第 52 卷 第 6 期 2003 年 6 月
1000-3290/2003/52(06)/1354-06

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.52,No.6,June,2003

强迫耗散系统的有序结构和系统的发展(Ⅱ),广义能量极小值原理和系统的发展*

胡隐樵

(中国科学院寒区旱区环境与工程研究所,兰州 730000)
(大气边界层和大气化学国家重点实验室,北京 100029)

(2002 年 9 月 2 日收到;2002 年 11 月 18 日收到修改稿)

利用大气非线性动力学证明了广义能量极小值原理,进一步从理论上证明它是同大气非平衡态热力学最小熵产生原理在物理上是一致的.前者表明,强迫耗散动力系统的终态广义能量达极小值;而最小熵产生原理表明,远离热力学平衡态的开放系其终态时系统内部的不可逆过程最弱.而且,系统广义能量达极小值和系统熵产生达极小值的终态一般是一个稳定的定态,它对应着系统的某种有序结构.也就是说它是一个"低耗高效"的有序定态.大气系统作为自然界一个典型的物理复杂系统,其最小熵产生原理和广义能量极小值原理隐示了自然界复杂系统的一个一般性原理,它总是趋于一个"低耗高效"的有序定态.

关键词:强迫耗散系统,能量极值原理,有序结构,动力系统

PACC:0420M,0547,0570L,8670G

1. 引 言

从动力学观点考察,自然界任何一个开放系统,都是在耗散系统内部能量和物质以及外部强迫过程中不断发展,最终达到一个定态.从热力学观点考察,自然界任何一个远离平衡态的开放系统,都在经历不可逆过程,最终达到一个有组织的有序结构.正如 Gell-Mann[1] 所指出的如何理解复杂性一样,"能量流经一个系统会使其有序性增加","只能利用宇宙的初始条件和动力学定律"才能理解复杂性系统的有序性.为了研究系统的有序结构形成机理,就必须研究这个系统能量流所控制的发展规律.远离热力学平衡仅仅是产生不稳定性的一个必要条件,但不是充分的.从动力学观点看,产生不稳定性的另一个必要条件是动力过程中必须包括适当的非线性正反馈.这些非线性反馈使得体系中各个单元有可能共同作用而形成有序的耗散结构.

大气系统是以 Navier-Stokes 流体力学方程组同热力学第一定律和物质守恒定律方程共同构成的一个复杂的方程组.直接求解该方程组是复杂的,甚至是不可能的.但是通过泛函理论分析一个动力系统解的整体性质仍然是可能的[2].大气动力学方程组是反应扩散方程组,在数学上属于拟线性抛物型方程组,这类方程已从数学上证明能量极值原理[3].本文利用大气动力学方程组泛函性质证明大气系统广义能量极小值的存在性及其条件.进而证明它同非线性热力学最小熵产生原理在物理上的一致性.通过这种分析揭示一个强迫耗散动力系统的总体发展规律.

2. 大气动力学方程组及其泛函性质

丑纪范[2] 研究过天气系统动力学方程组的泛函性质,并得出一系列重要结果.这里就一般大气系统动力学方程组的泛函性质进行研究.大气动力系统由大气动力学方程组及相关问题的初始条件和边界条件描述.它的一般形式为

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j}\tilde{K}_m \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = - g\delta_{i3} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_j}\delta_{ij} + f_c \varepsilon_{ij3} U_j , \quad (1)$$

* 国家自然科学基金(批准号:49835010 和 40233035)资助的课题.

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}+U_j\frac{\partial\theta}{\partial x_j}-\frac{\partial}{\partial x_j}\widetilde{K}_\theta\frac{\partial\theta}{\partial x_j}=-\frac{1}{\rho c_p}\left(\sum_{\alpha=1}^{3}\omega_\alpha\nu_{ab}^\alpha\lambda_{ab}^\alpha+\frac{\partial Q_j^*}{\partial x_j}\right), \tag{2}$$

$$\frac{\partial q}{\partial t}+U_j\frac{\partial q}{\partial x_j}-\frac{\partial}{\partial x_j}\widetilde{K}_V\frac{\partial q}{\partial x_j}=\frac{1}{\rho}\sum_{\alpha=1}^{3}\omega_\alpha\nu_{ab}^\alpha\delta^\alpha m_V, \tag{3}$$

$$p=\rho RT, \tag{4}$$

$$T=\theta\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{c_p}{R_d}}. \tag{5}$$

并有相应的初始条件和边界条件. 这里已经假定大气是不可压缩气体,应受不可压缩连续性方程

$$\frac{\partial U_j}{\partial x_j}=0 \tag{6}$$

的约束. 方程(1)右边是系统所受 Newton 力;方程(2)右边是非绝热加热,包括相变潜热和辐射加热两项;方程(3)右边是水相变释放的水汽或水汽的耗损. 以上符号如“文(I)”(文献[4])所示都是通用的,ρ 为空气密度;R 为空气气体常数;R_d 为干空气气体常数;c_p 为等压比热. $\{U_i,\theta,q,p,T\}$ 分别为速度、位温、比湿、气压和绝对温度. 方程(1)中 g 为重力,f_c 为 Coriolis 系数. 方程(2)和(3)中相变有关量 λ_{ab}^α,ω_α 和 ν_{ab}^α 分别为相变潜热、相变速率和相变系数,m_V 为水分子量. 方程(1)—(3)中的 $\{\widetilde{K}_m,\widetilde{K}_\theta,\widetilde{K}_V\}$ 为湍流输送系数.

方程(1)—(5)构成了大气动力学方程组,它是在三维 Euclid 空间的偏微分方程组. 设 $\{x_j, j=1,2,3\}$ 为三维 Euclid 空间 E_3,且

$$\{x_j, j=1,2,3\}=(x,y,z)\equiv E_3. \tag{7}$$

那么,方程组(1)—(5)的 7 个变量 $\{U_i,\theta,q,p,T\}$ $(i=1,2,3)$ 可以定义三维 Euclid 空间 E_3 的矢量函数

$$\varphi=\{U_i,\theta,q,p,T\}=(U_i,\theta,q,p,T)^*\in E_3^* \tag{8}$$

为大气动力学系统的相空间,其中上标‘ * ’为转置矩阵. 为使相空间完备,定义内积 (φ_1,φ_2),从而构成一个内积空间,且有范数为 $\|\varphi\|=\sqrt{(\varphi,\varphi)}$.

在相空间 φ 内定义如下算子:

$$E=\begin{vmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{vmatrix}, \tag{9}$$

$$N=\begin{vmatrix}U_j\frac{\partial}{\partial x_j}&0&0&0&0\\0&U_j\frac{\partial}{\partial x_j}&0&0&0\\0&0&U_j\frac{\partial}{\partial x_j}&0&0\\0&0&0&-\frac{\rho R}{p}&\frac{1}{T}\\0&0&0&-\frac{1}{T}&\frac{\theta}{T^2}\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{c_p}{R_d}}\end{vmatrix}, \tag{10}$$

$$T_r=\begin{vmatrix}-\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial x_j}\widetilde{K}_m\frac{\partial}{\partial x_j}&0&0&0&0\\0&-\frac{1}{\rho c_p}\frac{\partial}{\partial x_j}\widetilde{K}_\theta\frac{\partial}{\partial x_j}&0&0&0\\0&0&-\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial x_j}\widetilde{K}_V\frac{\partial}{\partial x_j}&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{vmatrix}, \tag{11}$$

$$\xi=\left(-g\delta_{i3}-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_j}\delta_{ij}+f_c\varepsilon_{ij3}U_j,\ -\frac{1}{\rho c_p}\left(\sum_{\alpha=1}^{3}\omega_\alpha\nu_{ab}^\alpha\lambda_{ab}^\alpha+\frac{\partial Q_j^*}{\partial x_j}\right),\ -\frac{1}{\rho}\sum_{\alpha=1}^{3}\omega_\alpha\nu_{ab}^\alpha\delta^\alpha m_V,0,0\right). \tag{12}$$

则大气动力学方程组(1)—(5)可写成如下算子方程形式:

$$E\frac{\partial}{\partial t}\varphi+(N+T_r)\varphi=\xi. \tag{13}$$

相应的初始条件和边界条件为

$$E\varphi=E\varphi_0,\text{当 } t=t_0 \text{ 时};E\varphi|_\Sigma,\text{或}\frac{\partial}{\partial x_j}E\varphi|_\Sigma. \tag{14}$$

算子 $\{E,N,T_r,\xi\}\in M$ 是相空间 $\varphi\in E_3^*$ 中的泛函

数，所以算子方程(13)是一个泛函方程.泛函数方程的性质完全由其算子 $\{E,N,T_r,\xi\}$ 的性质所决定.为此研究它们的伴随算子 $\{E^*,N^*,T_r^*,\xi^*\}\in M^*$.这里 M^* 是 M 的共轭空间.经计算，可以证明这些算子有如下性质：

$$(\varphi^*,E\varphi)=(\varphi,E^*\varphi^*)$$
$$=\int_\Omega(U_i^2+\theta^2+q^2)\mathrm{d}V\geqslant 0,$$

即

$$E^*=E,\tag{15}$$
$$(\varphi^*,N\varphi)=(\varphi,-N^*\varphi^*),$$

即

$$N^*=-N,\tag{16}$$
$$(\varphi^*,T_r\varphi)=(\varphi,T_r^*\varphi^*),$$

即

$$T_r^*=T_r,\tag{17}$$

$$\begin{aligned}(\varphi^*,\xi)=(\varphi,\xi^*)=\int_\Omega\Big[&\Big(-g\delta_{i3}-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_j}\delta_{ij}\\&+f_c\varepsilon_{ij3}U_j\Big)U_i-\frac{\theta}{\rho c_p}\Big(\sum_{\alpha=1}^{3}\omega_\alpha\nu_{ab}^\alpha\lambda_{ab}^\alpha\\&+\frac{\partial Q_j^*}{\partial x_j}\Big)+\frac{q}{\rho}\sum_{\alpha=1}^{3}\omega_\alpha\nu_{ab}^\alpha\delta^\alpha m_V\Big]\mathrm{d}V.\end{aligned}\tag{18}$$

关系(15)说明 E 是一个自伴正定算子；关系(16)证明了 N 是一个反伴算子；(17)式证明算子 T_r 也是一个自伴算子.

现进一步分析算子 $\{E,N,T_r,\xi\}$ 的物理意义.速度 $U_i(i=1,2,3)$ 是单位质量空气微团的动量；$\frac{1}{2}U_i^2=\frac{1}{2}(U^2+V^2+W^2)$ 是单位质量空气微团的动能.拓展这一概念，形式地定义 $\{U_i,\theta,q\}$ 为相空间 φ 的广义动量；定义 $\{\frac{1}{2}U_i^2,\frac{1}{2}\theta^2,\frac{1}{2}q^2\}$ 为相空间 φ 的广义能量.由关系(15)表明，数量积 $(\varphi^*,E\varphi)$ 是相空间 φ 的广义能量的二倍，所以称 E 为能量算子.数量积 $(\varphi^*,N\varphi)$ 是大气系统通过其边界 Σ 的广义能量的平流输送，自然可以称算子 N 为相空间 φ 中的平流算子.以此类推，数量积 $(\varphi^*,T_r\varphi)$ 应该是相空间 φ 中广义能量的湍流黏性和分子黏性输送，所以称 T_r 为输送算子.大气动力学中一般总是研究正梯度输送的情况，也就是总认为输送算子 T_r 是正定的.方程(13)右边算子 ξ 是系统所受力，以及水相变潜热释放或吸收大气辐射非绝热加热；水相变释放的水汽或水汽的耗损.数量积(18)右边第一项是速度同 Newton 力之积，即 Newton 力对系统作的功.为此，我们可以拓展功的概念，称 $\{\xi\}$ 是系统的源算子；而数量积 (φ^*,ξ) 就是相空间 φ 中源对系统所作的广义功.

算子 $\{N,T_r,\xi\}$ 都同未知函数 $\{U_i,\theta,q,p,T\}$ 有关，所以这些算子原则上都是非线性算子.大气动力学的泛函数方程(13)原则上是非线性泛函方程.

3. 广义能量极小值原理

3.1. 广义能量极值原理的证明

求大气动力学方程组(13)在初始条件和边界条件(14)的解，为此将 φ^* 数乘(13)式并利用性质(15)—(18)，即得到相空间广义能量平衡方程

$$\frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\varphi,E^*\varphi^*)=G(\varphi),\tag{19}$$

右边函数被记为

$$\begin{aligned}G(\varphi)=&(\varphi,\xi^*)+\int_\Omega\Big(-\frac{p^2}{T}+T\Big)\mathrm{d}V-(\varphi,T_r^*\varphi^*)\\&-\int_\Sigma\Big[U_j\frac{\partial}{\partial x_j}\Big(\frac{1}{2}U_i^2+\frac{1}{2}\theta^2+\frac{1}{2}q^2\Big)\Big]\mathrm{d}\Sigma_j.\end{aligned}\tag{20}$$

方程(19)左边是大气系统广义能量随时间的发展和变化速率.函数(20)右边第一项和第二项是系统强迫源(或汇)，其中第一项是对系统作的广义功，第二项是温度和压力对系统的强迫；右边第三项是湍流和分子黏性对系统能量的耗散；第四项则是系统边界平流对能量的输送.经常称(19)为一个强迫耗散系统，它描述了一个动力系统的发展过程.

方程(19)有如下的性质：

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\varphi,E^*\varphi^*)=0,\text{当 }G(\varphi)=0,S\in E_3^*,\tag{21}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\varphi,E^*\varphi^*)<0,\text{当 }G(\varphi)<0,R_{in}\in E_3^*,\tag{22}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\varphi,E^*\varphi^*)>0,\text{当 }G(\varphi)>0,R_{out}\in E_3^*.\tag{23}$$

显然，(21)式的条件决定了相空间 $\varphi\{U_i,\theta,q,p,T\}\in E_3^*$ 中一个广义能量恒定的曲面.并将其记为 $S\in E_3^*$.它将相空间 $\varphi\in E_3^*$ 分成两个子空间，一个子空

间记为 $R_{in}\in E_3^*$,$G(\varphi)<0$;另一个子空间记为 $R_{out}\in E_3^*$,$G(\varphi)>0$.由(22)式知,在子空间 $R_{in}\in E_3^*$ 内,能量$(\varphi,E^*\varphi^*)$总是随时间递减的. 由能量算子$(\varphi,E^*\varphi^*)$的正定性及相空间的完备性表明,在子空间 R_{in} 内存在极小值.同样的分析可知,由条件(23)确定的子空间 $R_{out}\in E_3^*$ 内,广义能量$(\varphi,E^*\varphi^*)$是随时间递增的,且存在极大值 $\max(\varphi,E^*\varphi^*)$.

由于广义能量$(\varphi,E^*\varphi^*)$是正定的,可将其作为 Lyapounov 函数,并用它判断大气动力系统(19)解的稳定性. 关系(22)和(23)及 Lyapounov 稳定性判据表明,恒能量面 S 内的子空间 R_{in} 中的解是渐近稳定的;S 外的子空间 R_{out} 中的解是不稳定的;S 上的解是临界稳定的. 这一事实表明,大气相空间广义能量极小值的稳定解是有实际意义的,在自然界是能观测到的;而广义能量极大值在自然界中是难于观测到的不稳定解,是没有实际意义的. 所以我们在实际大气中所观测到的就是 R_{in} 中广义能量极小值状态.

3.2. 广义能量极值的存在条件和定态;广义能量极小值原理同最小熵产生原理的一致性

下面进一步证明相空间广义能量极值的存在性以及极值存在的条件.为此求方程(19)的形式解,考虑关系(15)—(18)后可得形式解为

$$\frac{1}{2}(\varphi,E^*\varphi^*)|_{t=t}$$
$$=\frac{1}{2}(\varphi_0,E^*\varphi_0^*)+\int_{t_0}^{t}\int_{\Omega}G(U_i,\theta,q)\,\mathrm{d}V\mathrm{d}t,\quad(24)$$

其中泛函数$\frac{1}{2}(\varphi,E^*\varphi^*)|_{t=t}$ 的被积函数

$$\begin{aligned}G(U_i,\theta,q)=&\Big[\Big(-g\delta_{i3}-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_j}\delta_{ij}+f_c\varepsilon_{ij3}U_j\Big)\\&+\frac{\partial}{\partial x_j}\tilde{K}_{mij}\frac{\partial U_i}{\partial x_j}-U_j\frac{\partial U_i}{\partial x_j}\Big]U_i\\&+\Big[-\frac{\theta}{\rho c_p}\Big(\sum_{\alpha=1}^{3}\omega_\alpha\nu_{ab}^\alpha\lambda_{ab}^\alpha+\frac{\partial Q_j^*}{\partial x_j}\Big)\\&+\frac{\partial}{\partial x_j}\tilde{K}_\theta\frac{\partial\theta}{\partial x_j}-U_j\frac{\partial\theta}{\partial x_j}\Big]\theta\\&+\Big[\frac{1}{\rho}\sum_{\alpha=1}^{3}\omega_\alpha\nu_{ab}^\alpha\delta^\alpha m_V\\&+\frac{\partial}{\partial x_j}\tilde{K}_V\frac{\partial q}{\partial x_j}-U_j\frac{\partial q}{\partial x_j}\Big]q.\end{aligned}\quad(25)$$

广义能量$(\varphi,E^*\varphi^*)$有极限的充分条件是其变分等于零,即

$$\delta(\varphi,E^*\varphi^*)=0.\quad(26)$$

从(24)和(25)式可知,广义能量$(\varphi,E^*\varphi^*)$是(U_i,θ,q)的泛函数. 由此可得到变分(26)的 Eular 方程为

$$\begin{aligned}&-g\delta_{i3}-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_j}\delta_{ij}+f_c\varepsilon_{ij3}U_j\\&+\frac{\partial}{\partial x_j}\tilde{K}_{mij}\frac{\partial U_i}{\partial x_j}-U_j\frac{\partial U_i}{\partial x_j}=0,\end{aligned}\quad(27)$$

$$\begin{aligned}&-\frac{\theta}{\rho c_p}\Big(\sum_{\alpha=1}^{3}\omega_\alpha\nu_{ab}^\alpha\lambda_{ab}^\alpha+\frac{\partial Q_j^*}{\partial x_j}\Big)\\&+\frac{\partial}{\partial x_j}\tilde{K}_\theta\frac{\partial\theta}{\partial x_j}-U_j\frac{\partial\theta}{\partial x_j}=0,\end{aligned}\quad(28)$$

$$\frac{1}{\rho}\sum_{\alpha=1}^{3}\omega_\alpha\nu_{ab}^\alpha\delta^\alpha m_V+\frac{\partial}{\partial x_j}\tilde{K}_V\frac{\partial q}{\partial x_j}-U_j\frac{\partial q}{\partial x_j}=0.\quad(29)$$

关系式(27)—(29)就是相空间广义能量存在极值的条件. 在物理上就是指当满足条件(27)—(29)时,对于(U_i,θ,q)的任意变化都能保证条件(26)成立. 为此,可以得出如下大气相空间的广义能量极小值原理:大气相空间存在一个惟一的的广义能量为极小值的稳定解. 且当相空间取广义能量极小值解时,系统达到动量输送平衡(27),热量输送平衡(28)和水汽输送平衡(29).

将广义能量极值条件(27)—(29)代入动力学方程(1)—(3)可知,广义能量极小值状态就是系统的定态. 但要指出的是,这里所定义的定态就是一般动力学文献中所指的'平衡态",为避免同热力学平衡态相混淆并同热力学定义一致,这里仍将其称之为'定态".

如果假定上述系统满足无平流存在,且系统是动力平衡的条件下,则(27)—(29)就成为

$$-\frac{\partial}{\partial x_j}\tau_{ij}=0,\ -\sum_{\alpha=1}^{3}\omega_\alpha\nu_{ab}^\alpha\lambda_{ab}^\alpha-\frac{\partial}{\partial x_j}J_{\theta j}=0,$$
$$\sum_{\alpha=1}^{3}\omega_\alpha\nu_{ab}^\alpha\delta^\alpha m_V-\frac{\partial}{\partial x_j}J_{Vj}=0.\quad(30)$$

同文(Ⅰ)的结果相比较可知,关系(30)所决定的大气动力系统广义能量极小值状态就是大气热力系统最小熵产生态. 所以说动力系统广义能量极小值原理同热力系统最小熵产生原理在物理上是一致的. 这一事实意味着,大气动力系统的广义能量极小值的终态,就是广义能量耗散为极小值的定态. 这就是 Bertalanffy[5] 所指的开放系统稳定状态.

3.3. 广义能量极小值和系统的有序结构

分析广义能量平衡方程(19)指出,对于一个没

有强迫源（或汇）作功，又没有平流输送的净耗散系统，由于能量算子 E 和 T_r 的正定性质，系统的广义能量只可能不断被湍流或分子黏性耗散而趋于零，其终态为能量极小值零的定态．而且被耗散的广义能量达到终态时也趋于零．这些条件用于(24)式，则有

$$\lim_{t\to\infty}(\varphi, E^* \varphi^*) = \min(\varphi, E^* \varphi^*) = (\varphi_0, E^* \varphi_0^*). \tag{31}$$

也就是说，净耗散系统的终态时，系统的广义能量的极小值等于初态的值．对于一个有强迫源（或汇）和平流的一般强迫耗散动力系统，终态时广义能量也达到极小值定态，只不过广义能量极小值不是初态的值，而是

$$\lim_{t\to\infty}\frac{1}{2}(\varphi, E^* \varphi^*) = \min\frac{1}{2}(\varphi, E^* \varphi^*) = \frac{1}{2}(\varphi_0, E^* \varphi_0^*) + \lim_{t\to\infty}\int_{t_0}^{t} G(\varphi)\mathrm{d}t. \tag{32}$$

关系(32)和(20)表明，这时终态的广义能量极小值为初态的广义能量同源（或汇）所作功与平流输送和黏性耗散的广义能量代数和．非平衡态热力学指出，非平衡态的一个定态一般对应于某一个有序结构．这意味着，如果初态表征了某一种有序结构，那么净耗散系统的终态有序结构同初态一样不会发生质的变化；而存在平流和强迫源（或汇）的动力系统的终态就有可能完全不同于初态的有序结构．所以说，平流和源（或汇）的非线性动力过程是一个系统产生新有序结构的本源．

4．讨 论

以大气系统为例，文(Ⅰ)以非平衡态热力学证明了热力学线性区和非线性区普遍成立的最小熵产生原理；本文（文(Ⅱ)）以非线性动力学证明了强迫耗散动力系统的广义能量极小值原理．它们是两种完全独立的方法对大气系统整体属性的研究．前者是从热力学第二定律出发的，而后者却是以热力学第一定律为基础的．但出乎意料，却证明它们在物理上是完全一致的．这种一致性可能隐示了自然界的一个普遍性的规律．热力学第二定律预示一个封闭系总是趋于均匀无序的平衡态；而热力学第二定律和热力学第一定律结合起来却预示着，一个强迫耗散的开放系经过足够长的时间总是趋于一种不可逆过程最弱，系统广义能量最小的有序定态．

至于复杂系统如何从无序的平衡态，或从一种有序结构状态发展到另一种有序结构状态，中间可能经历非常复杂的非线性过程．包括对系统的扰动和系统的失稳，混沌以及分叉和重组织等等．分析复杂系统发展的这些中间细节，还必须依靠非线性热力学系统稳定性理论[6]和非线性动力学稳定性分析理论[2,7]才有可能．

[1] Gell-Mann M 1994 *The Quark and the Jaquar*, *Adventures in the Simple and the Complex* (New York：W. H Freeman and Company) chapter 15

[2] Chou J F 1990 *Breakthrough of the Atmospheric Dynamics* (Lanzou：Lanzou University Press) Chapter 4 (in Chinese) [丑纪范著 1990 大气动力学的新进展（兰州：兰州大学出版社）第四章]

[3] She Q X and Li Z Y 1999 *Introduction to reaction diffuse equation* (Beijing：Science Press) Chapter 3 (in Chinese) [叶其孝、李正元著 1999 反应扩散方程引论（北京：科学出版社）第三章]

[4] Hu Y Q 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1379 (in Chinese) [胡隐樵 2003 物理学报 **52** 1379]

[5] von Bertalanffy L 1950 *Sciences* **111** 23

[6] Hu Y Q 2002 *Progress in Natural Sciences* **12** 108

[7] Zhu B Z, Jin F F, Liu Z Y *et al* 1991 *Generality of Dynamics of Atmosphere and Ocean* (Beijing：Ocean Press) Chapter 9 (in Chinese) [朱抱真、金飞飞、刘征宇 等著 1991 大气和海洋的非线性动力学概论（北京：海洋出版社）第9章]

Ordered structure and system development of the force dissipation system（Ⅱ），Minimal value principle of generalized energy and system development*

Hu Yin-Qiao

（*Cold and Arid Regions Environment and Engineering Institute*，*Chinese Academy of Sciences*，*Lanzhou*　730000，*China*）

（*State Key Laboratory of Atmospheric Boundary Layer Physics and Atmospheric Chemistry*，*Beijing*　100029，*China*）

（Received 2 September 2002；revised manuscript received 18 November 2002）

Abstract

The minimal value principle of the generalized energy is demonstrated using the atmosphere nonlinear dynamics. It is demonstrated more theoretically that the minimal value principle is coincident to the principle of least entropy production in the non-equilibrium thermodynamics of atmosphere. The minimal value principle shows that the generalized energy at the final state of a force dissipation dynamic system reaches a minimal value. However，the principle of least entropy production shows that the irreversible process inside a system is weakest at the final state of an open system far from the thermodynamic equilibrium state. Furthermore，the final state in which the generalized energy of the system reaches the minimal value and the entropy production of the system reaches the minimum value is generally a stable stationary state. It is corresponding to a certain systemic ordered structure. This means that it is an ordered stationary state of" low consumption but high effect ". In the atmosphere，as a typical complex system in nature，the principle of least entropy production and the minimal energy value principle imply a universal principle for complex systems，which always tend to the ordered stationary state of" low consumption but high effect ".

Keywords：force dissipation system，energy extremum principle，ordered structure，dynamic system

PACC：0420M，0547，0570L，8670G

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China（Grant Nos. 49835010 and 40233035）.