

基于模糊模型的混沌时间序列预测*

王宏伟¹⁾ 马广富²⁾

¹⁾ 青岛海尔技术中心, 青岛 266101)

²⁾ 哈尔滨工业大学控制工程系, 哈尔滨 150001)

(2003 年 12 月 2 日收到 2004 年 1 月 9 日收到修改稿)

对于复杂、病态、非线性动态系统, 基于模糊集合的模糊模型, 利用模糊推理规则描述动态系统的特性, 是一种有效方法. 讨论了利用模糊建模方法实现非线性系统的建模和预测. 首先, 利用在线模糊竞争学习方法划分输入变量的模糊输入空间, 然后利用卡尔曼滤波算法估计模糊模型的参数. 采用该方法对 Mackey-Glass 混沌时间序列进行预测试验, 结果表明利用本方法可以在线或者离线能对 Mackey-Glass 混沌时间序列进行准确预测, 证明了本方法的有效性.

关键词: 模糊竞争学习, 混沌时间序列, 卡尔曼滤波

PACC: 0545

1. 引 言

对于复杂、病态、非线性动态系统, 基于模糊集合的模糊模型, 利用模糊推理规则描述动态系统的特性, 是一种有效方法. 自文献[1]建立的 Takagi-Sugeno(T-S)模型以来, 许多关于建模和控制的模糊模型得到发展. 这些从 T-S 模型发展来的模糊模型, 其全局模型的输出通过局部模型输出的重心非模糊化获得. 这些函数的规则模型能够解析地描述模糊系统的输入输出关系^[2-6].

非线性混沌模型的研究是当今热门话题, Li 等运用自适应方法对几类混沌系统进行了有效控制和识别^[7-9]. 张家树等采用少参数二阶 Volterra 滤波器及自适应高阶非线性滤波等方法对混沌时间序列进行了预测研究^[10]. 本文提出了一种基于模糊模型的混沌时间序列预测方法. 模糊竞争学习原理是“胜者为王”的原则. 基于模糊竞争学习方法, 提出了自适应模糊推理来预测非线性系统, 利用卡尔曼滤波算法辨识结论参数. 采用本文方法对 Mackey-Glass 混沌时间序列进行预测试验, 结果证明了该系统的有效性.

2. 模糊模型的描述

在这部分里, 考虑一个多输入多输出系统 $P(U, Y)$, $U \in R^m$, $Y \in R^q$. 对于多输入多输出系统, 可以把它分解为 q 个多输入单输出系统. 因此, 这里讨论多输入单输出系统.

$$R^i \text{ 如果 } z \text{ 为 } \bar{z}_i, r_i | \bar{z}_1, \bar{z}_2, \dots, \bar{z}_c, \quad (1a)$$

则

$$\hat{z}^T y^j = \hat{z}^T \theta_i, \quad i = 1, 2, \dots, c,$$

$$\hat{y} = \frac{\sum_{i=1}^c \mu_i y^j}{\sum_{i=1}^c \mu_i} = \sum_{i=1}^c \beta_i y^j, \quad \frac{\mu_i}{\sum_{i=1}^c \mu_i} = \beta_i,$$

$$\mu_i = \begin{cases} 1 - \frac{\|z - \bar{z}_i\|}{r_i} & \|z - \bar{z}_i\| \leq r_i, \\ 0 & \|z - \bar{z}_i\| > r_i, \end{cases} \quad (1b)$$

式中 R^i 是第 i 条规则; z 是输入向量, $z = (x_1, x_2, \dots, x_m)^T$; \bar{z}_i 是第 i 个中心向量, $\bar{z}_i = (\bar{x}_{i1}, \bar{x}_{i2}, \dots, \bar{x}_{im})^T$ ($i = 1, 2, \dots, c$); r_i 是相应输入区域的半径; y^j 是第 j 条规则的局部输出; \hat{z} 是结论部分的输入向量, $\hat{z} = (1, x_1, x_2, \dots, x_m)^T$; θ_i 是第 i 条规则的结论参数向量, $\theta_i = (p_{i0}, p_{i1}, \dots, p_{im})^T$; c 为规则数; \hat{y} 是

* 国家高技术研究发展计划(批准号 2002AA414010)和青岛市网络家电重点实验室项目资助的课题.

模糊模型的输出变量.

$$\beta_1^k x_m^k \dots \beta_c^k x_m^k), \tag{6}$$

3. 模糊模型的在线辨识

对于模糊模型在线辨识的目的就是在线调整参数 $\{\bar{z}_i, r_i, \theta_i\}$ 模糊推理规则的前件参数包括 \bar{z}_i 和 r_i 通过样本数据获得. 利用模糊 c 划分的模糊聚类方法, 可以产生参考模糊集合. 这种方法的优点在于能够自动提供参考模糊集合的形式, 并且不需要关于数据集结构的任何初始知识. 然而, 模糊聚类方法计算量大, 不适合于在线建模和控制. 本文基于模糊竞争学习方法在线划分系统的模糊空间, 提出了一种在线的模糊建模方法.

竞争学习的学习原理是“胜者为王”的原则. 竞争学习的目的是把训练样本分在相应的一个类里, 从而使在一类里的样本相似程度比在不同类里的相似程度强. 模糊竞争学习是通过样本到中心矢量的距离来确定每个样本在每一类里的隶属度. 基于模糊竞争学习算法, 系统的模糊空间结构被在线划分. 模糊竞争学习算法表示如下:

1) 选择聚类数 $c (2 \leq c \leq N)$, 初始中心向量 $\bar{z}_i (i = 1, 2, \dots, c)$.

2) 对于任意样本确定其隶属度

$$\mu_{ik} = \left[\sum_{j=1}^c \left(\frac{\|x(k) - \bar{z}_i\|^2}{\|x(k) - \bar{z}_j\|^2} \right) \right]^{-1}. \tag{2}$$

3) 修正中心向量 $\bar{z}_i (i = 1, 2, \dots, c)$

$$\bar{z}_i(t+1) = \bar{z}_i(t) + \eta [\mu_{ik}][x(k) - \bar{z}_i(t)] \tag{3}$$

式中 η 为学习率; \bar{z}_i 表示中心向量; $x(k)$ 表示采样值. 模糊竞争学习方法是对于每一个训练样本修正一次中心向量, 因此计算时间变短, 收敛速度变快.

每个输入区域半径 r_i 不仅决定了每个输入区域的大小, 而且决定了区域半径之间的重叠程度. 因此, 如何选择每个区域的半径是很重要的. 为了在线调整每个输入区域的半径, 首先给出区域与区域之间的重叠度 λ , 那么每个输入区域半径如下计算:

$$r_i = \max_{\substack{j=1, 2, \dots, c \\ i \neq j}} \frac{\|\bar{z}_i - \bar{z}_j\|}{\lambda} \quad (0 < \lambda < 1). \tag{4}$$

基于上述过程, 系统的模糊划分空间和每个输入区域半径能够在线调整.

模型(1)的输出可用下列方程表示为

$$\hat{y}_k = \sum_{i=1}^c \beta_i y_k^i = X(k)\theta, \tag{5}$$

$$X(k) = (\beta_1^k, \dots, \beta_c^k, \beta_1^k x_1^k, \dots, \beta_c^k x_1^k, \dots),$$

$$\theta = (p_{10}, \dots, p_{c0}, p_{11}, \dots,$$

$$p_{c1}, \dots, p_{1m}, \dots, p_{cm})^T, \tag{7}$$

式中 k 表示第 k 次采样. 利用卡尔曼滤波算法, 估计参数向量 $\theta^{[11]}$.

$$\theta_{k+1} = \theta_k + \frac{S_{k+1} X_{k+1}^T (y_{k+1} - X_{k+1} \theta_k)}{Q + X_{k+1} S_k X_{k+1}^T}, \tag{8}$$

$$S_{k+1} = S_k - \frac{S_k X_{k+1}^T X_{k+1} S_k}{Q + X_{k+1} S_k X_{k+1}^T}$$

$$k = 0, 1, \dots, n-1, \tag{9}$$

式中 θ 为参数向量, 其初始值 $\theta_0 = \text{zero}$ (zero 表示零向量). $S_0 = \alpha I$ (I 表示单位向量, α 是一个很大的数). $Q = \exp(-\text{number}/N)$ (number 表示迭代次数, N 为一个常数). y_{k+1} 表示第 $k+1$ 次采样的实际输出.

详细算法总结如下:

1) 给定分类数 c 和重叠程度 $\lambda (0 < \lambda < 1)$.

2) 给定初始中心向量 $\bar{z}_i (i = 1, 2, \dots, c), \theta_0 = \text{zero}, S_0 = \alpha I$ (α 是一个很大的数).

3) 通过(2)式计算任意样本点的隶属度, 然后通过(3)式修正中心向量 $\bar{z}_i (i = 1, 2, \dots, c)$.

4) 通过(4)式修正半径 $r_i (i = 1, 2, \dots, c)$.

5) 通过(8)(9)式计算参数向量 θ .

6) 如果 $k = n$ 则转 7), 否则重复 3), 其中 n 是样本总数.

7) 如果 $\frac{|J(c+1) - J(c)|}{|J(c)|} < \xi$ 则结束, 否则 $c = c+1$ 转 3).

4. 混沌动力系统的预测

本文将 Mackey-Glass 混沌时间序列预测作为仿真实例, 以证明所提出方法的有效性. 混沌时间序列可由时滞微分方程得到^[12]:

$$\dot{x} = \frac{\alpha x(t-\tau)}{1 + x^\gamma(t-\tau)} - \beta x(t). \tag{10}$$

令 $\alpha = 0.2, \beta = 0.1, \gamma = 10, \tau$ 为唯一可调参数. Mackey-Glass 方程称为时滞参数 τ 的函数, 其行为文献^[13] 已做过深入研究. 当 $\tau > 17$ 时方程(10)产生混沌现象. 图 1 为 $\tau = 17$ 时 Mackey-Glass 混沌时间序列, 并具有分形维数近似为 2.1 的奇异吸引子, 图 2 为 $\tau = 17$ 时系统的相图.

对于 Mackey-Glass 系统预测的目的是根据 t 时

刻以前的一组数据 $x(\cdot)$ 去预测 $x(t + \Delta t)$ 其中 Δt 为预测时间步幅. 预测方法是令 Δt 为时滞参数, 取 D 个点, 即 $(x(t - (D - 1)\Delta t), \dots, x(t - \Delta t), x(t))$ 去预测将来时刻 $x(t + \Delta t)$. 若 m 为整数, 仿真研究的任务是利用模糊模型构造函数, 即

$$y(t + \Delta t) = f(x(t), x(t - \Delta t), x(t - 2\Delta t), \dots, x(t - m\Delta t)), \quad (11)$$

式中 $f(\cdot)$ 为 $m + 1$ 维空间上映射, $y(t + \Delta t)$ 为模糊模型的输出, x 取 $x(t), x(t - \Delta t), \dots, x(t - m\Delta t)$ 为模糊模型的输入量. 并取 $x(t + \Delta t) = y(t + \Delta t)$.

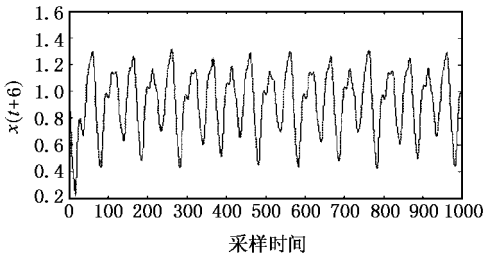


图 1 $\tau = 17$ 时 Mackey-Glass 混沌时间序列

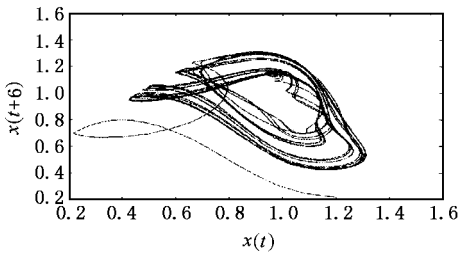


图 2 $\tau = 17$ 时系统的相图

选取 $\tau = 17, \Delta t = 6$, 选取 1000 对样本数据, 即

$$[x(t - 18), x(t - 12), x(t - 6), x(t), x(t + 6)], \\ t = 19, 20, \dots, 1018,$$

其中前 4 个变量数据作为输入, 最后一个变量数据作为输出. 前 500 对(从 $x(1)$ 到 $x(500)$)当作训练数据, 其余 500 对(从 $x(500)$ 到 $x(1000)$)作为测试数据以验证辨识模型的有效性. 采用本文方法, 经过学习取模糊规则为 16. 对图 1 的混沌时间序列进行自适应模糊建模方法的研究. 先用 500 个训练数据建立模糊规则并形成混沌系统的模糊模型, 使系统性能指标达到期望值. 然后采用后 500 数据进行在线预测估计^[12]. 其思想如下: 对从前 500 个数据集进行在线学习建立模糊模型后, 以此模型预测下一个数据 $x(501)$, 并用新的 $x(501)$ 的估计值去修正模糊模型, 修正后的模糊模型去预测下一个数据. 这种在

线自适应方法一直到 1000 个数据. 图 3 到图 6 给出了仿真研究结果.

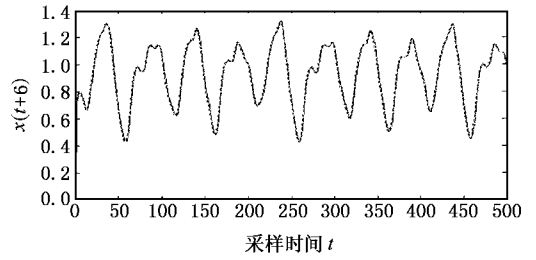


图 3 为训练数据的模糊模型输出曲线(实线)与预测曲线(虚线)

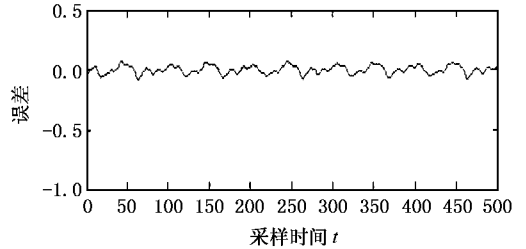


图 4 训练数据预测误差曲线

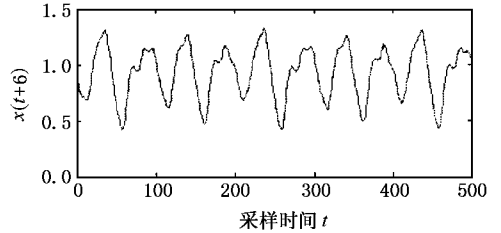


图 5 为在线预测的模糊模型输出曲线(实线)与预测曲线(虚线)

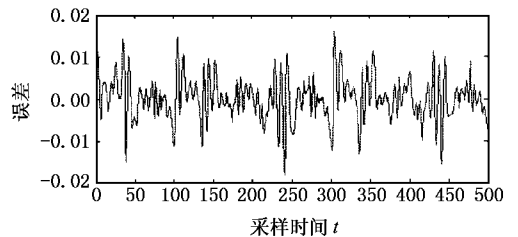


图 6 在线数据预测误差曲线

经过在线调整后的模糊模型参数如表 1 和表 2.

表 1 模糊模型的参数向量

规则	中心向量	规则	中心向量
1	(0.02464 0.03771 0.02755 1.332)	9	(1.331 1.353 0.02755 1.332)
2	(1.331 1.353 1.332 0.01377)	10	(0.02464 1.353 0.02755 0.01377)
3	(0.02464 0.03771 0.02755 0.01377)	11	(1.331 0.03771 1.332 0.01377)
4	(0.02464 0.03771 1.332 1.331)	12	(1.331 0.03771 1.332 1.3321)
5	(1.331 1.353 1.332 1.332)	13	(0.02464 1.353 1.332 1.331)
6	(0.02464 0.03771 1.332 0.01377)	14	(1.331 0.03771 0.02755 0.01377)
7	(0.02464 1.353 0.02755 1.332)	15	(0.02464 1.353 1.332 0.01377)
8	(1.331 1.353 0.02755 0.01377)	16	(1.331 0.03771 0.02755 1.332)

表 2 模糊模型的结论参数向量

规则	结论参数向量	规则	结论参数向量
1	[-7.747, -15.52, 10.65, 12.73, 0.8756]	9	[-3.966, 9.719, -11.61, 1.291, 3.71]
2	[-6.729, 9.854, -5.24, 16.12, -12.97]	10	[3.545, -11, 0.2558, -2.146, 5.298]
3	[-6.315, 6.199, 4.307, -5.919, -5.523]	11	[-0.9849, 5.989, -0.1417, -1.643, 5.551]
4	[-1.527, -2.277, -6.401, -0.4519, 10.45]	12	[1.912, 4.272, 0.1281, 3.181, -7.006]
5	[5.811, 1.609, -6.884, 7.68, -3.167]	13	[-0.9818, 0.1354, 4.777, -1.956, 0.2522]
6	[2.722, 4.402, -16.93, -9.048, 8.395]	14	[-9.573, -9.871, 7.438, 3.038, 13.78]
7	[1.928, 13.28, -12.35, -0.2074, 4.141]	15	[4.699, 1.039, 0.2496, 5.938, -12.11]
8	[4.029, -6.934, 4.206, -2.767, 6.173]	16	[-1.085, 0.2992, 0.2369, 0.233, -0.1312]

不难发现,采用本文提出的模糊在线自适应建模方法能够对混沌系统进行预测,其效果明显。

5. 结 论

基于模糊集合的模糊模型,利用模糊推理规则描述动态系统的特性,是一种有效方法。本文讨论了

利用模糊建模方法实现非线性系统的建模和预测。利用在线模糊竞争学习方法划分输入变量的模糊输入空间,然后利用卡尔曼滤波算法估计模糊模型的参数向量。该算法可在线修正和调整模糊模型中的规则,为复杂非线性系统的辨识和混沌时间序列预测、控制提供了一条实际有效途径。

- [1] Takagi T and Sugeno M 1985 *IEEE Trans. on System Man Cybernet* **15** 16
- [2] Wu Z Q 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1193 [in Chinese] 吴忠强 2002 物理学报 **51** 1193
- [3] Xue Y J *et al* 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 641 [in Chinese] 薛月菊等 2000 物理学报 **49** 641
- [4] Li Z and Han C Z 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 847 [in Chinese] 李智、韩崇昭 2001 物理学报 **50** 847
- [5] Xue Y J and Feng R P 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 440 [in Chinese] [薛月菊、冯汝鹏 2001 物理学报 **50** 440]
- [6] Liu F C *et al* 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2707 [in Chinese] 刘福才等 2002 物理学报 **51** 2707

- [7] Li Z H *et al* 2001 *Chin. Phys.* **10** 494
- [8] Chen S H *et al* 2002 *Chin. Phys.* **11** 233
- [9] Liu Ding *et al* 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 531 [in Chinese] 刘丁等 2003 物理学报 **52** 531
- [10] Zhang J S *et al* 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 403 [in Chinese] 张家树等 2000 物理学报 **49** 403
- [11] Sugeno M and Takahiro Y 1993 *IEEE Trans. on Fuzzy Systems* **1** 7
- [12] Tan W and Wang Y N 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 795 [in Chinese] [谭文、王耀南 2003 物理学报 **52** 795]
- [13] Zhang X M *et al* 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2467 [in Chinese] 张晓明等 2002 物理学报 **51** 2467

Prediction of chaotic time series based on fuzzy model^{*}

Wang Hong-Wei¹⁾ Ma Guang-Fu²⁾

¹⁾ *Qingdao Technology Center of Haier, Qingdao 266101, China*

²⁾ *Department of Control, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China*

(Received 2 December 2003 ; revised manuscript received 9 January 2004)

Abstract

For dynamic systems with complex, ill-conditioned, or nonlinear characteristics, the fuzzy model based on fuzzy sets is very useful to describe the properties of the dynamic systems using fuzzy inference rules. Modeling and prediction of nonlinear systems using fuzzy modeling is discussed in this paper. First, the fuzzy space of input variables is partitioned by means of on-line fuzzy competitive learning. Further, the parameters of fuzzy model are estimated by means of Kalman filtering algorithm. To illustrate the performance of the proposed method, simulations on the chaotic Mackey-Glass time series prediction are performed. Combining either off-line or on-line learning with the proposed method, we can show that the chaotic Mackey-Glass time series are accurately predicted, and demonstrate the effectiveness.

Keywords : fuzzy competitive learning, chaotic time series, Kalman filtering algorithm

PACC : 0545

^{*} Project supported by the National High Technology Development Program of China(2002AA414010), and the Laboratory of Network Appliance of Qingdao.