (8b) \end{aligned}$$

其中

$$D_1(\theta, \theta') = \frac{1 - \exp[-\kappa_{el} \Delta d (\sec\theta - \sec\theta')]}{\kappa_{el} (\sec\theta - \sec\theta')}, \quad (9a)$$

$$D_2(\theta, \theta') = \frac{1 - \exp[-\kappa_{el} \Delta d (\sec\theta + \sec\theta')]}{\kappa_{el} (\sec\theta + \sec\theta')}, \quad (9b)$$

$$D_3(\theta) = \frac{1 - \exp(-\kappa_{el} \Delta d \sec\theta)}{\kappa_{el} \sec\theta}, \quad (9c)$$

而相应的 Mueller 散射矩阵需用一、二阶 Mueller 矩阵之和<sup>[16]</sup>来近似:

$$\bar{M}_l(\theta, \theta_i) \approx \bar{M}_l^{(1)}(\theta, \theta_i) + \bar{M}_l^{(2)}(\theta, \theta_i), \quad (10)$$

其中

$$\bar{M}_l^{(2)}(\theta, \theta_i < 90^\circ) = |\sec\theta| \begin{cases} \int_0^{\pi/2} [ \bar{P}_l(\theta, \pi - \theta') \cdot \bar{P}_l(\pi - \theta', \pi - \theta_i) A_2(\theta, \theta', \theta_i) + \bar{P}_l(\theta, \theta') \\ \cdot \bar{P}_l(\theta', \pi - \theta_i) A_1(\theta, \theta', \theta_i) ] \sin\theta' d\theta' & 0^\circ < \theta < 90^\circ, \\ \int_0^{\pi/2} [ \bar{P}_l(\theta, \pi - \theta') \cdot \bar{P}_l(\pi - \theta', \pi - \theta_i) A_4(\pi - \theta, \theta', \theta_i) + \bar{P}_l(\theta, \theta') \\ \cdot \bar{P}_l(\theta', \pi - \theta_i) A_3(\pi - \theta, \theta', \theta_i) ] \sin\theta' d\theta' & 90^\circ < \theta < 180^\circ, \end{cases} \quad (11a)$$

$$\bar{M}_l^{(2)}(\theta, \theta_i > 90^\circ) = |\sec\theta| \begin{cases} \int_0^{\pi/2} [ \bar{P}_l(\theta, \pi - \theta') \cdot \bar{P}_l(\pi - \theta', \pi - \theta_i) A_3(\theta, \theta', \pi - \theta_i) + \bar{P}_l(\theta, \theta') \\ \cdot \bar{P}_l(\theta', \pi - \theta_i) A_4(\theta, \theta', \pi - \theta_i) ] \sin\theta' d\theta' & 0^\circ < \theta < 90^\circ, \\ \int_0^{\pi/2} [ \bar{P}_l(\theta, \pi - \theta') \cdot \bar{P}_l(\pi - \theta', \pi - \theta_i) A_1(\pi - \theta, \theta', \pi - \theta_i) + \bar{P}_l(\theta, \theta') \\ \cdot \bar{P}_l(\theta', \pi - \theta_i) A_2(\pi - \theta, \theta', \pi - \theta_i) ] \sin\theta' d\theta' & 90^\circ < \theta < 180^\circ, \end{cases} \quad (11b)$$

其中

$$\begin{aligned} A_1(\theta, \theta', \theta_i) &= \frac{\sec\theta' \{ D_2(\theta, \theta_i) - D_1(\theta, \theta') \exp[-\kappa_{el} \Delta d (\sec\theta' + \sec\theta_i)] \}}{\kappa_{el} (\sec\theta' + \sec\theta_i)}, \\ A_2(\theta, \theta', \theta_i) &= \frac{\sec\theta' [ D_2(\theta, \theta') - D_2(\theta, \theta_i) ]}{\kappa_{el} (\sec\theta' - \sec\theta_i)}, \\ A_3(\theta, \theta', \theta_i) &= \frac{\sec\theta' \exp(-\kappa_{el} \Delta d \sec\theta_i) \int D_1(\theta, \theta_i) - D_2(\theta, \theta')}{\kappa_{el} (\sec\theta' + \sec\theta_i)}, \\ A_4(\theta, \theta', \theta_i) &= \frac{\sec\theta' [ D_1(\theta, \theta_i) \exp(-\kappa_{el} \Delta d \sec\theta_i) - D_1(\theta, \theta') \exp(-\kappa_{el} \Delta d \sec\theta') ]}{\kappa_{el} (\sec\theta' - \sec\theta_i)}. \quad (12) \end{aligned}$$

以上给出的是孤立的、即不考虑该薄层上下辐射传递影响的各薄层本身的热辐射和 Mueller 散射矩阵。

为计算整层的散射解,需给出各薄层迭代解的传递关系式。值得说明的是,只有在平行分层的非均匀层面的边界处(比如图 1 中的实线  $z = -d_1$  和  $z = -d_2$  处)才需考虑透射和反射,而其他薄层间有  $\bar{T}_{l-1,l}(\theta) = 1$  和  $\bar{R}_{l-1,l}(\theta) = 0$ 。

从上向下传递辐射强度时,在第  $l-1, l$  薄层间的关系为

$$\bar{I}_l^n(\pi - \theta) = \bar{I}_{ls}^n(\pi - \theta) + [ \bar{R}_{l,l-1}(\theta) \cdot \bar{I}_l^{n-1}(\theta) ]$$

$$+ \bar{T}_{l-1,l}(\theta) \cdot \bar{I}_{l-1}^n(\pi - \theta) ] \times \exp(-\kappa_{el} \Delta d \sec\theta). \quad (13a)$$

从下向上传递辐射强度时,在第  $l+1, l$  薄层间的关系为

$$\begin{aligned} \bar{I}_l^n(\theta) &= \bar{I}_{ls}^n(\theta) + [ \bar{R}_{l,l+1}(\theta) \cdot \bar{I}_l^{n-1}(\pi - \theta) \\ &+ \bar{T}_{l+1,l}(\theta) \cdot \bar{I}_{l+1}^n(\theta) ] \\ &\times \exp(-\kappa_{el} \Delta d \sec\theta), \quad (13b) \end{aligned}$$

其中  $\theta \in (0^\circ, 90^\circ)$ , 上标  $n$  表示迭代次数,  $\bar{I}_{ls}^n(\theta)$  是由(5)或(7)式( $n=0$ ),以及下面(15)式( $n>0$ )计算。

在  $z=0$  和  $z=-d$  顶面和底面的界面处将出

现  $\bar{I}_{l=0}^{(n)}(\pi - \theta)$  和  $\bar{I}_{l=L+1}^{(n)}(\theta)$ , 可由边界条件 (4) 式将其定义为

$$\bar{I}_{l=0}^{(n)}(\pi - \theta) = \begin{cases} 0 & n = 0, \\ \bar{R}_0(\theta) \cdot \bar{I}_{l=1}^{(n-1)}(\theta) & n > 0; \end{cases} \quad (14a)$$

$$\bar{I}_{l=L+1}^{(n)}(\theta) = \begin{cases} \bar{R}_{ln}(\theta) \cdot \bar{I}_{l=L}^{(n)}(\pi - \theta) + \bar{T}_{ln}(\theta) \cdot C\bar{T}_u & n = 0, \\ \bar{R}_{ln}(\theta) \cdot \bar{I}_{l=L}^{(n-1)}(\pi - \theta) & n > 0. \end{cases} \quad (14b)$$

由 (13) (14) 式, 可计算出各薄层分界面处的包括其上下薄层透射传递的第  $n$  阶辐射强度  $\bar{I}_l^{(n)}(\theta)$  和  $\bar{I}_l^{(n)}(\pi - \theta)$ . 进一步地, 第  $l$  薄层本身的第  $n + 1$  阶辐射强度可用从第  $l - 1$  和第  $l + 1$  薄层的第  $n$  阶辐射经 Mueller 矩阵散射而得到

$$\begin{aligned} \bar{I}_{ls}^{(n+1)}(\theta) = & \int_{\pi/2}^{\pi} \bar{M}_l(\theta, \theta') \cdot \bar{T}_{l-1,l}(\pi - \theta') \\ & \cdot \bar{I}_{l-1}^{(n)}(\theta') \sin\theta' d\theta' + \int_0^{\pi/2} \bar{M}_l(\theta, \theta') \\ & \cdot \bar{T}_{l+1,l}(\theta') \cdot \bar{I}_{l+1}^{(n)}(\theta') \sin\theta' d\theta'. \end{aligned} \quad (15)$$

由此, 我们可计算高阶的迭代解. 具体的迭代步骤可总结为:

- 1) 将平行分层散射介质层均划分成薄层, 根据薄层的  $\Delta\tau$  选择 (5) (6) 式或 (7) (10) 式, 计算各薄层本身的初始辐射强度  $\bar{I}_{ls}^{(n=0)}(\theta)$  和 Mueller 散射矩阵  $\bar{M}_l(\theta, \theta_i)$ .
- 2) 根据 (13) (14) 式的关系, 计算纳入各薄层间传递的辐射强度  $\bar{I}_l^{(n)}(\theta)$ . 整个散射介质层出射的第  $n$  阶迭代解可由  $\bar{I}_{l=L+1}^{(n)}(\theta)$  根据界面透射公式计算.
- 3) 由 (15) 式, 从  $\bar{I}_l^{(n)}(\theta)$  计算出薄层本身的第  $n + 1$  阶辐射强度  $\bar{I}_{ls}^{(n+1)}(\theta)$ .
- 4) 重复 2) 3) 步骤, 直至收敛为止.

根据上述的步骤, 迭代计算出整个积雪层的高阶散射解.

设  $\bar{T}_{l=1}(\theta)$  为各次迭代解  $\bar{I}_{l=1}^{(n)}(\theta)$  之和. 在区域 0 中观测到的辐射亮度温度为

$$\bar{T}_B(\theta_0) = \frac{1}{C} \bar{T}_{l=0}(\theta) \cdot \bar{T}_{l=1}(\theta). \quad (16)$$

需要指出的是, 由于这里在一次迭代过程中只计入界面的一次反射, 界面的多次来回反射需通过多次迭代才能完全计入. 因而  $\bar{I}_{l=1}^{(n)}(\theta)$  不同于从 VRT 方程的积分方程形式解出发获得的第  $n$  次散射强度.

孤立薄层的本身热辐射包括了辐射的零阶解

(当  $(\Delta\tau)^2 \ll 1$ ) 或零至一阶解 (当  $(\Delta\tau)^3 \ll 1$ ). 相应地, 薄层一阶或一至二阶 Mueller 散射矩阵用于计算薄层对传递的辐射强度的散射作用. 总散射层出射的第  $n$  阶辐射强度  $\bar{I}_{l=L+1}^{(n)}(\theta)$  包括了所有薄层本身热辐射经过各薄层的  $n$  次散射作用后出射的辐射强度.

### 3. 数值结果举例

#### 3.1. 均匀积雪层

厚为  $d = 100\text{cm}$  的均匀积雪层, 其粒子  $a = 0.06\text{cm}$   $f = 0.3$ , 介电常数  $\epsilon_s = (3.2 + i0.0032)\epsilon_0$ . 下垫面  $\epsilon_u = (6 + i)\epsilon_0$ , 积雪层和下垫介质的温度均假定为 263K. 由 (2) 式计算得积雪层的背景介电常数  $\epsilon_r = (1.49 + i0.0009)\epsilon_0$ .

分层迭代的薄层厚度取  $\Delta d = 1\text{cm}$ , 采用 (5) (6) 式分别计算热辐射和 Mueller 散射矩阵, 角度  $\theta$  为  $6^\circ$  一等分, 迭代至第 4 次迭代解. 图 2 为 19GHz 辐射亮度温度的分层迭代结果与离散坐标-特征值法<sup>[1]</sup> (高斯离散点数取为  $N = 8$ ) 的比较, 可见两者的结果是相当一致的.

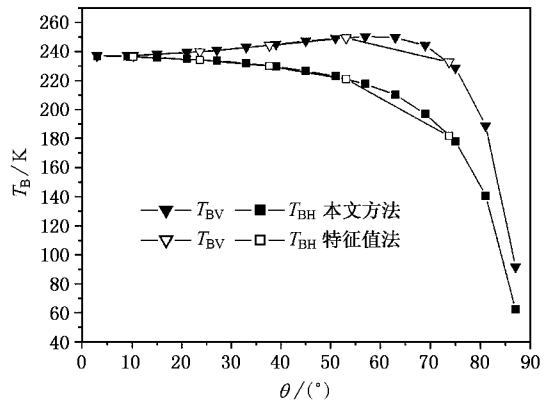


图 2 19GHz 积雪层的辐射亮度温度

不同频率下需要计及的高阶散射解的阶数应是不同的. 图 3 给出了均匀积雪层不同频率下需计及的迭代次数, 及其在  $\theta = 54^\circ$  时与离散坐标-特征值法 ( $N = 8$ ) 结果的比较  $\Delta T_V = T_{\text{iter}} - T_{\text{eigen}}$ . 其中层厚  $d = 50\text{cm}$ ,  $a = 0.05\text{cm}$ , 其他参数同图 2.

可以看出, 迭代次数随频率迅速增加, 这是因为雪层的单次反照率和散射系数随频率迅速增加. 图 3 中频率为 10GHz 时单次反照率  $\omega_0 = 0.042$ , 而 85GHz 时  $\omega_0 = 0.965$ , 而有  $0.965^{90} \approx 0.04$ , 因此需计

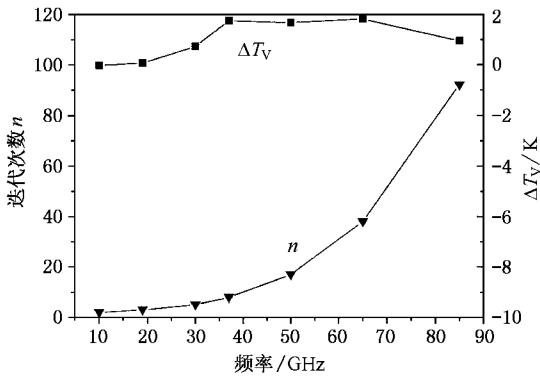


图3 需计及的迭代次数随频率的变化以及迭代解与特征值解的差异

及的散射解阶数随频率迅速增加是显见的。

### 3.2. 非均匀积雪层

在 5.3GHz 计算  $d = 10\text{m}$  非均匀雪层的辐射亮度温度,取  $a = 0.06\text{cm}$ ,积雪层密度假定在  $z$  向是变化的,如图 4 所示。

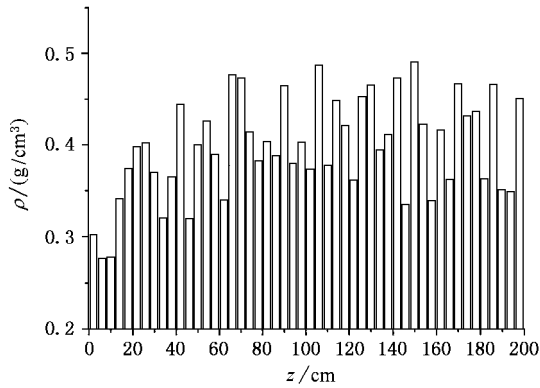


图4 雪层密度随深度的变化

$$\rho(z) = 0.25 + 0.16[1 - \exp(0.05z)] + 0.16(R - 0.5) \quad (z < 0), \quad (17)$$

其中  $R \in (0, 1)$  为正态分布随机数, 占比与积雪层密度有关系式  $f(z) = \rho(z)0.91$ . 积雪层的温度廓线假定为

$$T(z) = 234 + 24\exp(0.81z) \text{ (K)} \quad (z < 0), \quad (18)$$

即积雪层的表层因太阳的照射温度较高,在深处指数下降到较低的温度。

为计算辐射亮度温度,将该 10m 积雪层平行分层为 4cm 厚的小层,每一小层的密度均不相同,有着不同的初始辐射亮温和 Mueller 矩阵.将每一小层

划分成  $\Delta d = 1\text{cm}$  厚的薄层进行迭代计算.由于随机数  $R$  的影响,我们计算了 5 次,然后取平均。

图 5(a) 中测量数据引自文献 [7], 均匀积雪层的温度廓线由 (18) 式给定, 雪层密度为  $0.41\text{g/cm}^3$ . 可见非均匀积雪层的计算结果与测量数据更吻合. 由于测量频率仅为 5.3GHz, 粒子的多次散射贡献还是可忽略的。

为说明多次散射的贡献,图 5(b) 计算了同样条件下 19GHz 和 37GHz 的辐射亮度温度,可见此时纳入多次散射就是十分必要的了。

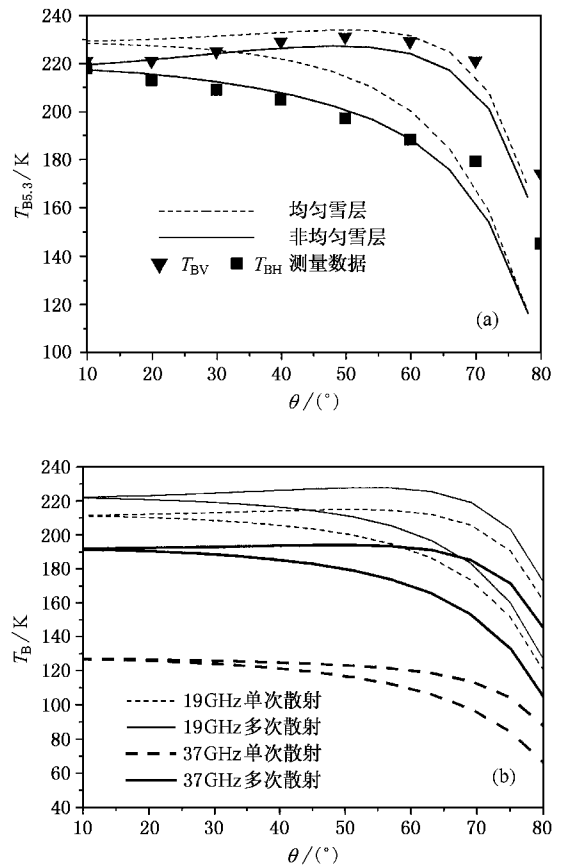


图5 (a) 计算值与测量数据的比较 (b) 一阶解与多次散射解的区别

由于积雪的冰粒子产生的散射遮蔽了下垫层的热辐射,频率越高,其散射作用越强,这种遮蔽就更明显,而冰层厚度大,对下垫层热辐射的遮蔽也更大.因此,积雪层一般会产生  $T_{B19} > T_{B37} > T_{B85}$ . 但是非均匀的积雪层也会出现相反的情况<sup>[8]</sup>. 比如,图 6 为 2001 年夏季南极大陆 ( $80^\circ\text{S}, 30^\circ\text{E}$ ), SSM/I AS-F15 卫星在 19, 37 和 85GHz 的辐射亮度温度. 在第 210—300 天时有  $T_{B85V} < T_{B19V}$ , 而在第 300—365 天时

有  $T_{B85V} > T_{B19V}$  .

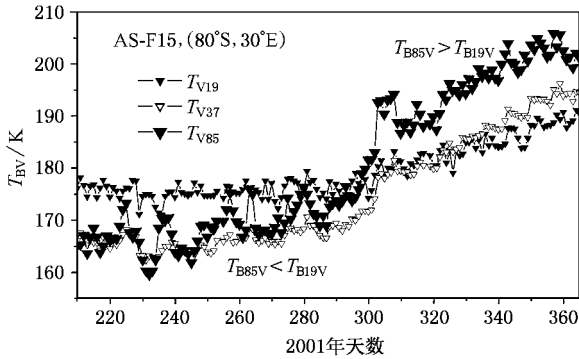


图 6 南极大陆冰雪垂直极化辐射亮度温度

这是由于积雪层融化、结晶再冻结的过程产生非均匀分层的冰层结构,冰层能挡住下垫层的高频的辐射,这样,高低不同频率的辐射计获取的是不同积雪层厚的辐射,在高频段,热辐射来自于薄层冰雪,而在低频段,辐射来自厚层冰雪.

我们计算 1 层、3 层和 5 层结构积雪层的辐射亮度温度,如图 7 所示.一层均匀积雪层的粒子  $a = 0.03\text{cm}$ ,  $f = 0.3$ ,  $d = 50\text{cm}$ . 3 层和 5 层结构积雪层中冰层厚均设为  $1\text{cm}$ ,其余各积雪层的占空比均为  $f = 0.3$ .顶层雪均为  $2.0\text{cm}$  厚的细粒子积雪层,  $a = 0.02\text{cm}$ ,而最底层均为  $200\text{cm}$  厚的粗粒子积雪层,  $a = 0.15\text{cm}$ . 5 层结构积雪层的中间积雪层厚为  $10\text{cm}$ ,  $a = 0.03\text{cm}$ .下垫面为厚冰,雪层的温度均为  $213\text{K}$ .视角取为  $\theta = 54^\circ$ .

计算表明,非均匀冰层结构积雪层产生  $T_{B19} < T_{B85}$  的情况出现.

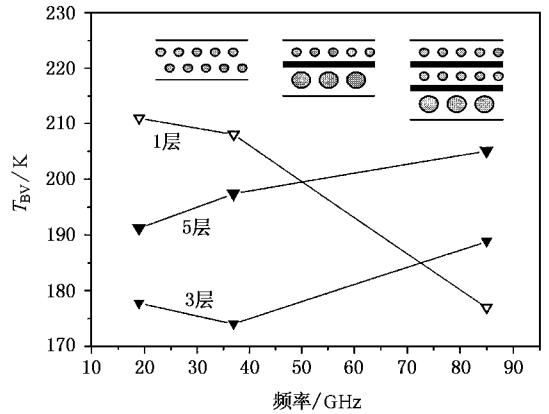


图 7 垂直极化辐射亮温随频率的变化

### 4. 结 论

本文将平行分层非均匀随机散射介质划分成多个薄层,利用各薄层的零阶或一阶热辐射公式和一阶或二阶 Mueller 散射矩阵推导出计算整层高阶散射解的迭代方法.该方法仅忽略了薄层本身的高阶热辐射和其他层热辐射通过该层时的高阶散射,但因高阶解相对低阶解的大小与介质层的光学厚度有关,其引起的误差可调节薄层厚度减小至可忽略.

对于非均匀平行分层随机介质散射辐射传输的一个例子,本文中计算了具有占空比、粒子大小和温度等非均匀廓线的密集球形粒子积雪层的极化热辐射.数值结果与均匀随机散射层的离散坐标-特征值方法作了比较,讨论了频率、视角、非均匀层构造等特征参数的影响,也与非均匀积雪地的微波遥感数据进行了比较.

[ 1 ] Jin Y Q 1994 *Electromagnetic Scattering Modelling for Quantitative Remote Sensing*( Singapore : World Scientific )  
 [ 2 ] Tsang L et al 1990 *Polarimetric Remote Sensing*( New York : Elsevier )  
 [ 3 ] Chang M and Jin Y Q 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 74( in Chinese ) [ 常梅、金亚秋 2002 物理学报 **51** 74 ]  
 [ 4 ] Li Z X and Jin Y Q 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 5( in Chinese ) [ 李中新、金亚秋 2001 物理学报 **50** 5 ]

[ 5 ] Liang Z C and Jin Y Q 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2239( in Chinese ) [ 梁子长、金亚秋 2002 物理学报 **51** 2239 ]  
 [ 6 ] Han Y P and Wu Z S 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 57( in Chinese ) [ 韩一平、吴振森 2000 物理学报 **49** 57 ]  
 [ 7 ] Tsang L and Kong J A 2001 *Scattering of Electromagnetic Waves-Numerical Simulations*( Wiley : Interscience )  
 [ 8 ] Andrew B and Mark R D 2000 *IEEE Trans. Geosci. Rem. Sens.* **38** 1810

# Iterative layering approach to multiple scattering and emission from inhomogeneous random scatter media<sup>\*</sup>

Liang Zi-Chang Jin Ya-Qiu<sup>†</sup>

( Centre for Wave Scattering and Remote Sensing ,and School of Information Science and Engineering ,Fudan University ,Shanghai 200433 ,China )

( Received 23 July 2002 ; revised manuscript received 8 November 2002 )

## Abstract

Taking into account the multiple scattering of vector radiative transfer ( VRT ), an iterative layering method is developed by stratifying the random media into multi-slabs and employing the lower-order Mueller matrix solution to derive high-order scatterings . This approach is applied to the simulation of polarized brightness temperature from an inhomogeneous snowpack of randomly and densely distributed spherical particles with nonuniform profiles of particle size , fractional volume and physical temperature . Numerical results are compared with conventional eigen-analysis approach for a uniform scatter medium . The functional dependence of multiple scattering and emission upon the characteristic parameters such as particle size , fractional volume , physical temperature etc . are discussed , and are also compared with the microwave remote sensing measurements of the multi-layers snowpack .

**Keywords** : VRT equation , stratification , high-order scattering , iterative solution

**PACC** : 0270 , 4220 , 0380

---

<sup>\*</sup> Project supported by the China National Key Basic Research Program ( Grant No. 2001CB309401 ) , and the National Natural Science Foundation of China ( Grant No. 60171009 ) .

<sup>†</sup> Corresponding author .