

耦合映像格子中时空混沌的状态反馈控制*

蒋品群 汪秉宏† 夏清华 卜寿亮

(中国科学技术大学近代物理系, 合肥 230026)

(2003 年 10 月 22 日收到 2004 年 2 月 18 日收到修改稿)

利用状态反馈的方法, 实现了耦合映像格子中时空混沌的稳定控制. 反馈方式可以是没有延迟的, 也可以是有延迟的. 控制方式可以是连续的, 也可以是脉冲的. 数值模拟结果证明了状态反馈方法的有效性.

关键词: 耦合映像格子, 时空混沌, 状态反馈控制

PACC: 0545

1. 引言

近年来, 随着低维系统中时间混沌控制研究的不断深入, 高维时空混沌系统的控制成为人们关注的焦点^[1-14]. 这是因为大量的实际系统是具有时间和空间结构的时空混沌系统, 时空混沌控制的研究具有更重要的理论意义和应用前景. 强流离子束的束晕-混沌是极其复杂的时空混沌, 它的有效控制已成为应用中最关键的问题之一^[2-4]. 时空混沌控制的研究可为湍流的控制提供极为有益的准备, 也可开发它无比丰富的状态资源创造条件. 混沌序列在信息处理中有广泛的应用, 如果将时空混沌系统设计成信息处理的综合设备, 通过时空混沌控制, 使大量的信息处理器协调和并行地进行信息操作, 就可大大提高信息处理的效率^[15].

2. 控制模型和控制方法

大多数时空系统的时间、空间和状态变量是连续的, 适于用偏微分方程来描述, 无论是进行理论分析还是数值计算, 都比较复杂, 而且运算量也大. 一种有效的方法是将时间和空间变量离散化, 但状态变量仍保持连续, 既能克服上述缺点, 又能从本质上显示出系统的复杂时空特性, 这就是耦合映像格子(CML)模型^[16], 它已成为研究时空混沌的强有力的工具.

应用最广泛的 CML 模型是最近邻对称耦合的映像格子

$$\begin{aligned} x_{n+1}(i) &= F[f(x_n(i-1)), f(x_n(i)), f(x_n(i+1))]) \\ &= (1-2\varepsilon)f(x_n(i)) + \varepsilon[f(x_n(i+1)) \\ &\quad + f(x_n(i-1))], \quad i = 1, 2, \dots, L, \end{aligned} \quad (1)$$

式中 x 为系统的状态变量, n 为离散化的时间变量, i 为映像格子的空间坐标, L 为系统的空间尺寸, 且 n, i, L 均为整数, ε 为耦合强度, $f(x)$ 表示映像的局域动力学, 这里取为一维 Logistic 映像

$$f(x) = 1 - \mu x^2, \quad (2)$$

式中 $x \in [-1, 1]$ 为状态变量, $\mu \in (0, 2)$ 为系统参数, 表示非线性强度, 该映像, 在 $\mu = 0.75$ 处发生第一次倍周期分岔, $\mu = 1.401155518909205$ 处进入混沌. 为了便于分析计算, 这里取周期性边界条件, 即 $x_n(i+L) = x_n(i)$.

对系统 (1) 采用如下的控制策略:

$$\begin{aligned} x_{n+1}(i) &= F[f(x_n(i-1)), f(x_n(i)), f(x_n(i+1))]) \\ &\quad + \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{L-1} \delta(n-jN) \\ &\quad \times \delta(i-1-k-1)g_n(i), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\delta(t) = \begin{cases} 1 & t=0, \\ 0 & t \neq 0. \end{cases}$$

用于选择控制的时刻和格子, N 和 l 为整数, N 为相邻两个控制时刻的时间间隔, 当 $N=1$ 时, 每步迭代都加入控制, 即控制方式是连续的; 当 $N>1$ 时, 控制方式是脉冲的. l 为相邻两个控制点之间的空间

*国家重点基础研究发展规划专项经费、国家自然科学基金(批准号:70271070)及高等学校博士学科点专项科研基金(批准号:SRFDP20020358009)资助的课题.

† E-mail: bhwang@ustc.edu.cn

距离 $I=1$ 表示控制信号加入到每一个映像格子上; $I>1$ 表示控制信号加入到每 I 个映像格子的第一个格子上,即加入到每隔 $I-1$ 个映像格子的一个格子上.控制信号 $g_n(i)$ 的形式为

$$g_n(i) = \alpha \{ F(x_{n-M}(i-1), x_{n-M}(i), x_{n-M}(i+1)) - F(x_n(i-1)), f(x_n(i)), f(x_n(i+1))) \}, \quad (4)$$

式中 $0 < \alpha < 1$ 为控制强度, M 为整数,它的值决定反馈变量是否延迟, $M=0$ 为不延迟; $M>0$ 为延迟.对于非线性强度 μ 和耦合强度 ϵ 一定的系统,适当选取 α 并调整 N, I 和 M ,可实现 CML 系统中时空混沌的有效控制.

3. 数值模拟结果

图 1 为不加控制时系统的时空行为发展图,这

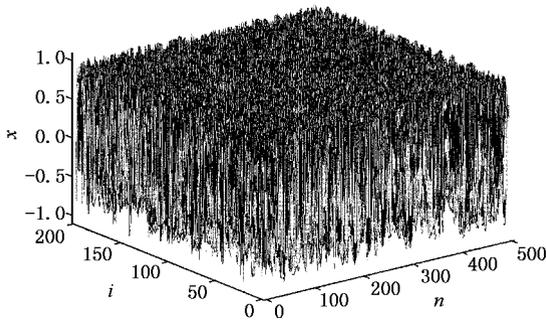


图 1 不加控制时系统的时空行为发展图($\mu=2.0, \epsilon=0.4$)

时的非线性强度 $\mu=2.0$,是最强的,从图中可以看到,系统在时间和空间上明显都是混沌的.部分典型的控制结果如表 1 所示.图 2 中的均匀是指同一时刻不同的空间格子具有相同的状态,定态是指同一个空间格子在不同的时刻具有相同的状态.图 3—9 中空间状态图的横坐标为空间各个映像格子,纵坐标为各个映像格子在最后时刻的状态变量.图 10 表明本控制方法对局部控制也有效,这里的局部控制是指对空间相邻的极小部分映像格子进行控制,这在某些情况下是特别需要的.另外,我们采用反馈没有延迟($M=0$)连续方式($N=1$)控制强非线性($\mu=2.0$)弱耦合($\epsilon=0.15, 0.13, 0.12$)系统也得到了空间非均匀时间分别为 2, 4, 8 周期的结果($I=2$),图形与图 3—5 相似,这里就不再给出了.在本文的数值模拟中,所有初始值均为 $[-1, 1]$ 区间上均匀分布的随机数,自由演化 200 步以后加入控制.

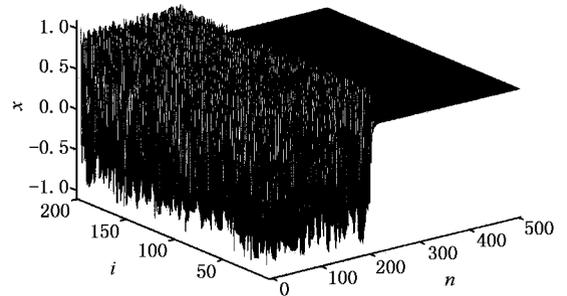


图 2 反馈没有延迟、连续方式控制得到的均匀定态的结果 ($\mu=2.0, \epsilon=0.4, \alpha=0.6, N=1, I=2, M=0$)

表 1 部分典型的控制结果

| 序号 | 非线性强度 μ | 耦合强度 ϵ | 控制强度 α | 反馈方式 | 控制方式 | 控制结果 | |
|-----|-------------|-----------------|---------------|------|------|------|------|
| | | | | | | 空间 | 时间 |
| 图 2 | 2.0 | 0.4 | 0.6 | 不延迟 | 连续 | 均匀 | 定态 |
| 图 3 | 2.0 | 0.4 | 0.4 | 不延迟 | 连续 | 非均匀 | 2 周期 |
| 图 4 | 2.0 | 0.4 | 0.3 | 不延迟 | 连续 | 非均匀 | 4 周期 |
| 图 5 | 2.0 | 0.4 | 0.27 | 不延迟 | 连续 | 非均匀 | 8 周期 |
| 图 6 | 1.8 | 0.3 | 0.9 | 延迟 | 脉冲 | 非均匀 | 2 周期 |
| 图 7 | 1.8 | 0.25 | 0.8 | 延迟 | 脉冲 | 非均匀 | 4 周期 |
| 图 8 | 1.44 | 0.15 | 0.9 | 延迟 | 脉冲 | 非均匀 | 8 周期 |
| 图 9 | 1.9 | 0.3 | 0.9 | 不延迟 | 脉冲 | 2 周期 | 2 周期 |

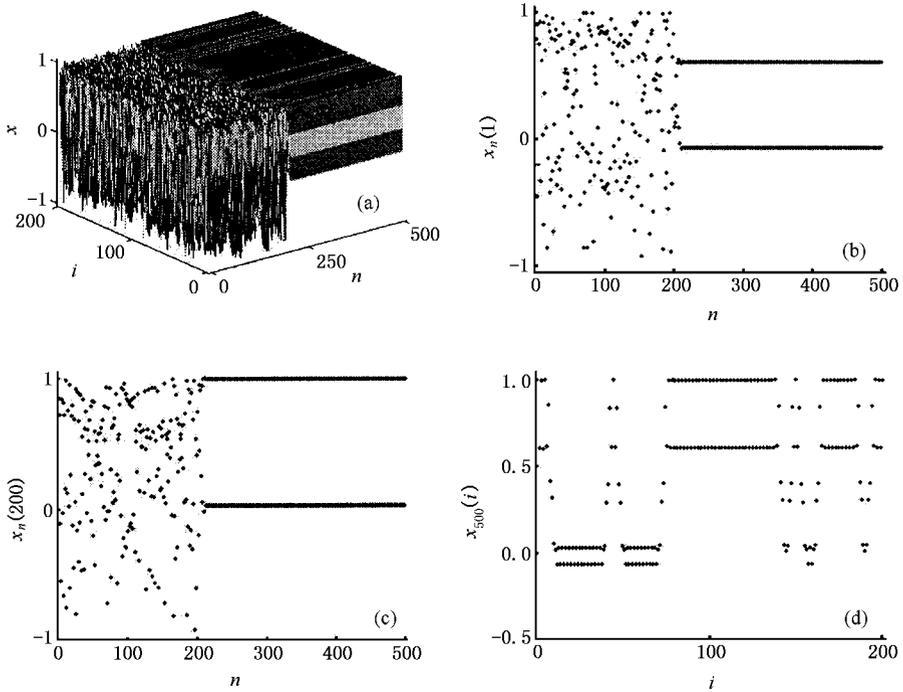


图3 反馈没有延迟、连续方式控制得到的空间非均匀时间2周期的结果($\mu=2.0, \epsilon=0.4, \alpha=0.4, N=1, I=2, M=0$) (a)时空行为发展图 (b)第1个映像格子的状态随时间的演化图 (c)第200个映像格子的状态随时间的演化图 (d)最后时刻的空间状态图

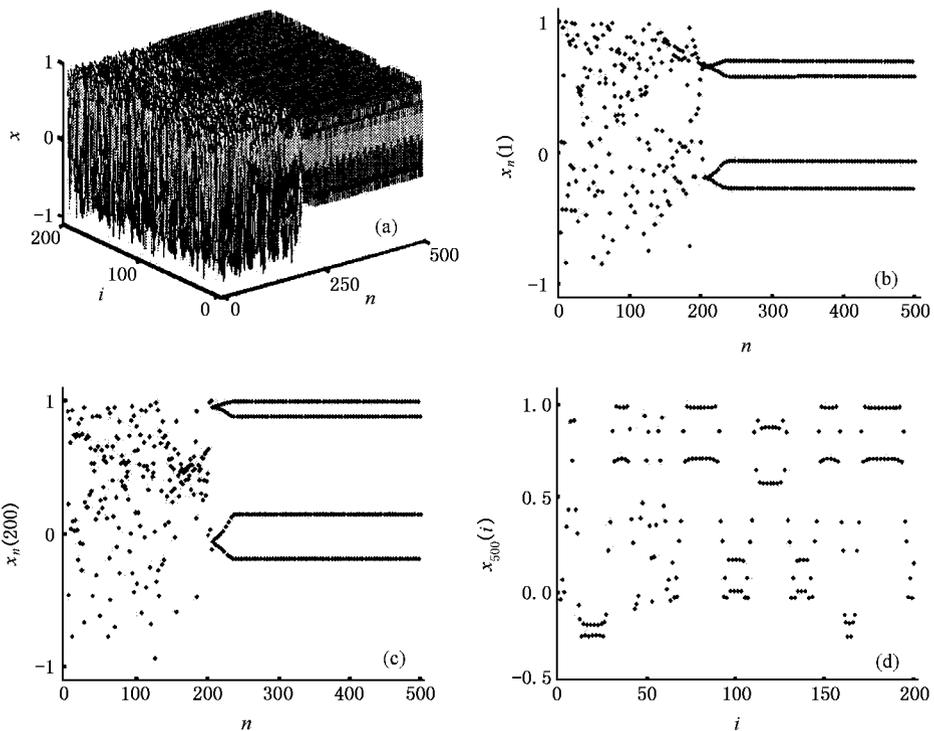


图4 反馈没有延迟、连续方式控制得到的空间非均匀时间4周期的结果($\mu=2.0, \epsilon=0.4, \alpha=0.3, N=1, I=2, M=0$) (a)时空行为发展图 (b)第1个映像格子的状态随时间的演化图 (c)第200个映像格子的状态随时间的演化图 (d)最后时刻的空间状态图

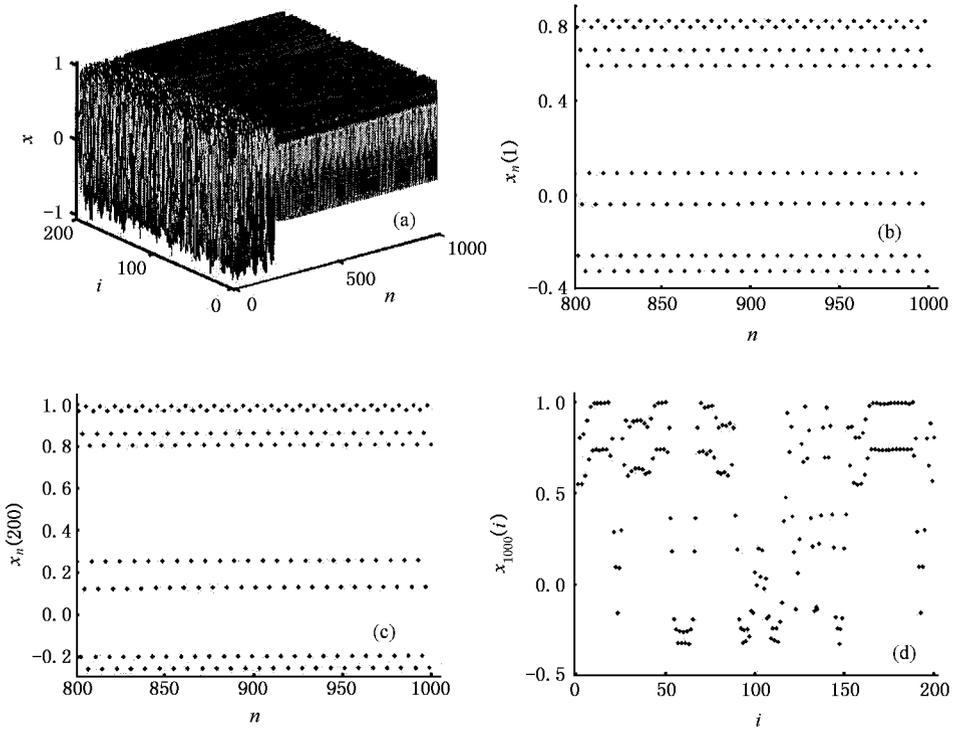


图5 反馈没有延迟、连续方式控制得到的空间非均匀时间8周期的结果 ($\mu = 2.0, \epsilon = 0.4, \alpha = 0.27, N = 1, I = 2, M = 0$) (a)时空行为发展图 (b)第1个映像格子的状态随时间的演化图 (c)第200个映像格子的状态随时间的演化图 (d)最后时刻的空间状态图

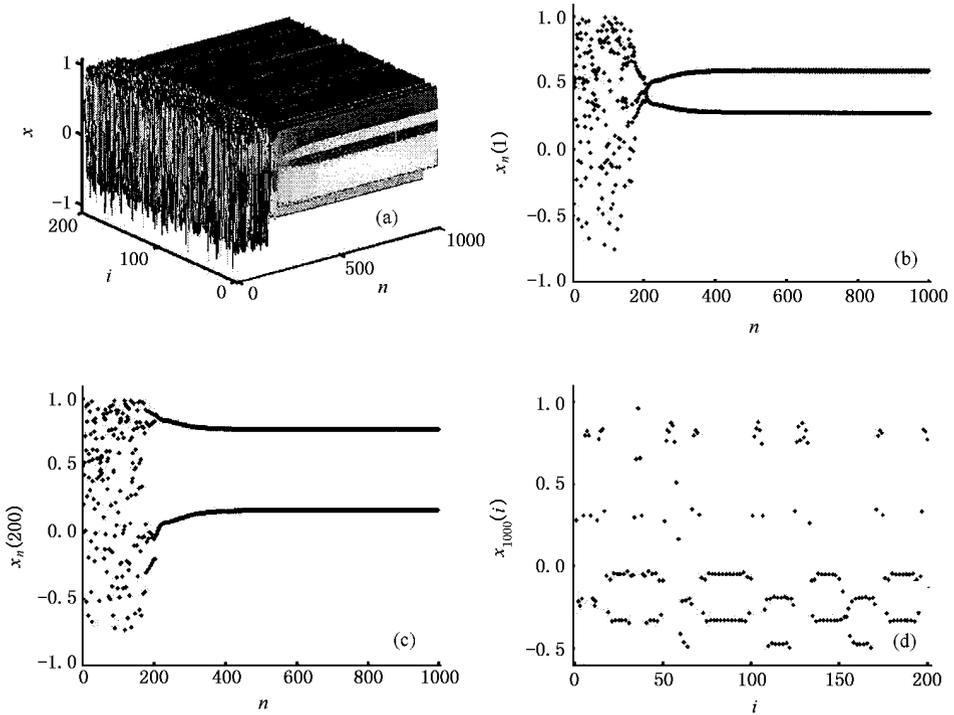


图6 延迟反馈、脉冲方式控制得到的空间非均匀时间2周期的结果 ($\mu = 1.8, \epsilon = 0.3, \alpha = 0.9, N = 2, I = 2, M = 1$) (a)时空行为发展图, (b)第1个映像格子的状态随时间的演化图 (c)第200个映像格子的状态随时间的演化图 (d)最后时刻的空间状态图

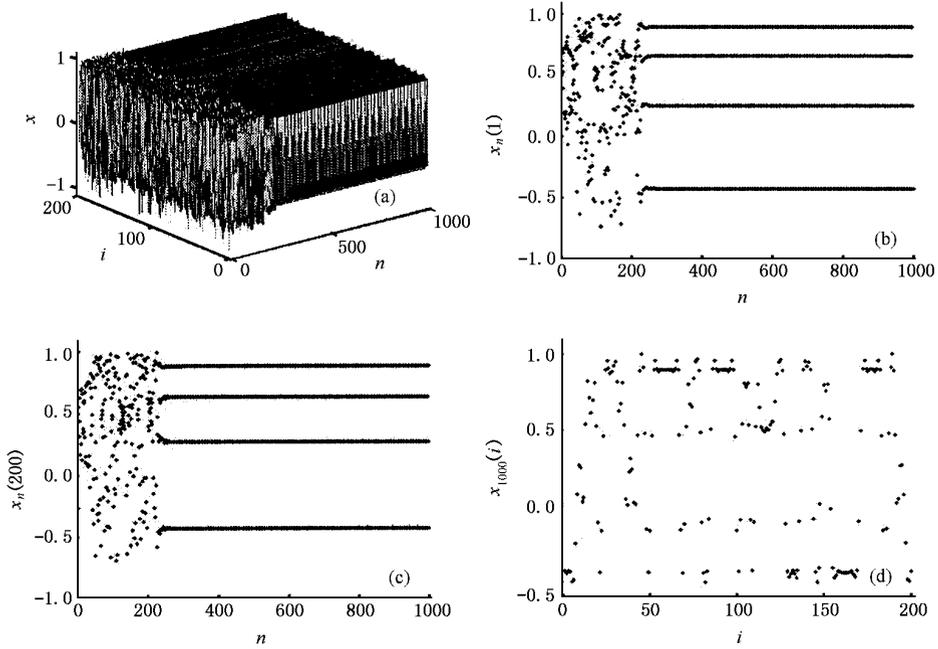


图 7 延迟反馈、脉冲方式控制得到的空间非均匀时间 4 周期的结果 ($\mu = 1.8, \varepsilon = 0.25, \alpha = 0.8, N = 4, I = 2, M = 3$) (a) 时空行为发展图 (b) 第 1 个映像格子的状态随时间的演化图 (c) 第 200 个映像格子的状态随时间的演化图 (d) 最后时刻的空间状态图

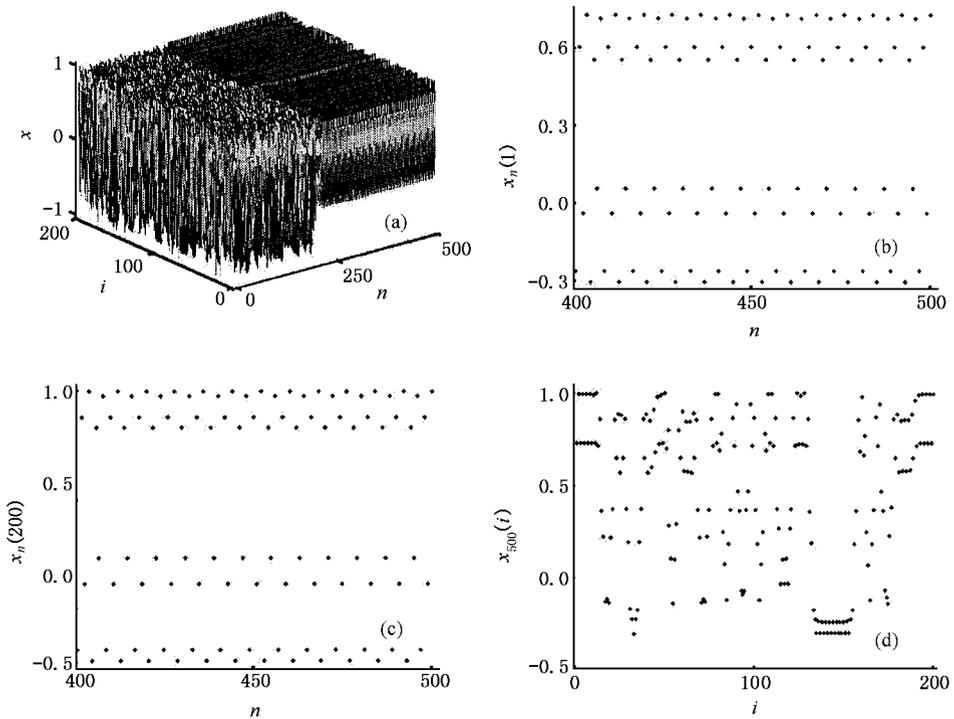


图 8 延迟反馈、脉冲方式控制得到的空间非均匀时间 8 周期的结果 ($\mu = 1.44, \varepsilon = 0.15, \alpha = 0.9, N = 8, I = 2, M = 7$) (a) 时空行为发展图 (b) 第 1 个映像格子的状态随时间的演化图 (c) 第 200 个映像格子的状态随时间的演化图 (d) 最后时刻的空间状态图

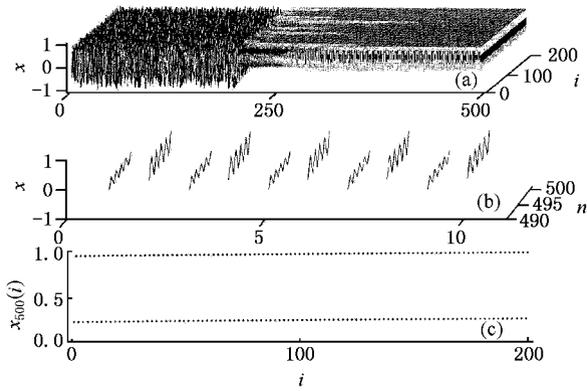


图9 反馈没有延迟、脉冲方式控制得到的时间空间都是2周期的结果 ($\mu = 1.9, \epsilon = 0.3, \alpha = 0.9, N = 2, I = 2, M = 0$) (a)时空行为发展图 (b)第1—10个映像格子在最后10个时刻的状态随时间的演化图 (c)最后时刻的空间状态图

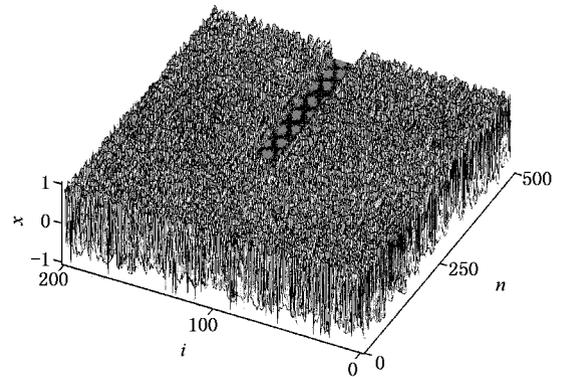


图10 反馈没有延迟、连续方式控制第100—120个映像格子得到的结果 ($\mu = 2.0, \epsilon = 0.4, \alpha = 0.6, N = 1, M = 0$)

4. 结论与讨论

上面给出的数值模拟结果充分证实了本控制方法的有效性。从上面给出的数值模拟结果可以看出，在系统参数 μ, ϵ 和控制参数 N, I, M 相同的条件下，随着控制强度 α 的减弱，控制得到的周期越来越高，在非线性和耦合强度 μ 和控制参数 α, N, I, M 相同的条件下，随着耦合强度 ϵ 的减弱，控制得到的周

期也越来越高，这可为实际应用提供参考。从上面给出的数值模拟结果也可以看出，本控制方法非常灵活，反馈方式、控制方式以及控制强度的不同搭配，可以达到不同的控制目标，这在实际应用中也是非常需要的。本控制方法的机理是通过对部分空间点加以控制，将这些被控点驱动到目标态附近，通过空间耦合将其他未控制的空间点也带到目标态从而最终实现时空混沌的控制，这就是局域控制方法^[15]。

- [1] Fang J Q and Ali M K 1998 *Discrete Dynamics in Nature and Society* **1** 283
- [2] Fang J Q, Gao Y and Weng J Q 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 435 (in Chinese) [方锦清、高远、翁甲强 2001 物理学报 **50** 435]
- [3] Fang J Q, Chen G R and Hong Y G 2001 *Progress in Natural Science* **11** 113 (in Chinese) [方锦清、陈关荣、洪奕光 2001 自然科学进展 **11** 113]
- [4] Gao Y, Weng J Q, Fang J Q and Luo X S 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 1440 (in Chinese) [高远、翁甲强、方锦清、罗晓曙 2001 物理学报 **50** 1440]
- [5] Luo X S and Fang J Q 2000 *Chin. Phys.* **9** 333
- [6] Luo X S and Wang B H 2001 *Atomic Energy Science and Technology* **35** 65 (in Chinese) [罗晓曙、汪秉宏 2001 原子能科学技术 **35** 56]
- [7] Hu G and Qu Z L 1994 *Phys. Rev. Lett.* **72** 68
- [8] Hu G, Xiao J H and Gao J H 2000 *Phys. Rev. E* **62** R3403
- [9] Gao J H, Wang X G and Hu G 2001 *Phys. Lett. A* **283** 342
- [10] Zhang X and Shen K 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 624 (in Chinese) [张旭、沈柯 2001 物理学报 **50** 624]
- [11] Zhang X and Shen K 2001 *Phys. Rev. E* **63** 046212
- [12] Zhang X and Shen K 2002 *Phys. Lett. A* **299** 159
- [13] Wang P Y and Xie P 2000 *Phys. Rev. E* **61** 5120
- [14] Xue Y J and Feng R P 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 440 (in Chinese) [薛月菊、冯汝鹏 2001 物理学报 **50** 440]
- [15] Hu G, Xiao J H and Zheng Z G 2000 *Chaos Control* (Shanghai: Shanghai Scientific and Technological Education Publishing House) p115 (in Chinese) [胡岗、萧井华、郑志刚 2000 混沌控制 上海:上海科技教育出版社 第115页]
- [16] Yang W M 1994 *Spatiotemporal Chaos and Coupled Map Lattices* (Shanghai: Shanghai Scientific and Technological Education Publishing House) p15 (in Chinese) [杨维明 1994 时空混沌和耦合映像格子(上海:上海科技教育出版社 第15页)]

Control of spatio-temporal chaos in coupled map lattices by state feedback^{*}

Jiang Pin-Qun Wang Bing-Hong Xia Qing-Hua Bu Shou-Liang

(*Department of Modern Physics , University of Science and Technology of China , Hefei 230026 ,China*)

(Received 22 October 2003 ; revised manuscript received 18 February 2004)

Abstract

In this paper , the stable control of spatio-temporal chaos in coupled map lattices is realized by state feedback method. The feedback mode can be either delayed or without delay. The control mode can be either continuous or pulsate. The numerical simulation results demonstrate that this method is an effective one.

Keywords : coupled map lattices , spatio-temporal chaos , state feedback controlling

PACC : 0545

^{*} Project supported by the State Key Development Programme for Basic Research of China ,the National Natural Science Foundation of China(Grant No. 70271070) , and the Doctoral Fund from the Ministry of Education of China(Grant No. SRFDP 20020358009).