第 52 卷 第 6 期 2003 年 6 月
1000-3290/2003/52(06)/1554-07

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.52, No.6, June, 2003

细胞骨架微管中水的电偶极集体辐射

陈 莹 邱锡钧

(上海大学理学院物理系，上海 200436)

(2002 年 9 月 4 日收到；2002 年 10 月 20 日收到修改稿)

微管是细胞骨架中的重要组成部分和功能组件，其中充满了液体水. 采用量子场论方法，对细胞骨架微管中水分子的电偶极子与电磁辐射场的相互作用进行了探讨，研究水分子系统的电偶极子集体电磁辐射的特性. 此外，还讨论了微管中水分子系统与其周围热库的耦合.

关键词：微管，水，电偶极子，电磁辐射，集体辐射，热库

PACC：9460S，8670E，8750B，4210M

1. 引 言

微管是细胞骨架中的重要组成成分，在神经细胞内含量丰富，是细胞组织和信息处理的中心[1]，调节和控制细胞活动，同时维持细胞结构的稳定性及向靶细胞器提供运输通道. 从 x 射线晶体衍射实验[2]得知微管外径约为 25nm，内径约为 14nm. 微管是微管蛋白(tubulin)的聚合物，微管蛋白占微管总蛋白的 80%. 所有微管壁均由 α 及 β 微管蛋白组成. 正常时 α 及 β 微管蛋白以 $\alpha\beta$ 二聚体形式存在(长度约为 8nm)并以头尾相连的方式聚合而组成原丝纤维(protofilament). 微管就是由 13 根这样的微管蛋白原丝纤维螺旋盘绕而成的中空桶状管，而在中空体积内充满了液体水. 近年来已开始有理论物理学家从现代理论物理学的观点研究生物水中的水分子的相互作用及其效应，例如文献[3—5].

Jibu 等人[5]提出，在微管中，水分子及其量子化的电磁场组成量子动力学系统. 这个系统表现出一种特别的集体动力学行为，即超辐射. 在他们的理论框架中，假设水分子是两能级系统，由于大量水分子与电磁场的相互作用，微管中的非相干的，与热有关的和无序的分子运动，可以转化为有序的集体运动，即水分子激发态同步发射相干光子. 而且，这样的由超辐射创造的相干光子存在自感应透明性，可以很好地沿着微管的纵向传播. 但在他们的理论推导过程中采用了经典近似，如文献[5]的(17，18)式是非线性耦合的微分方程组，式中，S 和 $S^{\pm}$ 本是非对易算符，所以方程组不容易求解. 为使问题简化，Jibu 等把它们取为可对易的经典动力学变量. 另外，自发对称破缺对该文的理论分析和结论的导出具有基本性的意义，因为由此可自然产生长程有序的动力学现象. 但作者对系统为何是自发对称破缺的，缺乏明晰的阐述，有关论述不充分.

Giudice 等[6]基于 Feyman 路径积分方法，用量子场论方法对水中水分子的电偶极子与电磁辐射场的相互作用作了很有意义的理论研究. 本文将采用 Giudice 等处理水分子与电磁场耦合的理论方法，讨论微管中水分子与量子化的电磁场的相互作用，即从现代理论物理学的角度研究微管中水分子的电偶极子集体辐射的特性. 与此相关，本文还将讨论热库对系统产生的效应. 本文第二节给出系统的拉氏函数及欧拉-拉格朗日运动方程，在水分子作为刚性转子和两能级近似下，对动力学问题的求解. 第三节讨论水分子系统与热库的耦合，给出热库对系统的某些效应.

2. 微管中的水与电磁场的相互作用

2.1. 系统的拉氏函数及欧拉-拉格朗日运动方程

微管是由 13 根微管蛋白原纤维螺旋盘绕而成的中空桶状管，直径约 20—26nm，长度约为十几个纳米到微米级，甚至在大的动物的神经轴突里可达到几米. 为了简化其物理表示，我们把微管看作中空的，直径为 r_{MT}，长度为 l_{MT}，体积为 V 的管. 这里取 $r_{\mathrm{MT}}\approx 12\mathrm{nm}$，$l_{\mathrm{MT}}\approx 10^2-10^3\,\mathrm{nm}$，限定的量子动力学系统在微管的中空区域 V.

在微管的中空区域 V,几乎充满了水分子,当然也存在着分布相对稀少的其他分子.但实际上,微管中有其他分子时,微管的体积 V 中水密度几乎保持不变.因此,我们可以确定微管的体积 V 中水分子的数目为 N.水分子是非线性对称三原子分子,这里把水分子处理为刚性转子,具有电偶级矩 $\boldsymbol{\mu}=2ed_e$,其中 $d_e\approx0.02\mathrm{nm}$,和三个转动惯量[7]

$$I_a = m_O r_O{}^2 + 2m_H(r_H\cos\theta)^2,$$
$$I_b = 2m_H(r_H\sin\theta)^2,\ I_c = m_O r_O{}^2 + 2m_H r_H^2, \quad (1)$$

其中 $r_O=0.00647\mathrm{nm}$, $r_H=0.0898\mathrm{nm}$, $\theta=57.1°$, m_O 是氧原子的质量, m_H 是氢原子的质量.

我们把水分子处理为刚性转子,同时考虑水分子的转运运动及水分子电偶极子与电磁场的耦合.在偶极近似下,我们可以确定系统的总哈密顿量为

$$H = \sum_{j=1}^{N} H_j + H_{\mathrm{e.m}}, \quad (2a)$$

$$H_j = \frac{\hbar^2}{2I}L_j^2 - \boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{\mu}_j, \quad (2b)$$

式中 $H_{\mathrm{e.m}}$ 是电磁场的哈密顿量. L_j 是单个分子 j 的总的角动量. I 取最大的转动惯量 I_c,因为 $m_O r_O{}^2\ll 2m_H r_H^2$,所以 I 可以简化为 $I=2m_H r_H^2$. $\boldsymbol{E}=-\frac{1}{c}\dot{\boldsymbol{A}}$, $\boldsymbol{A}$ 是辐射规范中的电磁场,即 $\nabla\cdot\boldsymbol{A}=0$. $\boldsymbol{\mu}_j$ 是单个分子 j 的电偶极算符.电偶极矩和量子化的电磁场相互作用,因为我们感兴趣的是它们相互作用的集体行为,所以选取的电磁场模其波长大于微管的长度 l_{MT} 或可以和它相比拟.这样与该场模相关的平面波因子 $e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{x}}\approx1$,不必考虑.下面将在量子场论的框架中,把水分子用波场 $\psi(\boldsymbol{u},t)$ 来表示,研究它与量子化的电磁场 $\boldsymbol{A}$ 的相互作用.本文采用粒子物理和量子场论中通常采用的自然单位,即取 $\hbar=c=1$.这样,可以直接写出系统的拉格朗日函数

$$\begin{aligned}L(\boldsymbol{u},t) &= \frac{i}{4\pi}\sum_{r,k} a_r^*(\boldsymbol{k},t)\dot{a}_r(\boldsymbol{k},t) \\ &+ \psi^*(\boldsymbol{u},t)\, i\frac{\partial\psi}{\partial t}(\boldsymbol{u},t) \\ &- \psi^*(\boldsymbol{u},t)\frac{L^2}{4mr_H^2}\psi(\boldsymbol{u},t) \\ &+ \frac{2ed_e}{V^{1/2}}\, i\sum_{r,k}\left[\frac{k}{2}\right]^{1/2}(\boldsymbol{\varepsilon}_r\cdot\boldsymbol{u}) \\ &\times \psi^*(\boldsymbol{u},t)\psi(\boldsymbol{u},t)\{a_r(\boldsymbol{k},t)e^{-i\boldsymbol{k}\cdot t} \\ &- a_r^*(\boldsymbol{k},t)e^{i\boldsymbol{k}\cdot t}\},\end{aligned} \quad (3)$$

式中 L^2 是角动量算符的平方,其本征值为 $l(l+1)$, $l=0,1,2,\cdots$. $\boldsymbol{u}$ 是在偶极方向上的单位矢量. $a_r(\boldsymbol{k},t)$ 是模 $\boldsymbol{k}$ 在极化 r 上的幅值,满足横场条件 $\boldsymbol{k}\cdot\varepsilon_r(\boldsymbol{k})=0$.由 Noether 定理可以得到

$$N = \int d\Omega_u \psi^+(\boldsymbol{u},t)\psi(\boldsymbol{u},t), \quad (4)$$

N 是体积 V 内水分子的数目.利用(5)式可以将 $\psi(\boldsymbol{u},t)$, $a_r(\boldsymbol{k},t)$ 作如下尺度变换:

$$\psi(\boldsymbol{u},t) = N^{1/2}\xi(\boldsymbol{u},t), \quad (5)$$
$$a_r(\boldsymbol{k},t) = N^{1/2}b_r(\boldsymbol{k},t), \quad (6)$$

这样, $N|\xi(\boldsymbol{u},t)|^2$ 代表在体积 V 内极化方向 $\boldsymbol{u}$ 上的平均水分子数目,其中包括角动量 $l=0$ 的处于基态的水分子数,及 $l\neq0$ 的处于激发态的水分子数, $N|b_r(\boldsymbol{k},t)|^2$ 代表模 $(\boldsymbol{k},r)$ 的光子平均数.

把(5),(6)式代入(3)式的拉氏函数 L 中,可得相应的用 ξ 和 b_r 表示的 $\bar{L}$,后者具有与 L 完全相同的形式,但而今则有

$$L(\boldsymbol{u},t) = N\bar{L}(\boldsymbol{u},t), \quad (7)$$

又由 Schwinger 量子作用量原理[8] $\delta\int\bar{L}\,d\Omega_u dt=0$,可得如下欧拉-拉格朗日运动方程组:

$$\begin{cases} i\dfrac{\partial\xi(\boldsymbol{u},t)}{\partial t} = \dfrac{L^2}{4mr_H^2}\xi(\boldsymbol{u},t) - i2ed_e\left[\dfrac{N}{V}\right]^{1/2}\displaystyle\sum_{k,r}(\boldsymbol{\varepsilon}_r\cdot\boldsymbol{u})\left[\dfrac{k}{2}\right]^{1/2}\{b_r(\boldsymbol{k},t)e^{-ikt} - b_r^*(\boldsymbol{k},t)e^{ikt}\}\xi(\boldsymbol{u},t), \\ i\dfrac{\partial b_r(\boldsymbol{k},t)}{\partial t} = ie^{ikt}\left[\dfrac{Nk}{2V}\right]^{1/2}2ed_e\varepsilon_r(\boldsymbol{k})\cdot\displaystyle\int d\Omega_u\boldsymbol{u}\xi^*(\boldsymbol{u},t)\xi(\boldsymbol{u},t). \end{cases} \quad (8)$$

2.2. 两能级近似与集体电磁辐射

因波场 $\xi(\boldsymbol{u},t)$ 的空间变量仅与偶极子极化方向 $\boldsymbol{u}$ 有关,可以把它作为球谐函数展开.

$$\xi(\boldsymbol{u},t) = \sum_{lm} C_{lm}(t)Y_{lm}(\boldsymbol{u}), \quad (9)$$

则 $N|C_{lm}(t)|^2$ 代表在转动态 $|l,m\rangle$ 上布居的水分子数目.当忽略所有可能的相互作用,并处在热平衡时,它们随转动能 $E_l=l(l+1)/4mr_H^2$ 服从玻耳兹曼

分布.在标准状态下,对于非极化的水,在能级 $l=0$,和 $l=1$ 上水分子布居数相当.为了简化我们的问题,取两能级近似,即 $l=0,1$.相应地有 $m=0,\pm1$.设 $\gamma_0(t)=C_{00}(t)$,$\gamma_m(t)=C_{lm}(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_0 t}$.选取电磁场模的频率与水分子本征跃迁频率相合,即发生共振的频率,所以这里 $\omega_k=k=\omega_0=1/2mr_{\mathrm{H}}^2$.利用转动对称性,可以进一步简化,即取 $\gamma_m(t)=\gamma_1(t)$.相应地,与水分子转动态跃迁($|l,m\rangle\longleftrightarrow|0,0\rangle$)耦合的电磁场模的幅值 $b_m(t)$ 可取为 $b(t)$.这样从运动方程组(8)可得

$$\begin{cases}\dot\gamma_0(t)=3\Omega b^*(t)\gamma_1(t),\\ \dot\gamma_1(t)=-\Omega b(t)\gamma_0(t),\\ \dot b(t)=2\Omega\gamma_0^*(t)\gamma_1(t),\end{cases}\tag{10}$$

$$\Omega=\frac{4ed_{\mathrm{e}}}{\sqrt3}\left[\frac{N}{2\omega_0 V}\right]^{1/2}\omega_0=G\omega_0,\tag{11}$$

其中 G 为耦合系数,在纯水里,$G\cong17$.显然它是一个很大的量,这说明微管中量子辐射场与空间尺度约为 $2\pi/\omega_0\approx480\mu\mathrm{m}$($\omega_0=\hbar/2mr_{\mathrm{H}}^2\approx130\mathrm{cm}^{-1}$)的集体量子态的耦合强度是很大的,从而微管中的水分子与量子辐射场的相干作用不可忽略.$\gamma_0(t)$,$\gamma_1(t)$,$b(t)$ 分别满足初始条件

$$\begin{cases}|\gamma_0(0)|^2=\cos^2\theta_0,\\ |\gamma_1(0)|^2=\frac13\sin^2\theta_0,\\ |b(0)|^2=0.\end{cases}\tag{12}$$

其中,角度 θ_0 的定义域为 $0\leqslant\theta_0\leqslant\pi/2$.显然,在初始时刻,$\gamma_0(0)$ 在 1 到 0 之间变化,而 $\gamma_1(0)$ 可在 0 到 1/3 之间变化,$b(0)=0$,即无光量子发射.方程组(10)显然有两个运动常数:一为粒子数守恒常数 C_1,二为激发粒子数(包括转动激发分子数及光量子数)守恒常数 C_2,因而有

$$\begin{cases}|\gamma_0|^2+3|\gamma_1|^2=C_1,\\ 2|\gamma_1|^2+|b|^2=C_2.\end{cases}\tag{13}$$

由初条件式(12),可分别求得 $C_1=1$,$C_2=\frac23\sin^2\theta_0$.

为突显动力学系统具有'宏观'的尺度 $\sqrt N$,联系到变换式(5)和(6),作如下的标度变换,即令 $\Gamma_0(t)=\sqrt N\gamma_0(t)$,$\Gamma_1(t)=\sqrt N\gamma_1(t)$,$B(t)=\sqrt N b(t)$.我们可知,这里定义的 $\Gamma_0(t)$,$\Gamma_1(t)$ 和 $B(t)$ 分别直接表征水分子的 $\psi(t)$ 场和量子电磁辐射场 $a(t)$.显然,它们遵从如下类似的运动守恒律:

$$\begin{cases}|\Gamma_0(t)|^2+3|\Gamma_1(t)|^2=N,\\ 2|\Gamma_1(t)|^2+|B(t)|^2=\frac23N\sin^2\theta_0.\end{cases}\tag{14}$$

这个守恒量是水分子系统集体辐射过程的重要特征.

因为 γ_0,γ_1,b 都是复场,可设 ϕ_0,ϕ_1,ψ 分别是 γ_0,γ_1,b 的幅角,则由方程组(10)有

$$\begin{cases}\dot\gamma_0(t)=|\dot\gamma_0|\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\phi_0}-\mathrm{i}\dot\phi_0|\gamma_0|\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\phi_0}=3\Omega|b|\mathrm{e}^{\mathrm{i}\psi}|\gamma_1|\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\phi_1},\\ \dot\gamma_1(t)=|\dot\gamma_1|\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\phi_1}-\mathrm{i}\dot\phi_1|\gamma_1|\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\phi_1}=-\Omega|b|\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\psi}|\gamma_0|\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\phi_0},\\ \dot b(t)=|\dot b|\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\psi}-\mathrm{i}\dot\psi|b|\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\psi}=2\Omega|\gamma_0|\mathrm{e}^{\mathrm{i}\phi_0}|\gamma_1|\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\phi_1}.\end{cases}\tag{15}$$

为了求解方程组(15),依次用 $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\phi_0}$,$\mathrm{e}^{\mathrm{i}\phi_1}$,$\mathrm{e}^{\mathrm{i}\psi}$ 乘方程组(15)的左右两边,可得

$$\begin{cases}|\dot\gamma_0|-\mathrm{i}\dot\phi_0|\gamma_0|=3\Omega|b||\gamma_1|\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(\phi_1-\phi_0-\psi)},\\ |\dot\gamma_1|-\mathrm{i}\dot\phi_1|\gamma_1|=-\Omega|b||\gamma_0|\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\phi_1-\phi_0-\psi)},\\ |\dot b|-\mathrm{i}\dot\psi|b|=2\Omega|\gamma_0||\gamma_1|\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(\phi_1-\phi_0-\psi)}.\end{cases}\tag{16}$$

一般来说,幅值和幅角,即 $|\gamma_0|$,$|\gamma_1|$,$|b|$ 和 ϕ_0,ϕ_1,ψ 均依赖于时间 t,这里为简化物理问题,我们设系统在经历一定时间后,达到稳态,对于稳态解,则有 $|\dot\gamma_0|=0$,$|\dot\gamma_1|=0$,$|\dot b|=0$,即 $|\gamma_0|$,$|\gamma_1|$,$|b|$ 分别为时间常量 $|\bar\gamma_0|$,$|\bar\gamma_1|$,$|\bar b|$.

这时,再注意到(16)式中各式左右两边实部和虚部分别相等,显然可有

$$\phi_1-\phi_0-\psi=\pi/2,\tag{17}$$

$$\begin{cases}\dot\phi_0=3\Omega|\bar b||\bar\gamma_1|/|\bar\gamma_0|,\\ \dot\phi_1=-\Omega|\bar b||\bar\gamma_0|/|\bar\gamma_1|,\\ \dot\psi=2\Omega|\bar\gamma_0||\bar\gamma_1|/|\bar b|,\end{cases}\tag{18}$$

$$\omega_2 = \dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_0 = \dot{\psi} = (2\,|\,\bar{\gamma}_0\,|\,|\,\bar{\gamma}_1\,|\,/\,|\,\bar{b}\,|)\Omega, \tag{19}$$

$$\omega_1 = \dot{\phi}_0 = 3\Omega\,|\,\bar{b}\,|\,|\,\bar{\gamma}_1\,|\,/\,|\,\bar{\gamma}_0\,|. \tag{20}$$

而上列两种集体振动频率之比为

$$\omega_2/\omega_1 = |\,\bar{\gamma}_0\,|^2(|\,\bar{\gamma}_0\,|^2 - \cos^2\theta_0)^{-1} > 1.$$

ω_1 和 ω_2 所表征的振荡是系统的集体动力学行为；但由于它们与 $\Omega = G\omega_0$ 成正比，对于纯水，$G \approx 17$，故其振荡周期 $2\pi/\omega_1$，$2\pi/\omega_2$ 将大大短于我们所关心的量子集体模的寿命 $2\pi/\omega_0$（约为 10^{-14}s）.

另外，根据以上论述并注意到运动常数（13）式，可得出如下表达式：

$$\begin{cases} |\,\gamma_0\,| = |\,\bar{\gamma}_0\,| = (1/\sqrt{3})\left[1 + \cos^2\theta_0 + \left(1 - \dfrac{1}{4}\sin^2 2\theta_0\right)^{1/2}\right]^{1/2}, \\ |\,\gamma_1\,| = |\,\bar{\gamma}_1\,| = (1/\sqrt{3})(1 - |\,\bar{\gamma}_0\,|^2)^{1/2}, \\ |\,b\,| = |\,\bar{b}\,| = \left(\dfrac{2}{3}\right)^{1/2}(|\,\bar{\gamma}_0\,|^2 - \cos^2\theta_0)^{1/2}. \end{cases} \tag{21}$$

2.3. 水分子系统的‘宏观’电极化

根据以上所述，在任意方向 $\boldsymbol{n}$ 上的极化可写为

$$\begin{aligned} P_n &= \langle \xi \mid \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{u} \mid \xi \rangle \\ &= \int \mathrm{d}\Omega\left[\frac{1}{\sqrt{4\pi}}\gamma_0^* + \sum_m \gamma_m^{\ *}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_0 t}Y^*_{\ lm}(\boldsymbol{u})\right] \\ &\quad \times \cos\theta\left[\frac{1}{\sqrt{4\pi}}\gamma_0 + \sum_m \gamma_m \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_0 t}Y_{lm}(\boldsymbol{u})\right], \end{aligned}$$

其中

$$\gamma_0^*(t)\gamma_1(t) = |\,\gamma_0(t)\,|\,|\,\gamma_1(t)\,|\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(\phi_1 - \phi_0)},$$

而 $\phi_1 - \phi_0 = \omega_2 t$.

$$\begin{aligned} \sum_m \gamma_m \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_0 t}Y_{lm}(\boldsymbol{u}) &= \gamma_1(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_0 t}Y_{lm}(\boldsymbol{u}) \\ &= \gamma_1(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_0 t}\left[\sqrt{\frac{3}{4\pi}}\cos\theta \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{\frac{3}{8\pi}}\sin\theta(\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\varphi} + \mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi})\right], \end{aligned}$$

$$\int \mathrm{d}\Omega\cos^2\theta = \int \mathrm{d}\varphi\sin\theta\mathrm{d}\theta\cos^2\theta = \frac{4\pi}{3},$$

$$\int \mathrm{d}\Omega\cos\theta\sin\theta = 0.$$

所以

$$\begin{aligned} P_n &= \langle \xi \mid \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{u} \mid \xi \rangle \\ &= \frac{2}{\sqrt{3}}\,|\,\gamma_0(t)\,|\,|\,\gamma_1(t)\,|\,\cos(\omega_2 - \omega_0)t. \end{aligned} \tag{22}$$

另外，设想在微管的水区域 V 中，存在着一个具有适当大的电偶极子的杂质，它沿 Z 轴方向产生电场 E_d，则（1），（2）式中的哈密顿量 H_j 将变为 $H'_j = H_j + V_\mathrm{d}$，其中 $V_\mathrm{d} = -d_{ej} \cdot E_\mathrm{d}$.

由 $[H' - \lambda]\,|\,\hat{\xi}\rangle = 0$，可得 $\begin{bmatrix} -\lambda & V_\mathrm{d} \\ V_\mathrm{d} & \omega_0 - \lambda \end{bmatrix} = 0$，

其本征解为

$$\lambda_{0,1} = (\omega_0/2)[1 \mp (1 + 4V_d^2/\omega_0^2)^{1/2}], \tag{23}$$

与能量本征值 $\lambda_{0,1}$ 相应的本征态是

$$|\,\tilde{0}\,\rangle = \cos\alpha\,|\,0,0\rangle + \sin\alpha\,|\,1,0\rangle, \tag{24}$$

$$|\,\tilde{1}\,\rangle = -\sin\alpha\,|\,0,0\rangle + \cos\alpha\,|\,1,0\rangle, \tag{25}$$

这里 α 满足

$$\mathrm{tg}\alpha = [\omega_0 - (\omega_0^2 + 4V_d^2)^{1/2}]/2V_\mathrm{d}. \tag{26}$$

当 V_d 不是很强时（$\alpha < \pi/8$），上述的动力学系统几乎没有改变，只不过由（22）式所示的极化 P_n 因为静电场所引起的态混合，将修正为如下形式：

$$\begin{aligned} P_3(t) = (1/\sqrt{3})\{&\sin2\alpha(|\,\gamma_0\,|^2 - |\,\gamma_1\,|^2) \\ &+ \cos2\alpha\,|\,\gamma_0(t)\,|\,|\,\gamma_1(t)\,|\,\cos([\omega_2 \\ &- (\omega_0^2 + 4V_\mathrm{d}^2)^{1/2}]t)\}, \end{aligned} \tag{27}$$

在上式中，我们看到存在不随时间振荡的一项，即存在永久电极化：

$$\overline{P_3(t)} = (1/\sqrt{3})\{\sin2\alpha\,|\,\bar{\gamma}_0\,|^2 - |\,\bar{\gamma}_1\,|^2). \tag{28}$$

从（26）式可以看出，在 $2V_\mathrm{d}/\omega_0 \to 1$ 时，$\sin2\alpha = -2/\sqrt{2}$，$\overline{P_3}$ 可达到一个很可观的值. 但若不存在本文所讨论的集体相互作用，当处于热平衡时，$|\,\bar{\gamma}_0\,|^2 \approx |\,\bar{\gamma}_1\,|^2$，即使杂质的电磁场再强，也不会出现极化.

3. 水分子系统与热库的耦合

上节 2.2 中，已经指出：我们所关注的水分子系统的量子集体模在与电磁长程相干相互作用下，寿命约为 10^{-14}s. 换言之，系统将在约为 10^{-14}s 的时间内发生电磁相干辐射，耗尽激发态的能量，所有水分

子将从激发态降到基态.水分子系统与电磁辐射场的相互作用似乎以最后产生量子集体辐射而告终.但实际上,水分子系统存在着来自周围环境的各种扰动的影响.因此我们把水分子群体和电磁场看作系统,而把环境中无规的各种扰动处理为热库(heat-bath).从下面的讨论,我们可知,在经历足够长的时间后,水分子群体中大量的水分子可重新处于转动激发态,从而,开始新的一轮与量子电磁辐射相干相互作用的过程.

对于水分子系统,粒子间的磁撞、晶格的声子场作用,非相干的抽运过程及自发辐射等构成了分子系统的热库.而对量子光场,管壁和介质的吸收、散射等构成了光场的热库.水分子系统的热库与光场的热库彼此独立无关.所以,我们可以独立地讨论水分子系统与其热库的相互作用问题,而不必涉及电磁场的作用.这里我们把水分子的二能级态简化为两个阻尼谐振子态,其一为基态,另一为振子激发态.用 a^+ 来表示振子激发态的产生算符,a 表示相应的湮没算符.a^+a 为粒子数算符.对于振子的基态(真空态)和激发态,分别有

$$a^+ a\,|0\rangle = 0\,|0\rangle,$$

$$a^+ a\,|1\rangle = a^+ a a^+\,|0\rangle = a^+(1 + a^+ a)\,|0\rangle = 1\,|1\rangle.$$

下面将要讨论的是当它们与热库耦合时其状态如何变化,整个体系的哈密顿量可以写为

$$\begin{cases} H = H_0 + H_B + H_{\mathrm{int}}, \\ H_0 = \omega_0 a^+ a, \\ H_B = \sum_\omega \omega A_\omega^+ A_\omega, \\ H_{\mathrm{int}} = \sum_\omega \{g_\omega a^+ A_\omega + g_\omega^* A_\omega^+ a\}. \end{cases} \tag{29}$$

式中 A_ω^+(A_ω)是热库的产生算符(湮没算符),H_{int}是水分子与热库的相互作用哈密顿量.这里采用了量子光学中常用的旋转波近似.在 Heisenberg 图景中,振子场和热库算符的运动方程为

$$\frac{\mathrm{d}a^+}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{\mathrm{i}}[a^+, H] = \mathrm{i}\omega_0 a^+ + \mathrm{i}\sum_\omega g_\omega^* A_\omega^+, \tag{30}$$

$$\frac{\mathrm{d}A_\omega^+}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{\mathrm{i}}[A_\omega^+, H] = \mathrm{i}\omega_0 A_\omega^+ + \mathrm{i}g_\omega a^+. \tag{31}$$

方程(31)的形式解为

$$A_\omega^+(t) = \mathrm{i}\int a^+(\tau) g_\omega \exp[\mathrm{i}\omega(t-\tau)]\,\mathrm{d}t + A_\omega^+(0)\exp(\mathrm{i}\omega t), \tag{32}$$

式中 $A_\omega^+(0)$为 $t=0$(无相互作用)时的算符,将上式代入(30)式得到

$$\frac{\mathrm{d}a^+}{\mathrm{d}t} = \mathrm{i}\omega_0 a^+ - \int_0^t a^+(\tau)\sum_\omega |g_\omega|^2 \exp[\mathrm{i}\omega(t-\tau)]\,\mathrm{d}\tau + \mathrm{i}\sum_\omega g_\omega^* A_\omega^+(0)\exp(\mathrm{i}\omega t). \tag{33}$$

(33)式右边第一项代表振子场模的自由运动,后两项为热库产生的贡献.为了计算热库所产生的效应,假定 1)振子场与热库之间的耦合是弱耦合,2)热库具有连续谱,3)热库具有无穷多个自由度.于是,(33)式将变为如下的量子朗之万运动方程:

$$\frac{\mathrm{d}a^+}{\mathrm{d}t} = \mathrm{i}\omega_0 a^+(t) - Ka^+(t) + F^+(t), \tag{34}$$

式中

$$F^+(t) = \mathrm{i}\sum_\omega g_\omega^* A_\omega^+(0)\exp[\mathrm{i}\omega t],$$

此方程的第二项为阻尼项,第三项为噪声项.K 为与耦合常数 $g^* g$ 有关的常因子.同样,可得

$$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t} = -\mathrm{i}\omega_0 a(t) - Ka(t) + F(t), \tag{35}$$

而粒子数算符的平均运动方程为

$$\frac{\mathrm{d}\langle a^+ a\rangle}{\mathrm{d}t} = \left\langle \frac{\mathrm{d}a^+}{\mathrm{d}t}a + a^+\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t}\right\rangle, \tag{36}$$

代入(34),(35)式可得

$$\frac{\mathrm{d}\langle a^+ a\rangle}{\mathrm{d}t} = -2K\langle a^+ a\rangle + \langle F^+ a\rangle + \langle a^+ F\rangle. \tag{37}$$

对热库取平均,可得

$$\begin{cases} \langle F^+ a\rangle_{\mathrm{B}} = K\bar{n}_{\omega_0}(T), \\ \langle a^+ F\rangle_{\mathrm{B}} = K\bar{n}_{\omega_0}(T), \end{cases} \tag{38}$$

式中$\bar{n}_{\omega_0}(T)$代表处于温度 T 的热库在水分子激发能ω_0 处的平均热噪声量子数.故有

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}\langle a^+ a\rangle_{\mathrm{B}}}{\mathrm{d}t} = -2K\langle a^+ a\rangle_{\mathrm{B}} + 2K\bar{n}, \\ \bar{n} \equiv \bar{n}_{\omega_0}(T). \end{cases} \tag{39}$$

至此,我们可很易得出上式的形式解,然后再对光场求统计平均得

$$\langle a^+(t)a(t)\rangle = \exp(-2Kt)\langle a^+(0)a(0)\rangle + \bar{n}[1-\exp(-2Kt)]. \tag{40}$$

式中$\bar{n}$代表热噪声量子的平均数.可见 t 时刻振子场的平均量子数由于与热库的相互作用而发生了显著变化:一方面,由于耗散过程使得初始的平均振子量子数按指数方式减少,另一方面,热库又不断地将其噪声光量子扩散给振子激发态,即扩散给水分子激发态.

进而,水分子系统再次与量子电磁辐射场发生相互作用,再次产生集体电磁辐射.如此周而复始继继续续随机地出现一连串集体电磁辐射.这些在宏观上是弱的,但对生物大分子来说是不可忽视的集体电磁辐射可能对生命过程具有重要意义.其中,脑内量子泡泡在无外刺激时的随机释放[9],其微观机理很可能与上述这种集体电磁辐射过程有密切关系.

4. 结果和讨论

1. 在 Schwinger 量子作用量原理及相应的欧拉-拉格朗日方程的基础上,本文对微管中处于转动基态和第一激发态的水分子系统与量子电磁辐射场的相互作用进行了研究,给出了具有集体合作(相干)辐射过程特征的运动守恒律,以及该集体合作(相干)辐射的时间尺度(约 $2\pi/\omega_0 = 10^{-14}$ s),和空间尺度(约 480μm).

2. 微管中的这种长范围的量子相干,即空间尺度约为 480μm 的集体量子相干,可以和几百微米远的其他微管发生量子相干.这就提供了解决经典理论所解决不了的捆绑问题(binding problem)[9—14]一种可能的途径.此外,本文还讨论了微管中的水分子系统与其周围热库的耦合.在这种主要由水分子组成的集体动力学系统中,由于管壁热运动所带来的非相干的,及管中无序的能量分布会转变成相干的有序动力学系统,并且会集体相干辐射光子,而不需要抽运光.这种不需要抽运光,但像激光一样的相干光子辐射,尽管宏观上极为微弱,但很可能在脑神经和生命体的活动中起着极为重要的作用.

3. 对系统的基态取平均,存在非零的,但随时振荡的电偶极矩,特别是当水分子系统中存在具有电偶极矩的杂质,例如,生物大分子,则存在永久性的宏观电偶极矩.因而,系统具有宏观动力学量,产生真空对称自发破缺的序参数.

4. 上述理论所讨论的结果一般并不限于微管中的水分子系统.

[1] Hameroff S R and Watt R C 1982 *J. Theor. Biol.* **98** 549

[2] Amos L A and Klug A 1974 *J. Cell Sci.* **14** 523

[3] Giudice E Del, Doglia S, Milani M, Vitiello G 1984 *Nuclear Physics* 375-400

[4] Giudice E Del, Doglia S, Milani M, Vitiello G 1986 *Biological Matter* 185-199

[5] Jibu M, Hagan S, Hameroff S R *et al* 1994 *Biosystems* **32** 195

[6] Giudice E Del, Preparata G and Vitiello G 1988 *Phys. Rev. Lett.* **61** 1085

[7] Xu K Z 2000 *Advanced atom molecular Physics* (Science Press) 209—230 (in Chinese) [徐克尊 2000 高等原子分子物理学(科学出版社)第 209—230 页]

[8] Lurie D 1968 *Particles and Fields* [D.卢里著 1981 粒子和场(科学出版社) 第 124-127 页]

[9] Eccles J C 1986 *Proc. R. Soc. Lond.* B **227** 411

[10] Gray C M *et al* 1989 *Proc. Natl. Acad. Sci.* USA **86** 1698

[11] Riehle A *et al* 1997 *Science* **278** 1500

[12] Crick F and Koch C 1990 *Semin. Neurosci* **2** 263

[13] Marshall I N 1989 *New Ideas Psychol* **7** 73

[14] Singer W 1993 *Annu. Rev. Physiol* **55** 349

Collective radiation of water in cytoskeletal microtubule

Chen Ying Qiu Xi-Jun

(*Department of Physics*, *School of Sciences*, *Shanghai University*, *Shanghai* 200436, *China*)

(Received 4 September 2002; revised manuscript received 20 October 2002)

Abstract

microtubules are the important components and function units in cytoskeletal, and filled with water inside it. In this paper, by using the quantum field theory, we study the interactions between the electric dipole field of water molecules confined within the hollow core of microtubules and the quantized electromagnetic radiation field, and the characteristic of collective electromagnetic radiation raised from water's electric dipoles. In addition, the coupling between the water molecule system confined within microtubules and the surrounding heatbath is discussed.

Keywords: microtubule, water, electric dipole, electriomagnetic radiation, collective radiation, heatbath

PACC: 9460S, 8670E, 8750B, 4210M