

优化车流的交通流格子模型^{*}

薛 郁

(广西大学物理系, 南宁 530004)

(上海市应用数学与力学研究所, 上海大学, 上海 200072)

(2003 年 3 月 7 日收到, 2003 年 4 月 17 日收到修改稿)

在一维交通流格子模型的基础上, 分别提出考虑最近邻车和次近邻车以及考虑前、后近邻车相互作用进行车流优化的一维交通流格子模型. 应用线性稳定性理论和非线性理论进行分析, 得出车流的稳定性条件, 并导出了描述交通阻塞相变的 mKdV 方程. 用数值模拟验证了 mKdV 方程的解. 数值模拟结果表明考虑最近邻车和次近邻车的优化车流能够增强车流稳定性, 而考虑前、后近邻车的优化车流将使稳定性减小.

关键词: 交通流, 交通相变, 稳定判据, mKdV 方程

PACC: 0550, 0520, 6470

1. 引 言

当前, 社会经济的迅速发展与交通建设的相对滞后已经构成非常突出的世界性矛盾, 更好地解决交通问题已经成了当务之急. 为此人们提出了各种交通流模型^[1], 例如跟驰模型、元胞自动机模型、动力论模型和流体动力学模型等. 在应用这些模型进行数值模拟中, 都可发现在实际交通中所观测到的从自由运动到阻塞的交通相变^[2]. 交通相变具有非常类似气—液相变的性质, 自由运动交通和阻塞交通分别对应于传统气—液相变的气体和液体, 车间距或密度对应于体积或密度; 延迟时间的倒数对应于温度, 亚稳态区域位于基本图上流量达到最大值的附近^[3,4].

跟驰模型是从微观的角度来研究交通流的演化过程. 随着道路车辆的增加, 达到一定密度后就会发生交通阻塞的交通相变. 非整数跟驰模型具有如下的缺陷^[5]: 在没有头车情况下, 当车间距 $\Delta x_j \rightarrow \infty$ 时, 第 j 辆车根本不可能加速, 而实际上是车辆加速达到它的期望速度. 因此, 在这些模型中, 车辆不可能适应前车状态的变化, 自适应与车间距相关的速度是为了安全的需要, 这个速度称为优化速度. Newell 跟驰模型克服了这些缺陷, 通过一定延迟时

间调整车速达到优化速度而又避免碰撞. Newell 跟驰模型如下:

$$v_n(t + \Delta t) = V_e(\Delta x_n), \quad (1)$$

其中 V_e 就是优化速度, Δt 是反应时间. Bando 等人于 1995 年提出如下的优化速度模型^[6]:

$$\frac{dv_n}{dt} = \frac{V_e(\Delta x_n(t)) - v_n}{\tau}, \quad (2)$$

其中 τ 是弛豫时间, 可以选取的优化速度 V_e 为

$$V_e(\Delta x_n) = \frac{v_{\max}}{2} \{ \tanh(\Delta x_n - h_c) + \tanh(h_c) \}, \quad (3)$$

v_{\max} 是最大速度, h_c 是安全间距. 优化速度模型得到的结果与实测的结果基本相符合.

交通流宏观模型始于 Lighthill 和 Whitham 以及 Richards 提出的 LWR 理论^[7,8]. 当所考虑的路段中没有车辆通过匝道出入时, 路段内车辆数保持不变; 交通流量 $Q(x, t) = \rho(x, t)u(x, t)$ ($u(x, t)$ 为车辆的平均速度) 对空间 x 的变化与车流密度 $\rho(x, t)$ 对时间 t 的变化可用如下连续性方程来描述:

$$\frac{\partial Q(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial Q(x, t)}{\partial x} = 0. \quad (4)$$

LWR 理论假设交通流流量满足如下的平衡关系:

$$Q(x, t) = Q_c(\rho(x, t)) \geq 0, \quad (5)$$

由此得到了基本图

$$Q_c(\rho) = \rho u_c(\rho), \quad (6)$$

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 19932020, 10147201, 10362001)资助的课题.

$u_e(\rho)$ 为平衡速度. LWR 模型是非常具有启发性意义的模型, 而且是非常复杂的激波理论的基础^[9]. 但是, 它不能解释“幽灵”阻塞或时停时走 (stop-and-go) 的现象, 这是由于 LWR 模型认为速度处处满足平衡关系 (5), 因此不能准确地描述非平衡条件下的交通流的状态. 为了解决这个问题, Payne 根据 Newell 跟驰模型的思想, 认为在某一密度下的车流, 经过一定延迟时间 τ 后, 其速度会达到一个平衡速度 u_e , 而在 (x, t) 位置上车流的速度应取决于前方某点 $(x + \Delta x, t)$ 位置上的密度值. 根据这一思想, 构造了平均速度 u 与 $\rho(x, t)$ 的关系^[10]

$$u(x, t + \tau) = u_e(\rho(x + \Delta x, t)), \quad (7)$$

左右分别对 t 和 Δx 作展开, 忽略高阶项, 得

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{\tau}(u - u_e(\rho)) - \frac{c_0^2}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x}, \quad (8)$$

其中右端第一项为调节项, 描述了车流速度到平衡速度的调整, 第二项为期望项, 反映驾驶员对前方交通状态改变的反应过程; τ 为车辆跟驰理论中的弛豫时间, c_0 为交通声速. Payne 模型不要求满足平衡关系, 允许有所偏离, 以更准确地描述交通流的非平衡状态. 将连续方程 (4) 和动力学方程 (8) 一起就构成了交通流的动力学模型. Nagatani 借鉴优化跟驰模型和动力学模型的思想, 认为交通流的流量可以进行优化, 达到最优状态, 提出了一个将交通流连续性方程离散化的模型——交通流格子模型^[11]. Nagatani 利用交通流格子模型研究了二维网格上的交通流^[12], 发现其结果具有类似于二维元胞自动机 BML 模型^[13]的结果. 随着车辆的密度增加到一定程度, 在自由运动交通与阻塞交通之间发生临界相变, 其中存在一个临界点, 该临界点随着向东行驶的车辆数的增加而减少, 阻塞相可以由 mKdV 方程的行波解描述. Nagatani 还将交通流格子模型应用于具有车辆交换的多车道交通, 所得到的结果都显示出自由运动到阻塞的交通相变^[14]. Nagatani 所研究的交通流格子模型仅仅考虑了最近邻车流的优化, 而没有计及次近邻车流的作用, 实际上前方车流往往对车流起到一种调整的作用. Herman 等人在实测中就观察到最近邻车辆和次近邻车辆对驾驶员有不同程度的影响, 从而提出了双倍视野 (double look-ahead) 跟驰模型^[15]. 车辆行驶过程中, 影响行驶的因素较多, 例如交通瓶颈、驾驶员反应时间等, 这样使得车辆行驶过程就具有一定的随机性, 因此, 文献 [16] 就提出了随机计及最近邻车辆和次近邻车辆的跟驰模型,

而且人们对考虑前、后车辆影响^[17, 18]和考虑相对速度^[19]的跟驰模型进行了研究, 结果均发现了交通相变.

本文在此基础上应用交通流格子模型的思想, 研究最近邻车流和次近邻车流的优化、前和后近邻车流的优化对当前车流的影响, 分别提出相应的一维交通流格子模型, 并对这样的交通流模型进行稳定性分析和非线性分析.

2. 交通流格子模型和稳定性分析

Herman 等人在实测中观察到行驶的驾驶员不仅关注前面车辆车间距的变化, 而且还注意到前方车辆行驶状态的改变对行车的影响. 这就是说, 最近邻车辆和次近邻车辆在不同程度地影响驾驶员, 而且还要考虑驾驶员的记忆性^[15]. 如果驾驶员观测到前方车辆减速, 驾驶员就意识到前面车辆将减速, 即使他的车间距还是很大, 他会通过期望速度, 使其减小. 如果驾驶员观测到前方车辆加速, 驾驶员就意识到前面车辆将加速, 即使他的车间距还是很小, 他会期望他的速度增加^[5]. 但是驾驶员对前方和前面车辆车间距变化关注程度是不一样的, 具有自己的随意性, 因此, 可以利用参数 p 来描述驾驶员对前方车流关注的程度. 从车流变化来看, 由于前方车流密度的变化, 最近邻车流和次近邻车流就具有不确定程度的影响, 也就是说, 车流变化不仅通过最近邻车流的调整, 而且还通过次近邻车流的调节, 特别是在车辆密集的情况下, 这种自适应调整过程尤为突出. 根据 Nagatani 交通流格子模型的思想^[11], 得出如下的模型

$$\partial_t \rho_j + \rho_0(\rho_j v_j - \rho_{j-1} v_{j-1}) = 0, \quad (9)$$

其中 $\partial_t = \frac{\partial}{\partial t}$, ρ_0 是车流总的平均密度, 格子平均尺度为 $\frac{1}{\rho_0}$, v_j , ρ_j 分别是 t 时刻位于第 j 个格点内的速度和密度, 这样就将一条连续的道路离散为一维格点链. 假定当前车流在 $t - \tau$ 时间内通过最近邻 $j + 1$ 格点内和次近邻 $j + 2$ 格点内的优化车流调整而达到的, 这类似于跟驰模型的思想^[5, 6]. 因此, 可以得

$$\rho_j(t) v_j(t) = \rho_0 V(\rho_{j+1}(t - \tau))(1 - p) + \rho_0 V(\rho_{j+2}(t - \tau))p, \quad (10a)$$

参数 p 表示驾驶员对前方车流关注程度是通过次近邻车辆的期望速度的调整进行的. 如果 p 小, 考虑前面车流作用变大; 如果 p 大, 考虑前方车流

作用程度大,而参数 $p \leq 1/2$, 否则不满足下面将讨论的稳定条件, 这种情况是过多的关注前方车流, 而较少考虑前面车流的变化, 这样会出现车辆碰撞事故. 实际上驾驶员主要关注前面车流的影响, 前方车流产生的小扰动就有可能通过前面车流放大, 作用到后续车流. 因此, 关注前方车流的变化势必增强车流的稳定性. 如果考虑前面车流和后面车流对当前车流的影响, 则当前车流在 $t - \tau$ 时间内通过如下车流的优化进行调整达到自适应的程度.

$$\rho_j(t)v_j(t) = \rho_0 \{ \mathcal{K}(\rho_{j+1}(t-\tau))(1-p) + \rho_0 \mathcal{K}(\rho_{j-1}(t-\tau))p \}, \quad (10b)$$

优化速度为^[11]

$$\mathcal{K}(\rho_j(t)) = \tanh\left(\frac{2}{\rho_0} - \frac{\rho_j(t)}{\rho_0^2} - \frac{1}{\rho_c}\right) + \tanh\left(\frac{1}{\rho_c}\right). \quad (11)$$

这个优化速度函数当 $\rho_0 = \rho_c$ 时, 有一个拐点 $\rho_j = \rho_c$. 将 (10a) 代入 (9) 式得

$$\partial_t \rho_j(t+\tau) + \rho_0^2 \{ \mathcal{K}(\rho_{j+1}) - \mathcal{K}(\rho_j) \} (1-p) + [\mathcal{K}(\rho_{j+2}) - \mathcal{K}(\rho_{j+1})] p \} = 0, \quad (12a)$$

其差分形式为

$$\rho_j(t+2\tau) = \rho_j(t+\tau) + \rho_0^2 \tau \{ \mathcal{K}(\rho_{j+1}) - \mathcal{K}(\rho_j) \} \times (1-p) + [\mathcal{K}(\rho_{j+2}) - \mathcal{K}(\rho_{j+1})] p \}. \quad (12b)$$

对 (12a) 式进行线性稳定性分析, 得到车流的稳定性条件.

考虑均匀分布的车流, 此时密度 ρ_0 和优化速度 $\mathcal{K}(\rho_0)$ 是常数, 车流处于定态的解为

$$\rho_j(t) = \rho_0, v_j(t) = \mathcal{K}(\rho_0). \quad (13)$$

施加一个小扰动 $y_j(t)$ 作用在车流处于均匀分布的定态上

$$\rho_j(t) = \rho_0 + y_j(t),$$

这样, 线性化方程 (12a) 就可以得

$$\partial_t y_j(t+\tau) + \rho_0^2 V'(\rho_0) \{ y_{j+1}(t) - y_j(t) \} \times (1-p) + [y_{j+2}(t) - y_{j+1}(t)] p \} = 0, \quad (14)$$

其中 $V'(\rho_0) = \left. \frac{d\mathcal{K}(\rho)}{d\rho} \right|_{\rho=\rho_0}$. 将方程 (14) 的 y_j 按傅里叶级数展开 $y_j \sim \exp(ikj + zt)$ 得

$$ze^{\tau z} + \rho_0^2 V'(\rho_0) \{ (e^{ik} - 1)(1-p) + e^{ik}(e^{ik} - 1)p \} = 0. \quad (15)$$

将参数 z 展开为 $z = z_1(ik) + z_2(ik)^2 + \dots$, 代入 (15) 式分别得到 ik 的第一和第二项

$$z_1 = -\rho_0^2 V'(\rho_0),$$

$$z_2 = -\left[\frac{1+2p}{2} + \rho_0^2 V'(\rho_0)\tau \right] \rho_0^2 V'(\rho_0). \quad (16)$$

如果 z_2 是负的, 那么对长波模式均匀分布的定态就不是稳定的; 当 z_2 是正值时, 均匀分布的定态就是稳定状态, 因此得到如下的稳定条件:

$$\rho_0^2 V'(\rho_0)\tau \geq -\frac{1+2p}{2}, \quad (17)$$

中性稳定线为

$$\rho_0^2 V'(\rho_0)\tau = -\frac{1+2p}{2}, \quad (18)$$

对长波模式的小扰动, 使均匀分布定态不稳定的条件为

$$\rho_0^2 V'(\rho_0)\tau < -\frac{1+2p}{2}, \quad (19a)$$

而差分方程的不稳定的条件为

$$\rho_0^2 V'(\rho_0)\tau < -\frac{1+2p}{3}. \quad (19b)$$

优化速度的导数 $V'(\rho_0)$ 在拐点 $\rho_c = \frac{1}{h_c}$ 有一个最小值, 因此, 如果 $\tau < \tau_c \left(\tau_c = -\frac{1+2p}{2\rho_c^2 V'(\rho_c)} = \frac{1+2p}{2} \right)$, 车流总是稳定, 而且存在临界点 $\tau = \tau_c$ 和 $\rho = \rho_c$. 同样地, 也可以得到考虑前面车流和后面车流时, 车流不稳定的条件为

$$\rho_0^2 V'(\rho_0)\tau < -\frac{1-4p}{2}, \quad (20a)$$

对其差分方程的不稳定的条件是

$$\rho_0^2 V'(\rho_0)\tau < -\frac{1-4p}{3}. \quad (20b)$$

将不稳定条件 (19a) (20a) 与文献 [11] 只考虑最近邻车流的不稳定条件相比, 考虑次近邻车流的稳定性得到增强, 而考虑前、后车流的稳定性反而比较差, 当 $p < 1/4$ 时, 在车流中出现稳定区域, 当 $p \geq 1/4$ 时, 在车流中就没有稳定区域. 从下面的数值模拟得到的相图就可以进一步证实这一点.

3. 非线性分析和 mKdV 方程

考虑交通流在粗粒化尺度上的长波模式, 描述长波模式的最简单方法就是长波展开, 研究在临界点 $\tau = \tau_c$ 和 $\rho = \rho_c$ 附近空间变量和时间变量的缓变行为^[11, 16], 对小参数 $\epsilon (0 < \epsilon \leq 1)$, 定义缓变量 X 和 T

$$X = \epsilon(j + bt), T = \epsilon^3 t, \quad (21)$$

b 是待定参数, 密度定义为

$$\rho_j = \rho_c + \varepsilon R(X, T). \quad (22)$$

利用 (21) 和 (22) 式, 将方程 (12a) 所有项展开到 ε 的 5 次项, 这样就得到非线性方程

$$\begin{aligned} & \varepsilon^2 (b + \rho_c^2 V') \partial_x R + \varepsilon^3 \left(b^2 \tau + \frac{\rho_c^2 V'}{2} \right. \\ & \left. + \rho_c^2 V' p \right) \partial_x^2 R + \varepsilon^4 \left[\partial_T R + \left(\frac{b^3 \tau^2}{2} \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\rho_c^2 V'}{6} + p \rho_c^2 V' \right) \partial_x^3 R + \frac{\rho_c^2 V'''}{6} \partial_x R^3 \right] \\ & + \varepsilon^5 \left[2b\tau \partial_T \partial_x R + \left(\frac{b^4 \tau^3}{6} + \frac{1+14p}{24} \right. \right. \\ & \left. \left. \times \rho_c^2 V' \right) \partial_x^4 R + \frac{1+2p}{12} \rho_c^2 V'' \partial_x^2 R^3 \right] = 0, \quad (23) \end{aligned}$$

其中

$$V'(\rho_c) = \left. \frac{dV(\rho)}{d\rho} \right|_{\rho=\rho_c}$$

和

$$V'''(\rho_c) = \left. \frac{d^3 V(\rho)}{d\rho^3} \right|_{\rho=\rho_c}.$$

当取 $b = -\rho_c^2 V'$ 时, 方程 (23) 中 ε 的 2 次项系数为零. 考虑在临界点 $\tau = \tau_c$ 和 $\rho = \rho_c$ 附近

$$\frac{\tau}{\tau_c} = 1 + \varepsilon^2, \quad (24)$$

其中 $\tau_c = -\frac{1+2p}{2\rho_c^2 V'}$. 这样方程 (23) 可写为

$$\begin{aligned} \varepsilon^4 \partial_T R &= -\varepsilon^4 \left[\frac{12p^2 - 12p - 1}{24} (-\rho_c^2 V') \partial_x^3 R \right. \\ & \left. + \frac{\rho_c^2 V'''}{6} \partial_x R^3 \right] - \varepsilon^3 \frac{(-\rho_c^2 V')}{2} \\ & \times [-2\rho_c^2 V' \tau - (1+2p)] \partial_x^2 R \\ & + \varepsilon^5 \left[\frac{1+26p+28p^2-40p^3}{48} \right. \\ & \left. \times (-\rho_c^2 V') \partial_x^4 R + \frac{1+2p}{12} \rho_c^2 V'' \partial_x^2 R^3 \right]. \quad (25) \end{aligned}$$

为了得到规则的方程, 进行如下的变换:

$$\begin{aligned} T' &= -\frac{12p^2 - 12p - 1}{24} (-\rho_c^2 V') T, \\ R &= \left[-\frac{12p^2 - 12p - 1}{4\rho_c^2 V''} (-\rho_c^2 V') \right]^{\frac{1}{2}} R', \quad (26) \end{aligned}$$

其中

$$12p^2 - 12p - 1 < 0. \quad (27)$$

方程 (25) 简化为

$$\begin{aligned} \partial_{T'} R' &= \partial_x^3 R' - \partial_x R'^3 - \varepsilon \left[12C_1 \partial_x^2 R' \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} C_2 \partial_x^4 R' - \frac{1}{2} C_3 \partial_x^2 R'^3 \right], \quad (28) \end{aligned}$$

其中各项系数为

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{1+2p}{12p^2 - 12p - 1}, \\ C_2 &= \frac{1+26p+28p^2-40p^3}{12p^2 - 12p - 1}, \\ C_3 &= 1+2p. \end{aligned}$$

忽略 (28) 式中 $O(\varepsilon)$ 项, 所得的方程正好是 mKdV 方程, 其 kink 解为

$$R'_0(X, T') = \sqrt{c} \tanh \sqrt{\frac{c}{2}} (X - cT'). \quad (29)$$

只有当 $0 \leq p < 1$ 和方程 (27) 满足时, kink 解才存在. kink 解存在的条件为 $0 \leq p < 1$, 假设 $R'(X, T') = R'_0(X, T') + \varepsilon R'_1(X, T')$, 为了确定 kink 解的传播速度 c , 它必须满足可解性条件^[16]

$$(R'_0, \mathcal{M}[R'_0]) \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} dX R'_0 \mathcal{M}[R'_0], \quad (30)$$

其中

$$\mathcal{M}[R'_0] = 12C_1 \partial_x^2 R' + \frac{1}{2} C_2 \partial_x^4 R' - \frac{1}{2} C_3 \partial_x^2 R'^3.$$

通过 (30) 式的积分, 选取的参数 c 为

$$c = \frac{12(1+2p)}{5+58p+56p^2-80p^3}. \quad (31)$$

所以

$$\begin{aligned} R &= \left[-\frac{3(12p^2 - 12p - 1)(1+2p)}{5+58p+56p^2-80p^3} \frac{(-\rho_c^2 V')}{\rho_c^2 V''} \right]^{\frac{1}{2}} \\ & \times \tanh \sqrt{\frac{6(1+2p)}{5+58p+56p^2-80p^3}} \\ & \times \left[X + \frac{5(1+2p)(12p^2 - 12p - 1)}{5+58p+56p^2-80p^3} (-\rho_c^2 V') T \right]. \quad (32) \end{aligned}$$

因此, 就可以得到模型 (12a) 的解

$$\rho_f(t) = \rho_c \pm \left[-\frac{3(12p^2 - 12p - 1)(1+2p)}{5+58p+56p^2-80p^3} \frac{(-\rho_c^2 V')}{\rho_c^2 V''} \right]^{\frac{1}{2}} \tanh \sqrt{\frac{6(1+2p)}{5+58p+56p^2-80p^3}} \left(\frac{\tau}{\tau_c} - 1 \right)$$

$$\times \left\{ j + \left[1 + \frac{5(1 + 2p)(12p^2 - 12p - 1)}{5 + 58p + 56p^2 - 80p^3} \left(\frac{\tau}{\tau_c} - 1 \right) \right] (-\rho_c^2 V) t \right\}. \quad (33)$$

当 $p = 0$ 时, 可以从(33)式得

$$\rho_j(t) = \rho_c \pm \left[\frac{(-\rho_c^2 V)}{\rho_c^2 V} \right]^{\frac{1}{2}} \times \tanh \sqrt{12 \left(\frac{\tau}{\tau_c} - 1 \right) \left[j - \left(\frac{\tau}{\tau_c} - 2 \right) (-\rho_c^2 V) t \right]}. \quad (34)$$

解(34)与文献[11]的解一致, 即没有考虑次近邻车流的影响。

4. 数值模拟

为了便于数值模拟, 以差分方程(12b)进行数值模拟, 由方程(33)可以分析 $\rho_j(t)$ 和 τ 之间的关系为

$$\tau = \frac{5 + 58p + 56p^2 - 80p^3}{45(1 + 12p - 12p^2)} \times (\rho_j(t) - \rho_c)^2 + \frac{1 + 2p}{3}. \quad (35)$$

这样, 由方程(12b)进行数值模拟, 其结果由方程(35)进行验证, 初始条件是 $\rho_j = \rho_0 = \rho_c = 0.2$, 系统大小 $L = 100$, 在 49, 50 格子上有一小扰动, 使得 $\rho_{L/2-1} = 0.3, \rho_{L/2} = 0.1$, 采用周期边界条件. 如图 1

(a) 得到数值模拟结果和解析结果的相图, 这个相图类似于气—液相变的相图^[20], 曲线顶点为临界点, 由图可以看出, 数值模拟结果和解析结果比较相符. 而且可以发现稳定区域与参数 p 有关, 当 p 增大时, 稳定区域随之增加, 而不稳定范围被压缩. 这与前面稳定性分析得到的结论是相符的. 但是如果考虑前面车流和后面车流对当前车流的影响, 可以通过方程(9)和方程(10b)得到的差分方程进行数值模拟, 得到相图(图1(b)). 从图可以看出, 稳定区域比只考虑最近邻域 ($p = 0$) 车流影响的要小, 当 p 增大时, 稳定区域被压缩, 当 $p = 0.25$ 时, 不稳定区域扩展趋于无限大的区域, 这意味着过多地关注后面车流的影响, 一定的扰动将会引起车流不稳定, 导致阻塞. 这与考虑前、后车流影响得到的不稳定性判据的结论是相符的. 在实际交通中, 驾驶员更多地关注前方车流的变化, 而很少关注后面车流的影响, 在阻塞相前车流是稳定的, 其他区域均是不稳定, 这表明交通系统具有各向异性的不对称性^[20]. 这样的特性与气—液相变的特性是不一样的, 在气—液相变中, 整个界面要么是稳定的, 要么不稳定^[21].

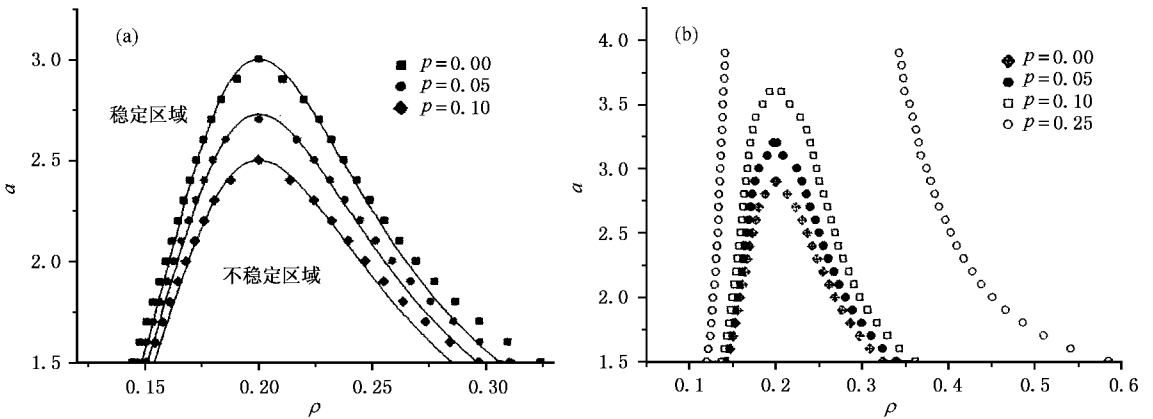


图 1 数值模拟以及解析解得到的相图 ($a = 1/\tau$), 其中连续曲线是解析解, 离散点是模拟结果. (a) 考虑次近邻车流的情形 (b) 考虑前、后车流的情形

[1] Chowdhury D, Santen L and Schreckenberg A 2000 *Phys. Rept.* **329**

199

[2] Kerner B S and Rehborn H 1996 *Phys. Rev. E* **53** R1297

[3] Krauss S 1998 *Microscopic modeling of traffic flow: investigation of collision free vehicle dynamics* Dissertation DLR-Forschungsbereich

98-08 Köln

- [4] Nagatani T 1998 *Phys. Rev. E* **58** 4271
- [5] Helbing D 2001 *Rev. Mod. Phys.* **73** 1076
- [6] Bando M *et al* 1995 *Phys. Rev. E* **51** 1035
- [7] Lighthill M J and Whitham G B 1955 *Proc. Roy. Soc. A* **229** 281
- [8] Richards P I 1956 *Operations Research* **4** 42
- [9] Whitham G B 1974 *Linear and Nonlinear Waves*(New York :John Wiley) p65
- [10] Payne H J 1971 *Models of freeway traffic and control in Mathematical Methods of Public Systems*(ed. By Bekey ,G. A.) (1) 51
- [11] Nagatani T 1999 *Physica* **264**(3 - 4) 581
- [12] Nagatani T 1999 *Phys. Rev. E* **59** 4857
- [13] Biham O , Middleton A A and Levine D A 1992 *Phys. Rev. A* **46** R6124
- [14] Nagatani T 1999 *Physica A* **265** 297
- [15] Herman *et al* 1959 *Opns. Rec.* **7** 86
- [16] Sawada S 2001 *J. Phys. A* **34** 11253
- [17] Nakayama A , Sugiyama Y and Hasebe K 2001 *Phys. Rev. E* **65** 016112
- [18] Hayakawa H and Nakanishi K 1998 *Phys. Rev. E* **57** 3839
- [19] Xue Y *et al* 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 492 in Chinese [薛 郁等 2002 物理学报 **51** 492
- [20] Jost D 2002 Breakdown and recovery in traffic flow models , Master 's thesis ETH Zurich Switzerland
- [21] Landau L D and Lifshitz E M 1999 *Statistical Physics* part 1(Third Edition) Reprinted by Beijing World Publishing Corporation by arrangement with Butter-Heinemann(A Division of Reed Educational and Professional Publishing Ltd.)

Lattice models of the optimal traffic current^{*}

Xue Yu

(Department of Physics , Guangxi University , Nanning 530004 , China)

(Shanghai Institute of Applied Mathematics and Mechanics , Shanghai University , Shanghai 200072 , China)

(Received 7 March 2003 ; revised manuscript received 17 April 2003)

Abstract

Based on the lattice model of traffic flow , the lattice models which consider the next-nearest-neighbour flow on traffic and pay attention to the following vehicle as well as the preceding vehicle are presented , respectively . The stability criterion is derived by the linear stability analysis . The evolution of density wave has been investigated analytically with the perturbation method . The results show that the occurrence of traffic jamming transitions is described by the kink solution of the modified KdV equation . The theoretical results are in good agreement with the simulation . Moreover , the simulation indicates that the lattice models considering the next-nearest-neighbour interaction can stabilize the traffic flow , but the other model is just in opposition to the former model .

Keywords : traffic flow , phase transition in traffic , stability criterion , modified KdV equation

PACC : 0550 , 0520 , 6470

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 19932020 , 10147201 and 10362001) .