

多晶体金属疲劳寿命随晶粒尺寸变化的理论研究

李眉娟 胡海云 邢修三

(北京理工大学应用物理系, 北京 100081)

(2002 年 10 月 23 日收到, 2002 年 11 月 28 日收到修改稿)

在疲劳断裂非平衡统计理论框架的基础上, 根据界面能模型, 推导出了多晶体金属的疲劳寿命随晶粒尺寸、应变振幅的变化公式, 还与有关实验结果进行了比较, 发现理论与实验较为相符.

关键词: 疲劳寿命, 晶粒尺寸, 非平衡统计理论, 界面能模型

PACC: 8140N

1. 引 言

疲劳断裂往往是造成飞机、车辆等交通工具发生严重事故的重要原因之一^[1]. 了解各种因素对疲劳寿命的影响, 从而合理、准确地估算结构材料的疲劳寿命, 以预防和减少灾难性疲劳事故的发生是疲劳研究的根本目的. 经常使用的多晶体金属材料, 它们是由大量尺寸和取向不同的多晶体构成的, 它的晶粒大小与晶界对金属疲劳寿命的影响已有不少实验方面的研究报道^[2], 但在理论方面, 却很少有人从微观的角度对它进行系统的研究. 本文从裂纹穿晶的界面能模型出发^[3], 在疲劳断裂非平衡统计理论的基础上^[4-7], 从理论上给出了晶粒尺寸对金属疲劳寿命的影响以及应变振幅与疲劳寿命的关系, 并且探讨了它们之间的微观机理.

2. 物理图像和界面能模型

根据断裂非平衡统计理论, 考虑到实际材料内部微观成分、缺陷及相结构的不均匀性, 其微观结构可看成是平均结构背景上叠加了不均匀性的涨落. 平均结构是确定的, 不均匀性涨落是随机的. 微裂纹在实际长大过程中, 其长大速率因这种不均匀性涨落的随机存在都将与其所经途径密切相关. 因此, 将裂纹在材料内部的长大过程看成是个随机过程或叫非平衡统计过程, 这个过程可由福克尔-普朗克方程描述如下^[4]:

$$\frac{\partial M(C, N)}{\partial N} = - \frac{\partial}{\partial C} \left[\left(K(C, N) + \frac{DC}{2} \right) \right]$$

$$\times M(C, N) + \frac{D}{2} \frac{\partial^2}{\partial C^2} [C^2 M(C, N)] + q(N) \delta(C - C_0), \quad (1)$$

式中 $K(C, N)$ 为微裂纹的迁移长大速率, C_0 为微裂纹形核长度, $\delta(C - C_0)$ 为 Dirac 函数, $M(C, N)dC$ 为 N 周时单位体积内在长度 C 与 $C + dC$ 间的微裂纹数目, D 为涨落长大系数, $q(N)$ 为微裂纹的形核率. 由 (1) 式可解出微裂纹的分布函数, 进而可求得与断裂有关的各个力学量的统计平均值, 其中金属的平均疲劳寿命为^[5]

$$\bar{N}_f \approx \frac{N_0 L^2 \bar{G}_{1c} \sigma_0^{1/\beta}}{6.241 \gamma \sigma_a^{(1+1/\beta)}} \left[\ln \frac{\bar{G}_{1c} E}{\pi(1-\nu^2) C_0 \sigma_a^2} \right]^2 \times \left(\frac{1}{M(N)V} \right)^{1/8}, \quad (2)$$

式中 $M(N)$ 为 N 周时单位体积内微裂纹的数目, V 为金属的体积, E 为杨氏模量, N_0 为活动位错源密度, L 为滑移面长度, β 为循环硬化指数, σ_0 为交变强度系数, \bar{G}_{1c} 为裂纹的平均扩展力, σ_a 为循环应力幅, ν 为泊松比, η 为材料的各种内部结构变量的相对偏差之和.

为了详细地研究材料的晶粒大小及晶界厚度对疲劳断裂的影响, 可根据晶面能模型, 把晶粒和晶界尺寸效应包括进去. 所谓的晶面能模型就是将晶界的阻挡效应看成是大的晶面能效应, 即认为晶界的晶面能远大于相同材料单晶体的表面能, 正是这种大的晶面能起了晶界的阻挡作用. 文献^[3]给出了材料的晶界能与晶粒尺寸及晶界厚度的关系,

$$4\gamma_c = 4\gamma_m(c - c_g) + 4\gamma_g c_g = 4\gamma_m c \left| 1 - \frac{b_1}{d} \right| + \frac{4\gamma_g b_1 c}{d}, \quad (3)$$

式中 $c_g = \frac{b_1}{d} c$, γ 表示多晶体金属的总平均有效表面能, γ_m 表示单晶体的有效表面能, γ_g 表示晶界的平均界面能, b_1 表示晶界的平均厚度, d 表示晶粒的平均直径, $2c_g$ 表示长度为 $2c$ 的裂纹穿过晶界的总长度. 通常情况下 $b_1 \ll d$ (对于金属, 可取 $b_1 = 10^{-10}$ m), 可认为 $1 - \frac{b_1}{d} \approx 1$, 所以 (3) 式可化为

$$\gamma = \gamma_m + \frac{b_1}{d} \gamma_g. \quad (4)$$

对粗晶粒, 如 $d \gg 10^{-4} \text{ m}^{[8]}$, 有

$$\gamma \approx \gamma_m. \quad (5)$$

这种情况下, 单晶体表面能起主要作用, 晶界能可略去, 也就是晶界对穿晶裂纹扩展的阻挡效应可以略去.

对细晶粒, 如 $d \leq 10^{-5} \text{ m}$, 有 $\frac{b_1}{d} \gamma_g \gg \gamma_m$, 故

$$\gamma \approx \frac{b_1}{d} \gamma_g. \quad (6)$$

这种情况下, 晶界界面能起主要作用, 单晶表面能可以略去, 即在细晶粒多晶体金属中, 穿晶裂纹扩展的阻力主要来自晶界界面能.

根据文献 [9], 可知微裂纹的平均扩展力为

$$\bar{G}_{1c} = \frac{3}{8} \left(\frac{L}{b} \right)^{1/2} \frac{L}{A^{1/m}} \left[\frac{2}{\pi(1-\nu)} \left(\frac{L}{b} \right)^{1/2} \times \frac{N_0 L^2 \gamma \mu}{\ln(M(N)V)} \right]^{(1+m)2m}, \quad (7)$$

其中 μ 为切变模量, b 为布氏矢量的大小, m 为硬化指数, A 为强度系数.

所以细晶粒多晶体裂纹的平均扩展力为

$$\bar{G}_{1c} = \frac{3}{8} \left(\frac{L}{b} \right)^{1/2} \frac{L}{A^{1/m}} \left[\frac{2}{\pi(1-\nu)} \left(\frac{L}{b} \right)^{1/2} \times \frac{N_0 L^2 b_1 \gamma_g / d \mu}{\ln(M(N)V)} \right]^{(1+m)2m}. \quad (8)$$

将 (8) 式代入 (2) 式, 得细晶粒多晶体的平均疲劳寿命为

$$\bar{N}_f \approx \frac{N_0 L^2 \sigma_0^{1/\beta}}{6.241 \eta \sigma_a^{(1+1/\beta)}} \left\{ \frac{3}{8} \left(\frac{L}{b} \right)^{1/2} \frac{L}{A^{1/m}} \times \left[\frac{2}{\pi(1-\nu)} \left(\frac{L}{b} \right)^{1/2} \frac{N_0 L^2 \mu b_1 \gamma_g}{\ln(M(N)V) d} \right]^{(1+m)2m} \right\} \times \left[\ln \left(\frac{E}{\pi(1-\nu^2) C_0 \sigma_a^2} \left\{ \frac{3}{8} \left(\frac{L}{b} \right)^{1/2} \frac{L}{A^{1/m}} \times \left[\frac{2}{\pi(1-\nu)} \left(\frac{L}{b} \right)^{1/2} \frac{N_0 L^2 \mu b_1 \gamma_g}{\ln(M(N)V) d} \right]^{(1+m)2m} \right\} \right)^2 \right]$$

$$\times \left(\frac{1}{M(N)V} \right)^{1/8}. \quad (9)$$

3. 疲劳寿命与晶粒尺寸的关系

由于 (9) 式中的对数因子变化远较它前面的因子慢, 故可近似地看成

$$N_f \sim d^{-(1+m)2m}. \quad (10)$$

这就是疲劳寿命随晶粒尺寸变化的理论公式. 为了与实验比较, 根据本理论公式计算了 70-30 黄铜疲劳寿命随晶粒尺寸的变化关系, 并将所得结果与有关实验结果^[10-13]作了比较, 图 1 中给出了材料的疲劳寿命与晶粒尺寸在双对数坐标下的理论结果与实验结果. 表 1 给出了所取的参数.

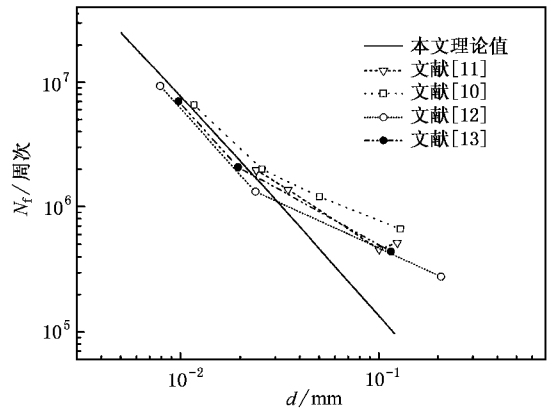


图 1 70-30 黄铜的平均疲劳寿命 N_f 与晶粒尺寸 d 在双对数坐标下的关系 □为 Sinclair 和 Craig 在 $\sigma_a = \pm 161.7 \text{ MPa}$ 的条件下所得到的实验数据^[10]; ▽为 Burghoff 和 Blank 在 $\sigma_a = \pm 137.2 \text{ MPa}$ 的条件下所得到的实验数据^[11]; ○为 Walker 和 Craig 在 $\sigma_a = \pm 137.2 \text{ MPa}$ 的条件下所得到的实验数据^[12]; ●为 Thompson 和 Backofen 在 $\sigma_a = \pm 117.6 \text{ MPa}$ 的条件下所得到的实验数据^[13]; 实线为根据 (9) 式所得到的结果, 取 $\sigma_a = 117.6 \text{ MPa}$

表 1 70-30 黄铜的参数取值^[10-13]

σ_0/MPa	E/GPa	β	V/mm^3	η	M/mm^{-3}	C_0/mm	b_1/mm
580	106	0.27	400π	0.3	5	10^{-5}	5×10^{-7}
A/MPa	μ/GPa	m	N_0/mm^{-3}	ν	L/mm	γ_0/Pa	b/mm
412	40	0.49	5×10^6	0.32	0.057	170	3×10^{-7}

在表 1 的取值中, 将 N_0 , $M(N)$ 和 L 取为常数, 实际上 N_0 和 $M(N)$ 可能随应力振幅与循环周次而改变, L 则与 d 有一定的关系. 但在本文的取值中, 为了简化起见, 将 N_0 取为疲劳过程中的平均值, 且考虑到疲劳公式中 $M(N)$ 分别包含在对数项和 $1/8$

次方项中,可认为它的变化对疲劳寿命影响较小,因而取为常数. L 与 d 的关系,目前理论上还不是很清楚,实验上有人取 L 随 d 的增加而增加,有人取 L 为常数,所以本文也将 L 取为常数.根据(10)式及表1和图1可以看出,70-30黄铜的平均疲劳寿命随晶粒尺寸减小而增加的关系式为 $N_f \sim d^{-1.52}$,这种关系在疲劳寿命与晶粒尺寸的双对数坐标中,呈现为线性关系.通过对于图1中的理论与实验结果的比较可以发现:小的晶粒尺寸,理论与实验结果符合得比较好,但是当晶粒尺寸逐渐变大时,理论与实验结果出现了偏差.对于这一点也不难理解,在本文所利用的界面能模型中,晶粒尺寸越小我们所取的近似也就更加合理,相应地所得到的疲劳寿命与晶粒尺寸的表达式(9)式也就会更加合理.对于较大晶粒尺寸与疲劳寿命的关系,还有待于进一步的研究.对于细晶粒的多晶体,疲劳寿命与晶粒尺寸的关系为:在相同的外载条件下,疲劳寿命随晶粒尺寸的增加按指数的关系减小.由界面能的模型知道,细晶粒多晶体金属总的表面能 $\gamma = \gamma_m + b_1 \gamma_g / d \approx b_1 \gamma_g / d$,即它与晶粒尺寸成反比.所以当晶粒尺寸越小时,裂纹在材料中扩展时所需要克服的总表面能就越大,晶界对它的阻碍作用也就越大,这就减小了裂纹在材料中的扩展速率,因而也就增加了材料的疲劳寿命.还可以从更为直观的角度考虑,对于同一种细晶粒多晶体金属,在相同的外载条件下,晶粒尺寸越大裂纹在材料中扩展时遇到晶界的频率就越低,晶界对它的阻碍作用相对地就越小,它的疲劳寿命也就越短,反之则越长.

4. 疲劳寿命与应变振幅的关系

本文的工作还对细晶粒多晶体金属疲劳寿命与循环应变振幅的关系进行了研究并且与Lukás和Kunz的实验结果^[14]进行了比较,所用的材料是工业纯铜(铜含量为99.98%),图2是所得到的结果与实验值的比较,表2是所取的参数.

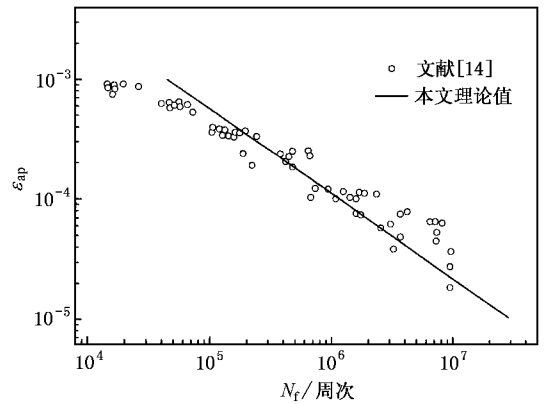


图2 平均疲劳寿命 N_f 与应变振幅 ϵ_{ap} 的关系. \circ 为Lukás和Kunz所得到的实验数据^[14],实线为根据(9)式在晶粒尺寸 $d = 0.07$ mm的条件下所得到的理论结果

表2 工业纯铜的参数取值^[14]

σ_0/MPa	β	A/MPa	m	η	V/mm^3	L/mm	μ/GPa
562	0.205	320	0.54	0.3	80π	0.03	44
σ_a/MPa	ν	γ_b/Pa	E/GPa	M/mm^{-3}	N_0/mm^{-3}	b/mm	C_0/mm
85	0.31	165	115	5	5×10^6	3×10^{-7}	10^{-5}

由图2可看出,疲劳寿命 N_f 与应变振幅 ϵ_{ap} 呈现为一种指数关系.由(9)式以及经验公式 $\sigma_a = \sigma_0 \epsilon_{ap}^\beta$ 可知,在其它参数保持不变的情况下,对数因子中 ϵ_{ap} 对疲劳寿命 N_f 的影响较小,可以不予考虑,因此有 $N_f \sim \epsilon_{ap}^{-(\beta+1)}$.通过比较可以发现,应变振幅随疲劳寿命的理论曲线与实验值比较相符.

5. 结 论

本文从理论上给出了疲劳寿命随晶粒尺寸及应变振幅变化的解析公式.它表明,在细晶粒多晶体金属中,在其它参数保持不变的情况下,金属的疲劳寿命随晶粒尺寸的增加而减少,还随应变振幅的增加而减少.

- [1] Ban C Y 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 2028 [班春燕 2001 物理学报 **50** 2028]
- [2] Wen Y H 2001 *Chin. Phys.* **10** 407
- [3] Xing X S 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 107 [邢修三 1999 物理学报 **48** 107]
- [4] Xing X S 1986 *Science in China (Series A)* **16** 502 [邢修三 1986 中国科学(A 辑) **16** 502]
- [5] Xing X S 1986 *Science in China (Series A)* **16** 841 [邢修三 1986 中国科学(A 辑) **16** 841]
- [6] Stroh A N 1975 *Adv. Phys.* **6** 418
- [7] Xing X S 1991 *Advances in Mechanics* **21** 153 [邢修三 1991 力学进展 **21** 153]
- [8] Chadwick G A , Smith D A 1976 *Grain Boundary Structure and Properties* (London : Academic Press) p21
- [9] Xing X S 1986 *Engineering Fracture Mechanics* **24** 61
- [10] Sinclair G M , Craig W J 1952 *Trans. Am. Soc. Metals* **44** 929
- [11] Burghoff H L , Blank A I 1948 *Proc. Am. Soc. Test. Mater.* **48** 709
- [12] Walker H L , Craig W J 1949 *Trans. Am. Inst. Min. Engrs.* **42** 180
- [13] Thompson A W , Backofen W A 1971 *Acta Metallurgical* **9** 599
- [14] Lukáš P , Kunz L 1987 *Materials Science and Engineering* **85** 68

The relationship between fatigue life and grain size of polycrystalline metals

Li Mei-Juan Hu Hai-Yun Xing Xiu-San

(Department of Applied Physics , Beijing Institute of Technology , Beijing 100081 , China)

(Received 23 October 2002 ; revised manuscript received 28 November 2002)

Abstract

In order to explore the effect of grain size on fatigue life , a formula of fatigue life for polycrystalline metals , which depends on the grain size and cyclic strain amplitude , is derived based on the non-equilibrium statistical theory of fatigue fracture and the model of interface energy . Subsequently , the fatigue lives of pure copper and 70-30 brass with different grain sizes are calculated according to the formula which is achieved in this paper , and the results are in agreement with the experimental results .

Keywords : fatigue life , grain size , non-equilibrium statistical theory , model of interface energy

PACC : 8140N