

Duffing-van der Pol 振子随机分岔的全局分析*

徐 伟¹⁾ 贺 群^{1,2)} 戎海武³⁾ 方 同⁴⁾

¹⁾ 西北工业大学应用数学系, 西安 710072)

²⁾ 武警工程学院应用数学系, 西安 710086)

³⁾ 佛山科技学院应用数学系, 佛山 528000)

⁴⁾ 西北工业大学振动工程研究所, 西安 710072)

(2002 年 9 月 20 日收到, 2002 年 11 月 18 日收到修改稿)

应用广义胞映射方法研究了参激和外激共同作用的 Duffing-van der Pol 振子的随机分岔. 以系统参数通过某一临界值时, 如果系统的随机吸引子或随机鞍的形态发生突然变化, 则认为系统发生随机分岔为定义, 分析了参激强度和外界强度的变化对于随机分岔的影响. 揭示了随机分岔的发生主要是由于系统的随机吸引子与系统的随机鞍碰撞产生的. 分析表明, 广义胞映射方法是分析随机分岔的有力工具, 这种全局分析方法可以清晰地给出随机分岔的发生和发展.

关键词: 随机分岔, 全局分析, 广义胞映射方法, 随机吸引子, 随机鞍

PACC: 0547, 0545

1. 引 言

由于随机噪声干扰在实际系统中总是存在的, 考虑随机噪声的影响, 特别是对分岔现象的影响成为人们关心的主题之一. 随机分岔的研究尚处于起步阶段, 如何给出随机分岔的合理定义是研究的核心问题之一. 目前的定义主要分为两大类, 一类是基于系统的稳态概率密度形状, 随参数的变化突然发生变化给出的定义, 例如从单峰突然变为双峰, 这类定义称为 P 分岔^[1]; 另一类是基于系统的最大 Lyapunov 指数随参数的符号变化给出的定义, 这类定义称为 D 分岔^[1]. 研究表明, 这两类定义给出的结果并不完全相同. Baxendale^[2]给出了一个例子, 当 Lyapunov 指数符号发生变化时, 系统的稳态概率密度形状不依赖分岔参数; 另一方面, Crauel 和 Flandoli^[3]展示了一个相反的例子, 当系统的稳态概率密度由单峰变为双峰时, 系统的 Lyapunov 指数符号不发生变化. 究竟如何选择合适的定义展示随机系统的拓扑性质的变化, 如何确切的描述随机分岔的发生, 这是目前研究的焦点. 此外, Meunier^[4], Arnold^[1]研究表明, 对于一类系统, 稳态概率密度的形状变化与随机干扰的变化联系并不密切. 这种基于稳态概率密度

形状变化的定义, 有时很难说明系统的拓扑性质, 在噪声干扰下是否发生了真正意义上的变化. 而对于 Lyapunov 指数的精确计算仍是一个困难的问题, 目前虽然有一些算法, 例如 Wolf^[5], 但精度并不理想, 这直接影响到最大 Lyapunov 指数是否为零的判断. 这两类定义, 均要求系统具有遍历性, 而许多系统不满足这一要求, 仅能进行局部分析. 目前的文献, 主要以平均方法进行讨论, 通过平均方程的研究, 得出原系统的有关结论, 但对于许多系统, 特别是一类非自治系统, 平均方程与原系统的等价性无法保证, 这时得出的关于平均方程的有关结论多少能反映原系统的性态, 让人产生怀疑. 此外, 一般的数值计算, 采用的是点映射方法, 总要进行人为的有限步截断, 这在许多讨论中, 使得我们对于何时达到稳态产生异议, 多少步可以认为是达到了最终的稳态, 这对于稳态概率密度的讨论, 对于随机跃迁的讨论至关重要.

综上所述, 对于随机分岔的讨论, 仍然存在许多困难和问题, 既要表征系统轨线的拓扑性质, 又能体现系统的随机特性, 确实很困难. 我们认为随机分岔定义的关键是如何表征随机系统的拓扑性质, 找到随机系统的合适的相对不变量. 本文提出以系统的随机吸引子(包括随机鞍)的形态(包括大小、尺寸、周期等)的突然变化表征随机系统的拓扑性质变化,

* 国家自然科学基金(批准号: 10072049)资助的课题.

用来描述随机系统的分岔.

Duffing-van der Pol 振子是一个重要的模型,许多现象经过简化和模型化后可以用这一模型描述.对于确定情形分岔的研究,目前已有不少成熟的结果. Holmes 和 Rand^[6], Guckenheimer 和 Holmes^[7]针对这一模型,讨论了 Pitchfork 分岔和 Hopf 分岔,给出了全局分析和局部分析.对于噪声激励的 Duffing-van der Pol 振子的研究,目前已有一些成果,主要是利用随机平均法,随机规范形方法,在 P 分岔和 D 分岔的定义下,讨论随机分岔的局部分析,这些结果参见 Namachchivaya^[8] Arnold^[11]等, Schenk-Hoppe^[9]等人的工作.

2. 广义胞映射图论方法

胞映射的基本思想是把动力系统的状态空间离散化为大量状态胞的集合,用胞映射来描述原系统的动力学行为. Hsu 提出两类胞映射方法,一种称为简单胞映射(SCM),一种称为广义胞映射(GCM).广义胞映射与简单胞映射相比,每个胞可以具有多个象胞.广义胞映射方法将原动力系统对应于一个胞映射动力系统.对于一个胞映射动力系统的分析方法可分为两个发展阶段,在早期的分析过程中, Hsu 将胞映射动力系统等价于一个有限时齐的马尔可夫链.采用马尔可夫链的分析方法对相应的胞映射动力系统进行分析,这种分析方法可以计算出相应动力系统的吸引子和吸引域,边界集合,确定吸引子的极限概率分布,以及奇怪吸引子的空间概率特征.所以广义胞映射是研究随机动力系统自然而有力的工具. Guder 和 Kreuzer^[10]证明在一定条件下,胞映射的吸引子、吸引域和边界收敛于原动力系统的吸引子、吸引域和边界.

从 1995 年开始, Hsu^[11]在以前的分析方法的基础上,借助于图论方法,对胞映射动力系统的分析方法进一步发展.突出对系统的拓扑特性的分析.对于胞映射系统,将每个胞对应于一个有向图的一个顶点,如果两个胞之间存在一步可达关系,则相应的顶点之间存在一条有向边.因而胞映射动力系统就完全等价于一个有向图.进而,对一个胞映射动力系统的分析就变为对一个有向图的分析.在对有向图进行分析时,可以得到图的强连通子图,强连通子图是指有向图顶点集的一个子集合,该子集中的任何两个顶点相互可达.强连通子图对应的是相应动

力系统的稳定和不稳定解集,即系统的吸引子和鞍,而不稳定解集(鞍)是其他方法不易得到的.当有向图的某一顶点不属于强连通子图时,则其对应的胞称为瞬态胞.如果一个瞬态胞可以达到某一永久自循环胞(闭的强连通子图)时,则称这个永久自循环胞为这个瞬胞的一个驻处,一个瞬态胞可以有多个驻处,按照瞬态胞所具有的驻处的数目,瞬胞被分为单驻处瞬态胞和多驻处瞬态胞,仅具有一个驻处的瞬态胞称为单驻处瞬态胞,具有多于一个驻处的瞬态胞称为多驻处瞬态胞,单驻处瞬态胞对应于吸引子的吸引域,多驻处瞬态胞对应于吸引域的边界.在 Hsu^[11]的论文中,详细讨论了广义胞映射,有向图和偏序集的拓扑对应,给出了实现的算法和步骤.

基于 Hsu^[11]的工作, Xu 和 Hong 提出了广义胞映射图方法的新版本,采用 warshall 算法.并将这一方法成功地用于激变的研究^[12-16].本文的算法仍采用文献[11]第 9 章所提的算法.此外, Tongue 和 Gu^[17]提出插值胞映射(ICM), Guder 和 Kreuzer^[10]提出 GCM 的自适应方法和自适应细化方法. Sun^[18, 19]发表系列论文,基于短时高斯逼近研究了非线性随机系统的动力学行为,但未涉及随机分岔及不稳定解的研究.相关的研究见文献 20—25].

3. 参激和外激共同作用下的 Duffing-van der Pol 振子的随机分岔

考虑如下参激和外激共同作用下的 Duffing-van der Pol 系统:

$$\ddot{x} - \dot{x} + x + x^3 + x^2 \dot{x} = \sigma_1 \xi_1(t)x + \sigma_2 \xi_2(t), \quad (1)$$

式中 ξ_1, ξ_2 是两个正态白噪声过程, σ_1, σ_2 为噪声的强度系数.取感兴趣的区域为

$$D = \{-2 \leq x \leq 2, -2 \leq \dot{x} \leq 2\},$$

在这一区域内的状态胞为正规胞,区域以外的所有胞看作一个胞,称为陷胞.把区域分为 $200 \times 200 + 1$ 个正规胞.对于每个胞,取 15×15 个均匀分布的内点.对于每个内点产生 50 个随机样本,运用 6 阶龙格-库塔方法从该内点出发积分,求每个点所映射到的胞,从而在庞加莱截面上确定每个胞的象胞,则对每个胞有 $15 \times 15 \times 50 = 11250$ 个轨线出发来确定其象胞.噪声的生成参见文献[26].当 $\sigma_1 = 0.0, \sigma_2 = 0.0$ 时,即不存在激励时,由图 1 可见,除去陷胞的影响,系统(1)有两个永久自循环胞集(吸引子);一个瞬态自循环胞集(鞍);两个单驻处瞬胞集(吸引

域)和一个多驻处瞬胞集(边界).

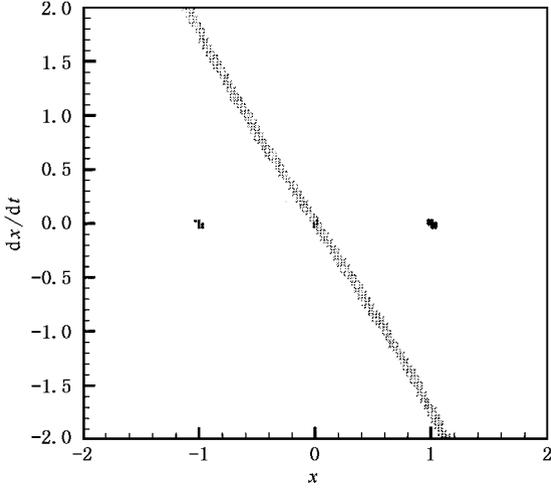


图1 系统在 $\sigma_1 = 0.0, \sigma_2 = 0.0$ 时的吸引子、吸引域和鞍 图1至图12中,吸引子 I 的标记符号为 \bullet ; 它的吸引域标记为空白; 吸引子 II 的标记符号为 \blacksquare ; 它的吸引域标记为空白; 鞍的标记符号为 \blacktriangle ; 吸引域的边界用符号 \circ 表示

考虑参数 σ_1, σ_2 的变化产生的随机分岔现象, 讨论系统随机分岔的生成和演化, 图2给出了 $\sigma_1-\sigma_2$ 平面上随机分岔区域.

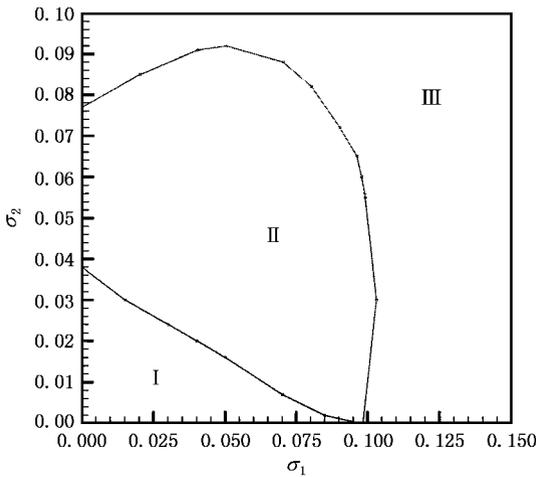


图2 $\sigma_1-\sigma_2$ 平面上的随机分岔区域

计算表明, 当参数 σ_1, σ_2 变化, 在一定的参数范围内存在两次随机分岔. 在区域 I, 系统存在两个随机吸引子, 一个随机鞍, 两个随机吸引域和一个边界. 在区域 II, 存在一个随机吸引子, 一个随机鞍, 一个随机吸引域. 区域 I 和区域 II 的交界形成第一次随机分岔曲线. 在区域 III, 存在一个随机吸引子, 一个随机吸引域. 区域 II 和区域 III 的交界形成第二次

分岔曲线. 下面分三种情况展开详细讨论. 下述的讨论, 为简单起见, 简称随机吸引子, 随机鞍, 随机吸引域为吸引子, 鞍, 吸引域.

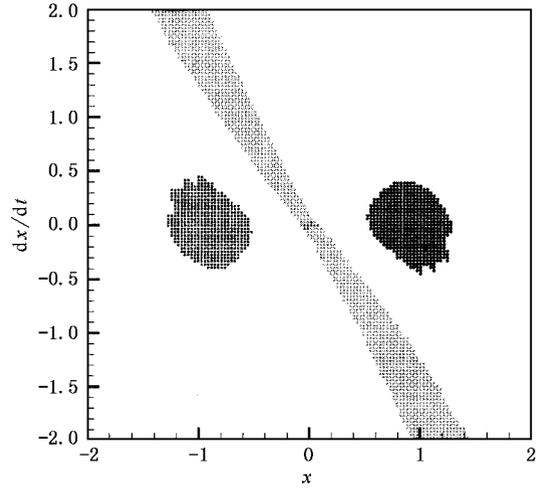


图3 系统在 $\sigma_1 = 0.070, \sigma_2 = 0.000$ 时的吸引子、吸引域和鞍

3.1. $\sigma_1 \neq 0.0, \sigma_2 = 0.0$ 时随机分岔的全局分析

考虑仅存在参激时, σ_1 的变化对随机系统全局特性产生的影响. 随着系统参数 σ_1 的增大, 吸引子及其吸引域的边界上的鞍变大, 图3给出当 $\sigma_1 = 0.070$ 时的全局图. 随着系统参数 σ_1 的逐渐增大, 其中的一个吸引子逐渐伸向边界上的鞍, 见图4 ($\sigma_1 = 0.097$), 这时吸引子的指端即将接触边界上的鞍点. 当随机参数 σ_1 从 0.097 变到 0.098 时, 这个吸引子与在吸引域边界上的鞍发生碰撞, 导致这个吸引子连同它的吸引域突然消失, 在相空间原吸引子的位

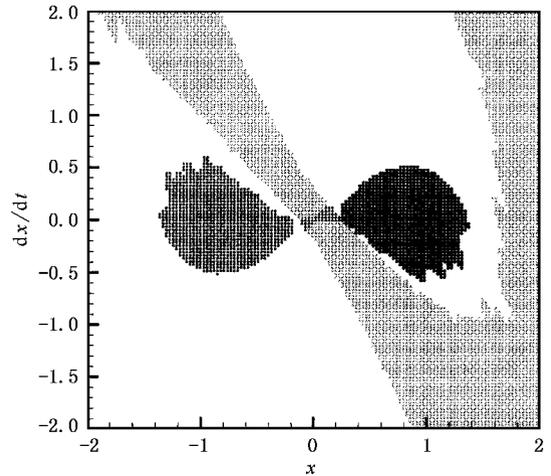


图4 系统在 $\sigma_1 = 0.097, \sigma_2 = 0.000$ 时的吸引子、吸引域和鞍

置留下一个鞍,见图 5 ($\sigma_1 = 0.098$),此时,在我们关心的区域,仅有一个吸引子,也就是说,当系统参数 σ_1 从 0.097 变到 0.098 时,系统发生首次随机分岔,吸引子的数目由两个变为一个,吸引子的形状发生了突然变化,其中的一个吸引子变为鞍,即稳定集变为不稳定集.

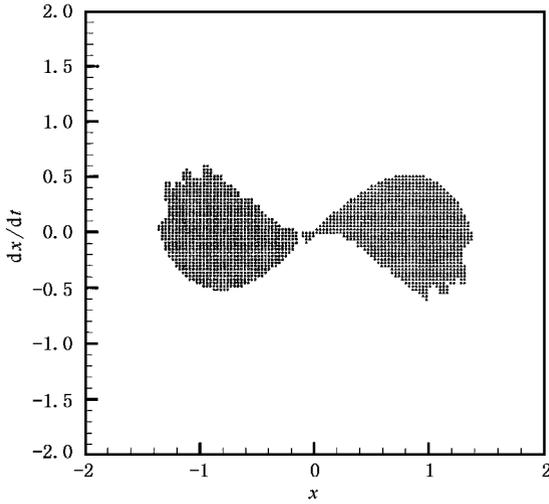


图 5 系统在 $\sigma_1 = 0.098$ $\sigma_2 = 0.000$ 时的吸引子、吸引域和鞍

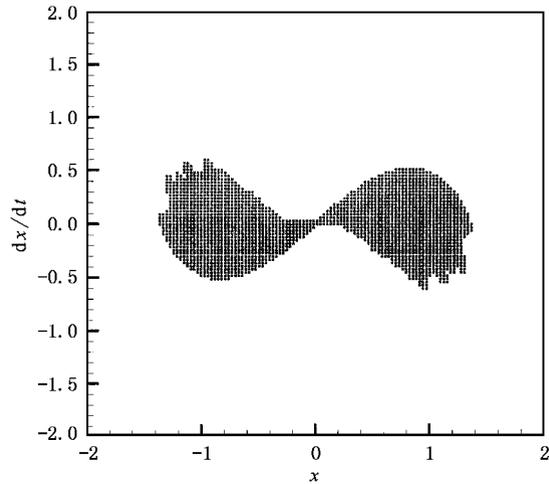


图 6 系统在 $\sigma_1 = 0.099$ $\sigma_2 = 0.000$ 时的吸引子、吸引域

随着激励参数 σ_1 的进一步增大,鞍逐渐变大,并向另一个吸引子伸展,当激励参数 σ_1 由 0.098 变到 0.099 时,这个吸引子与鞍相碰撞,合而为一,突然形成一个大的吸引子,见图 6 ($\sigma_1 = 0.099$),即吸引子的形状突然发生变化,我们认为发生了随机分岔,此时,鞍变为吸引子,即不稳定集变为稳定集.表 1 给出了随参数 σ_1 变化,吸引子、吸引域、鞍的胞的变化情况.

表 1 随参数 σ_1 的变化吸引子、吸引域和鞍的胞数目的变化 ($\sigma_2 = 0$)

参数 σ_1	吸引子 I	吸引域 I	吸引子 II	吸引域 II	鞍
0.000	25	16347	12	22990	2
0.010	30	16133	31	22910	4
0.020	70	15943	60	22752	5
0.070	507	14559	503	21630	8
0.080	637	14116	641	21630	9
0.090	800	13383	788	20883	15
0.097	940	11314	921	7598	40
0.098	961	38021	0.0	0.0	1018
0.099	2012	37988	0.0	0.0	0.0

3.2. $\sigma_1 = 0.0$ $\sigma_2 \neq 0.0$ 时随机分岔的全局分析

考虑仅存在外激时, σ_2 的变化对随机系统全局特性产生的影响.随着参数 σ_2 的增大,吸引子及其吸引域的边界上的鞍变大,图 7 给出当 $\sigma_2 = 0.034$ 时的全局图.随着参数 σ_2 的逐渐增大,其中的一个吸引子逐渐伸向边界上的鞍.当参数 σ_2 从 0.034 变到 0.035 时,这个吸引子与在吸引域边界上的鞍发生碰撞,导致这个吸引子连同它的吸引域突然消失,在相空间原吸引子的位置留下一个鞍,见图 8 ($\sigma_2 = 0.035$),此时,在我们关心的区域,仅有一个吸引子,也就是说,当系统随机参数 σ_2 从 0.034 变到 0.035 时,系统发生首次随机分岔,吸引子的数目由两个变为一个,吸引子的形状发生了突然变化,其中的一个吸引子变为鞍,即稳定集变为不稳定集.

随着随机激励参数 σ_2 的进一步增大,鞍逐渐变大,并向另一个吸引子伸展,当参数 σ_2 由 0.075 变到 0.076 时,这个吸引子与鞍相碰撞,合而为一,突然形成一个大的吸引子,见图 9 ($\sigma_2 = 0.075$),图 10

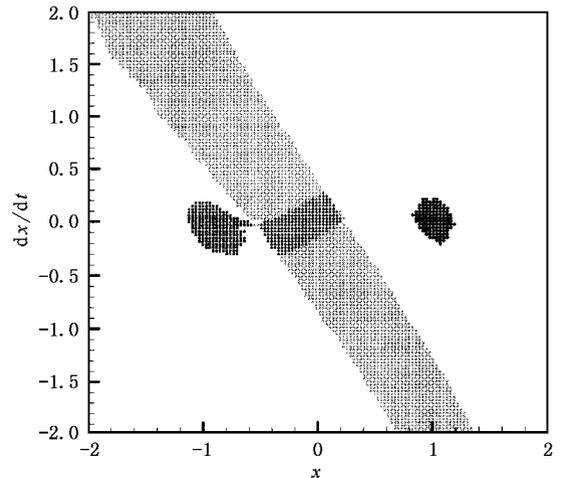
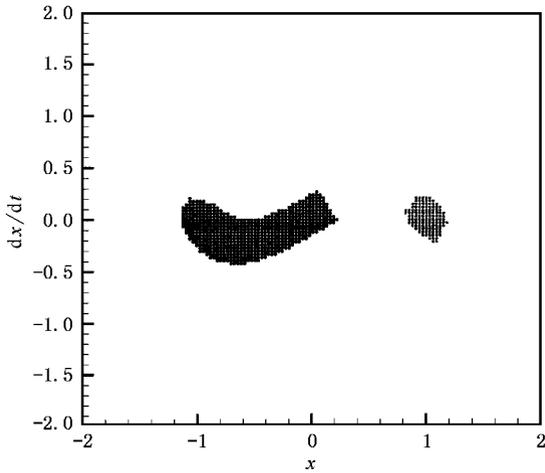


图 7 系统在 $\sigma_1 = 0.000$ $\sigma_2 = 0.034$ 时的吸引子、吸引域和鞍

图 8 系统在 $\sigma_1 = 0.000$ $\sigma_2 = 0.035$ 时的吸引子、吸引域和鞍

($\sigma_2 = 0.076$) ,即吸引子的形状突然发生变化 ,此时 ,鞍变为吸引子 ,即不稳定集变为稳定集 .

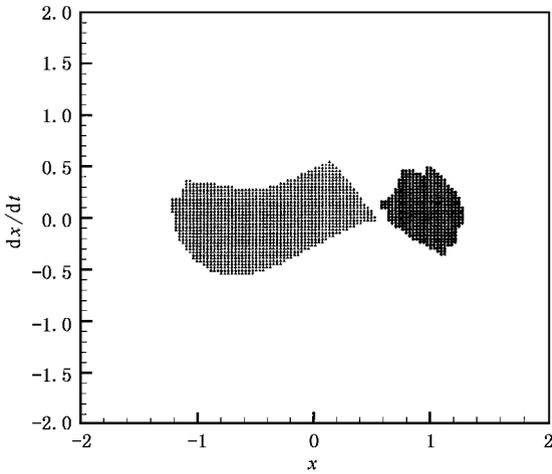
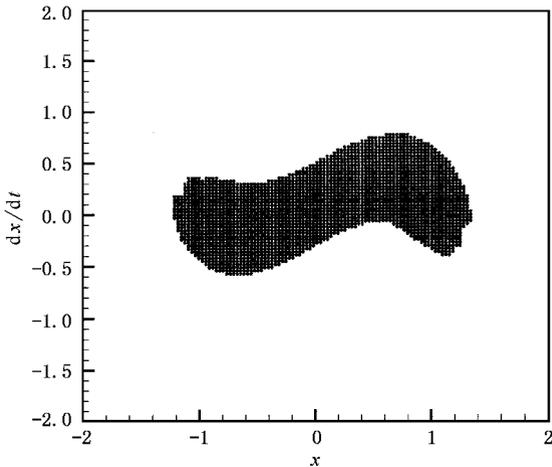
图 9 系统在 $\sigma_1 = 0.000$ $\sigma_2 = 0.075$ 时的吸引子、吸引域和鞍图 10 系统在 $\sigma_1 = 0.000$ $\sigma_2 = 0.076$ 时的吸引子、吸引域

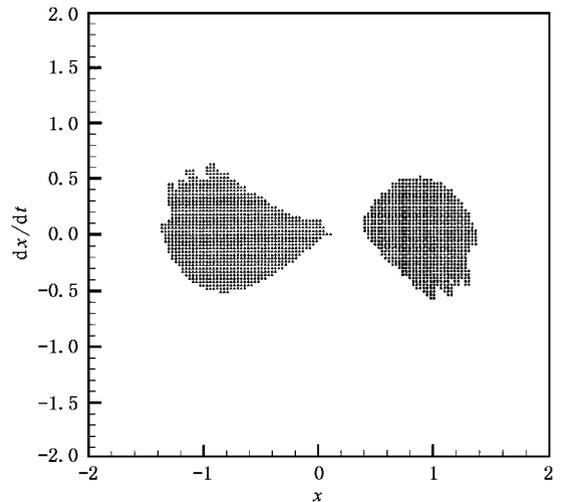
表 2 给出了随参数 σ_2 变化 吸引子 吸引域 鞍 的胞的变化情况 .

表 2 随参数 σ_2 的变化吸引子、吸引域和鞍的胞数目的变化($\sigma_1 = 0$)

参数 σ_2	吸引子 I	吸引域 I	吸引子 II	吸引域 II	鞍
0.033	80	12579	108	21875	239
0.034	105	11566	117	21841	253
0.035	122	39257	0	0	621
0.036	125	39237	0	0	638
0.037	130	39213	0	0	657
0.075	434	38230	0	0	1336
0.076	2384	37616	0	0	0
0.077	2423	37577	0	0	0
0.078	2457	37543	0	0	0

3.3. $\sigma_1 \neq 0.0$, $\sigma_2 \neq 0.0$ 时随机分岔的全局分析

考虑参激和外激共同存在时 , σ_1 , σ_2 的变化对随机系统全局特性产生的影响 . 计算表明 , 当参数 σ_1 , σ_2 均不为零时 , 类似上述的讨论 , 在一定的参数范围内存在两次随机分岔 . 但情况更为复杂一些 , 参激和外激的交互作用 , 可能使部分稳定集变为不稳定集 . 随着参数的增加 , 又可能使不稳定集变为稳定集 . 例如 , 在分岔图图 2 上取定 $\sigma_1 = 0.099$, 由图 6 可知 在 $\sigma_1 = 0.099$, $\sigma_2 = 0.000$ 时 , 存在一个吸引子 , 一个吸引域 . 考虑参数 σ_2 的变化带来的影响 , 随着参数 σ_2 的增加 , 从吸引子中分离出一部分变为鞍 ,

图 11 系统在 $\sigma_1 = 0.099$ $\sigma_2 = 0.010$ 时的吸引子、吸引域和鞍

部分稳定集变为不稳定集,这时一个吸引子,一个吸引域变为一个吸引子,一个吸引域和一个鞍.噪声起着使系统不稳定的作用,图 11 给出在 $\sigma_1 = 0.099, \sigma_2 = 0.010$ 时的情况.随着参数 σ_2 的进一步增加,当参数 σ_2 由 0.056 变到 0.057 时,这个吸引子与鞍相碰撞,合而为一,突然形成一个大的吸引子,见图 12 ($\sigma_1 = 0.099, \sigma_2 = 0.056$),图 13 ($\sigma_1 = 0.099, \sigma_2 = 0.057$) 这时部分不稳定集再次变为稳定集,又从一个吸引子,一个吸引域和一个鞍变为一个吸引子,一个吸引域,噪声起着使系统稳定的作用.表 3 给出了随参数 σ_2 变化,吸引子,吸引域,鞍的胞的变化情况.

表 3 随参数 σ_2 的变化吸引子、吸引域和鞍的胞数目的变化 ($\sigma_1 = 0.099$)

(σ_1, σ_2)	吸引子 I	吸引域 I	吸引子 II	吸引域 II	鞍
(0.099, 0.000)	2012	37988	0	0	0
(0.099, 0.010)	804	38081	0	0	1115
(0.099, 0.046)	844	37520	0	0	1636
(0.099, 0.047)	849	37502	0	0	1649
(0.099, 0.053)	877	37380	0	0	1743
(0.099, 0.055)	899	37324	0	0	1777
(0.099, 0.056)	910	37293	0	0	1797
(0.099, 0.057)	2913	37087	0	0	0
(0.099, 0.058)	2943	37057	0	0	0

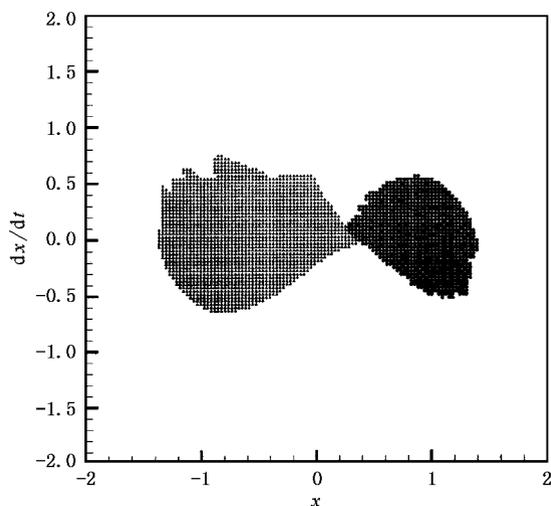


图 12 系统在 $\sigma_1 = 0.099, \sigma_2 = 0.056$ 时的吸引子、吸引域和鞍

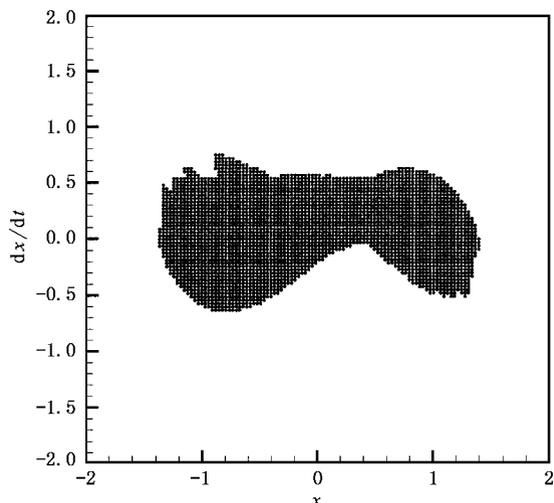


图 13 系统在 $\sigma_1 = 0.099, \sigma_2 = 0.057$ 时的吸引子、吸引域

4. 结 论

本文引入了新的随机分岔的定义,以系统的随机吸引子(包括随机鞍)的形态(包括大小、尺寸、周期等)的突然变化表征随机系统的拓扑性质变化,用来描述随机系统的分岔.证实了对于参激和外激共同作用下的 Duffing-van der Pol 系统,随机分岔主要是由于吸引子与鞍相碰撞产生的.当参数通过临界值时,这个吸引子连同它的吸引域突然消失,在原来这个吸引子的位置上留下了一个鞍,这个稳定集变为不稳定集.当随机激励参数进一步增大,通过另一个临界值时,另一个吸引子与这个鞍碰撞,鞍突然消失,这个吸引子突然变大,不稳定集变为稳定集.系统存在着两次随机分岔,图 2 给出了 σ_1 - σ_2 平面上随机分岔的全局分析图.由于参激和外激交互作用,随机分岔也可能是由于当参数通过临界值时,吸引子突然分离出鞍产生的.例如,在 $\sigma_1 = 0.099, \sigma_2 = 0.000$ 时,系统仅存在一个吸引子,一个吸引域,如果参数 σ_2 增加一个微小量,即 σ_2 变得不为零,则会突然从吸引子中分离出一部分变为鞍.

- [1] Arnold L 1998 *Random Dynamical Systems* (Berlin ,Berlin Heidelberg New York Springer)
- [2] Baxendale P 1986 In K. Ito and T. Hida ,editors *Stochastic processes and their applications* 1203 of *LN in Mathematics* ,1 .
- [3] Crauel H and Flandoli F 1998 *Journal of Dynamics and Differential Equations* **10** 259
- [4] Meunier C and Verga A D 1988 *Journal of Statistical Physics* **50** 345
- [5] Wolf A , Swift J B , Swinney H L , Vastano J A 1985 *Physica D* **16** 285
- [6] Holmes P and Rand D 1980 *International Journal of Non-linear Mechanics* **15** 449
- [7] Guckenheimer J and Holmes P 1983 *Nonlinear Oscillation Dynamical Systems and Bifurcation of Vector Fields* (Berlin Springer-Verlag)
- [8] Namachchivaya N S 1990 *Applied Mathematics and Computation* **38** 101
- [9] Schenk-Hoppe K R 1996 *Nonlinear Dynamics* **11** 255
- [10] Guder R and Kreuzer E 1997 *International Journal of Bifurcation and Chaos* . **7** 2487
- [11] Hsu C S 1995 *International Journal of Bifurcation and Chaos* . **5** 1085
- [12] Xu J X and Hong L 1999 *Acta Mechanica Sinica* **31** 724 (in Chinese)
- [徐键学、洪 灵 1999 力学学报 **31** 724]
- [13] Hong L and Xu J X 1999 *Phys. Lett. A* **262** 361
- [14] Hong L and Xu J X 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1228 (in Chinese) [洪灵、徐键学 2000 物理学报 **49** 1228]
- [15] Hong L and Xu J X 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 612 (in Chinese) [洪灵、徐键学 2001 物理学报 **50** 612]
- [16] Hong L and Xu J X 2002 *Acta Mechanica Sinica* **34** 136 (in Chinese) [洪 灵、徐键学 2002 力学学报 **49** 1228]
- [17] Tongue B H and Gu K O 1988 *Journal of Sound and Vibration* **125** 169
- [18] Sun J Q and Hsu C S 1990 *Journal of applied mechanics* **57** 1018
- [19] Sun J Q 1995 *Journal of Sound and Vibration* **180** 785
- [20] To C W and Li D M 1999 *Journal of Sound and Vibration* **219** 359
- [21] Leung H K 1998 *Physical A* **254** 146
- [22] He D H and Xu J X 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 833 (in Chinese) [何岱海、徐键学 2000 物理学报 **49** 833]
- [23] Huang Xiangao and Xu J X 2001 *Chin. Phys.* **10** 1113
- [24] Li Z and Han C S 2002 *Chin. Phys.* **11** 9
- [25] Lou X Z 2001 *Chin. Phys.* **10** 17
- [26] Zhu W Q ,Li M Q and Wu Q T 1993 *Journal of Sound and Vibration* **165** 285

Global analysis of stochastic bifurcation in a Duffing-van der Pol system *

Xu Wei¹⁾ He Qun¹⁾²⁾ Rong Hai-Wu³⁾ Fang Tong⁴⁾

¹⁾ Department of Applied Mathematics , Northwestern Polytechnical University , Xi 'an 710072 , China)

²⁾ Department of Applied Mathematics , Engineering College of Armed Police Force , Xi 'an 710086 , China)

³⁾ Department of Applied Mathematics , Foshan Institute of Science and Technology , Foshan 528000 , China)

⁴⁾ Institute of Vibrational Engineering , Northwestern Polytechnical University , Xi 'an 710072 , China)

(Received 20 September 2002 ; revised manuscript received 18 November 2002)

Abstract

Stochastic bifurcation of the Duffing-van der Pol oscillators under both additive and multiplicative random excitations is studied in detail by the generalized cell mapping method using digraph. As an alternative definition , stochastic bifurcation may be defined as a sudden change in character of a stochastic attractor when the bifurcation parameter of the system passes through a critical value. It is found that under certain conditions stochastic bifurcation mostly occurs when a stochastic attractor collides with a stochastic saddle. Our study reveals that the generalized cell mapping method with digraph is also a powerful tool for global analysis of stochastic bifurcation. By this global analysis , the mechanism of development , occurrence and evolution of a stochastic bifurcation can be explored clearly and vividly .

Keywords : stochastic bifurcation , global analysis , generalized cell mapping , stochastic attractor , stochastic saddle

PACC : 0547 , 0545

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10072049) .