第 53 卷 第 10 期 2004 年 10 月
1000-3290/2004/53(10)/3303-08

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.53,No.10,October,2004

混沌时间序列的支持向量机预测*

崔万照　朱长纯　保文星　刘君华

(西安交通大学电子与信息工程学院,710049,西安)

(2004 年 1 月 14 日收到;2004 年 2 月 18 日收到修改稿)

根据混沌动力系统的相空间延迟坐标重构理论,基于支持向量机的强大的非线性映射能力,建立了混沌时间序列的支持向量机预测模型,并在统计学习理论的基础上采用最小二乘方法来训练预测模型,利用该模型对嵌入维数与模型的均方根误差的关系进行了探讨.最后利用 Mackey-Glass 时间序列和变参数的 Ikeda 时间序列对该模型进行了验证,结果表明,该预测模型能精确地预测混沌时间序列,而且在混沌时间序列的嵌入维数未知时也能取得比较好的预测效果.这一结论预示着支持向量机是一种研究混沌时间序列的有效方法.

关键词:混沌时间序列,支持向量机,最小二乘法

PACC:0545

1.引　　言

随着非线性混沌动力学的发展,人们对时间序列的复杂性有了更深刻的认识,尤其是时间序列的预测已经成为一个非常重要的研究方向[1—3],并已在信号处理、自动控制等领域中得到了广泛的应用.如何构造预测模型是混沌时间序列预测中的一个关键问题[4,5].近年来国内外在利用各种神经网络,特别是前馈型神经网络对混沌时间序列的预测进行了研究,并取得了成功的应用[6—8].但是由于其采用经验风险最小化准则,在训练中最小化样本点误差,因而不可避免地出现过拟合现象,导致模型的泛化能力受到限制,而且还存在诸如隐层节点数的选择等问题,从而大大限制了其进一步的应用.而支持向量机(support vector machine, SVM)是上世纪 90 年代中期提出的一种机器学习算法,其理论基础是 Vapnik 等提出的统计学习理论[9].而统计学习理论采用结构风险最小化准则,在最小化样本点误差的同时,缩小模型泛化误差的上界,即最小化模型的结构风险,从而提高了模型的泛化能力,这一优点在小样本学习中更为突出.SVM 理论正是在这一基础上发展而来的,经过几年的研究和发展,已开始逐步应用于一些领域.与传统的学习方法(BP 神经网络)相比,支持向量机不存在局部极小问题,隐层节点数的选择等问题,并已在模式识别和函数回归中得到了成功的应用.该方法不依赖于系统的数学模型,同时具有自学习自调整模型的特点,能对各种混沌系统产生较好的预测效果.

本文基于混沌时间序列固有的确定性和非线性,利用混沌动力系统的相空间延迟坐标重构理论,结合基于统计学习理论的支持向量机,建立了混沌时间序列的支持向量机预测模型,并利用最小二乘方法对建立的模型进行训练,以具有时滞特性的 Mackey-Glass 时间序列和变参数的 Ikeda 时间序列为例验证该模型的建模能力,并讨论了嵌入维数和模型预测误差的关系.结果表明:基于支持向量机的混沌时间序列模型是精确的,并且在嵌入维数未知情况下也能得到好的预测效果,因此支持向量机也适合于实际中未知的具有混沌特性的时间序列的预测.

2.支持向量机模型

统计学习理论是针对小样本情况研究统计学习规律的理论[9],是传统统计学的重要发展和补充,为研究有限样本情况下机器学习的理论和方法提供了理论框架,其核心思想是通过控制学习机器的容量

* 国家自然科学基金(批准号:60036010 和 60276037),教育部博士点基金(批准号:20020698014)资助的课题.

实现对推广能力的控制.而 SVM 是基于统计学习理论发展起来的一种新的通用学习机器，较以往方法表现出很多理论和实践的优势，其中最突出的一个优点是 SVM 不存在'过拟合'问题.支持向量机通过某种事先选择的非线性映射将输入空间映射到一个高维特征空间中，如图 1 所示，在这个特征空间中的平面上构造最优分类超平面.所谓最优分类面，就是这样的分类超平面，它不但能够将所有训练样本正确分类，而且使训练样本中离分类面最近的点到分类面的距离（定义为间隔）最大.通过使间隔最大化来控制分类器的复杂度，进而实现较好的推广能力.

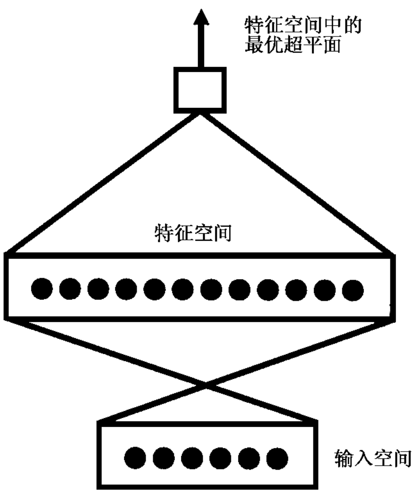

图 1 支持向量机的基本思想

用来解决函数回归问题的 SVM 表述是这样的：若给定样本集 $\{x_k, y_k\}_{k=1}^{N}$，$x_k \in R^d$，$y_k \in R$，所要求的拟合函数形式为

$$y(x) = \omega \cdot \phi(x) + b, \tag{1}$$

其中 ω 为权向量，b 为偏差，$\phi(\cdot)$ 为非线性映射函数.SVM 是利用 $\phi(\cdot)$ 把输入空间映射到一个高维（可能无限维）特征空间（Hilbert 空间）中，并在这个新空间中求取最优线性分类面实现数据的线性可分，并且 $\phi(\cdot)$ 可通过定义在内积空间的满足 Mercer 条件的核函数 $k(x, x')$ 来代替，而核函数可以用原空间中的函数来实现且无需知道 $\phi(\cdot)$ 的具体形式，因此这里并不需要直接进行非线性变换，计算复杂度没有增加.SVM 的这些特性为实现混沌时间序列在高维空间中的扩展，提取其蕴藏的系统信息，为混沌时间序列的状态重构提供了一个简单有效的途径.

混沌时间序列是一种从无序和复杂中产生出有序和规律的系统，并对初始状态有敏感的'蝴蝶效应".应该说混沌时间序列是介于随机和规律之间的，一个混沌时间序列的行为由许多有序行为组合而成，并且在正常情况下，任何一个单独的行为都不在系统中占主导地位.因而一般认为，混沌时间序列条件下的行为具有长期不可预测性.另一方面，混沌理论的研究表明：尽管从表面上看，混沌是随机的、不可预测的，事实上却是按照严格的、确定性的规则运动着.混沌时间序列预测的基础是状态空间的重构理论，其主要思想是：系统任一分量的演化是由与之相互作用着的其他分量所决定的.因此这些相关分量的信息就隐含在任一分量的发展过程中.这样就可以从某一分量的一批时间序列数据中提取和恢复出系统原来的规律，这种规律是高维空间下的一种轨迹.即由一个混沌系统产生的轨迹经过一定时期的变化后，最终会做一种有规律的运动，产生一种规则的、有形的轨迹（混沌吸引子），虽然这种轨迹在经过类似拉伸和折叠后转化成与时间有关的序列时呈现出混乱的、复杂的特征，但是由于混沌系统的策动因素是相互影响的，因而在时间上先后产生的数据点也是相关的.目前对序列动力学因素的分析，广泛采用的是延迟坐标状态空间重构法.通常，系统的相空间可能维数很高，甚至无穷，但在大多数情况下维数并不知道.实际中，延迟坐标状态空间重构法是将给定的时间序列 $x_1, x_2, \cdots, x_{n-1}, x_n \cdots$，扩展到三维甚至更高维的空间，以便把时间序列中蕴藏的信息充分地显露出来，并加以分类和提取.

由上不难看出，状态空间的重构理论与 SVM 基本思想有相同之处：都把输入空间的向量扩展到高维空间，提取系统蕴藏的信息和规律.因此，状态空间的重构如果利用 SVM 理论，能够自动的通过非线性变换把输入空间的时间序列映射到高维空间，并在这个空间实现数据的线性可分，提取其系统蕴藏的信息，可以更好地实现混沌时间序列的状态空间重构理论的基本思想，而且状态空间的重构理论实际只能扩展到有限维，然而即使这样，在维数很高时仍然是不可行的.

Takens[10] 证明了可以找到一个合适的嵌入维，即如果延迟坐标的维数 $m \geqslant 2d + 1$，d 是动力系统的关联维数，可以根据 Grassberger-Procaccia 法求得.但是 Takens 并未给出 m 与模型的关系，而且对于未知关联的和吸引子不存在的混沌时间序列，其在理论上已经失效.Takens 定理仅仅说明了在已知嵌入维空间里可以把有规律的轨迹恢复出来，可以在这

个空间用规律来预测轨迹的走向，这需要时间序列的先验知识．对于未知的复杂的时间序列，Takens 定理同样不再适用，而 SVM 不存在条件的限制，下面的仿真也验证了这一点．

嵌入维是指能够完全包含以状态转移构成的吸引子的最小相空间维数，即吸引子在该相空间内没有任何交叠，或者说它只有最小的自由度．因此利用 SVM 重构相空间的状态分量时，输入层的结点个数至少应大于时间序列的嵌入维数与时延参数的乘积．这样基于嵌入维为 m 的 N 个混沌时间序列的 SVM 预测模型的输入矢量可表示为

$$X(t-1)=[x(t-\tau),x(t-2\tau),\cdots,x(t-m\tau)]$$
$$t=1,2,\cdots,N, \quad (2)$$

其中 $x(\cdot)$ 是混沌时间序列，τ 为时延宽度，通常 τ 取不小于 1 的整数．这样，基于 SVM 混沌时间序列的预测值为

$$\hat{y}=f(X(t-1)), \quad (3)$$

而构建的适于混沌时间序列的预测模型如图 2 所示．从图 2 中可以看出，该模型较好的实现了 SVM 通过非线性变换将输入空间变换到一个高维空间，在这个新空间中求取最优线性分类面，并提取输入向量蕴藏信息的基本思想．根据统计学习理论[10]，基于 SVM 的混沌时间序列的拟合函数为

$$y(x)=\sum_{k=1}^{N}\alpha_k k(x_k,x)+b, \quad (4)$$

其中 α_k 为支持向量；b 为偏差，$k(x_k,x_i)$ 为核函数．这里采用最常用的径向基核函数（RBF）

$$k(x_k,x_l)=\exp(-\|x_k-x_l\|^2/2\sigma^2), \quad (5)$$

其中 σ 为核函数的超参数，是预先选择的一个常数．

利用 SVM 根据构建的混沌时间序列输入向量和输出向量进行学习，获取混沌时间序列 SVM 模型的参数 α_k 和 b．预测模型的参数所蕴藏的关系就是混沌时间序列的各个向量过去的和将来的关系．至此基于 SVM 的预测模型已经建立．这样就可以利用该模型预测将来的混沌时间序列的输出．

3. 学习算法

从 Gauss 时代起，最小二乘法就用来对平面上的点拟合直线，对高维空间的点拟合超平面．工程中经常需要求解超定方程，而最小二乘法是解决这类问题最常用的方法．如果拟合的数据中没有噪声，则

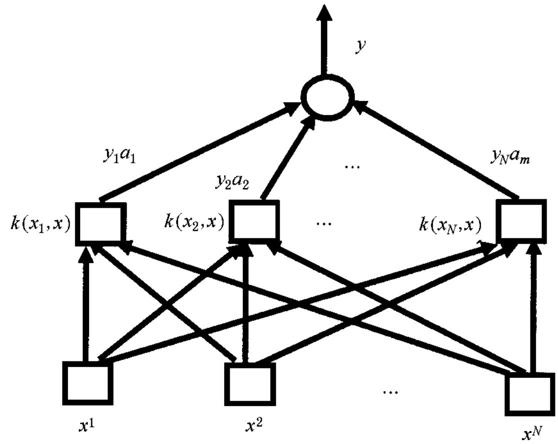

图 2 支持向量机预测模型

其解是一致的，否则其解是不一致的．若在解不一致的情况下采用最小二乘法，它会自然的选择这样的一种求解准则：使获得的解的误差平方和最小．因此本文将最小二乘法用于对 SVM 的通过核函数把输入向量映射到高维特征空间中数据进行拟合，求取其最优解．最小二乘支持向量机[11]是基于正则化理论对标准 SVM 的改进，这个改进使 SVM 的解大大简化．拟合函数中最优的权向量 ω 和偏差 b 可以通过最小化由拟合误差的平方和及正则化项组成的目标函数得到

$$J(\omega,b)=\frac{1}{2}\|\omega\|^2+\gamma\sum_{k=1}^{N}(y_k-\omega\cdot\phi(x_k)-b)^2, \quad (6)$$

其中，正实数 γ 是调节常数，它能够使训练误差和模型复杂度之间取一个折衷以便使所求得的函数具有较好的泛化能力，并且 γ 值越大，模型的预测误差越小．由于 ω 可能是无限维的，因而通过最小化式(6)是不可能的．但可以在对偶空间上求取 ω．建立 Lagrangian 方程

$$l(\omega,b,e;\alpha)=\min J(\omega,b,e)-\sum_{k=1}^{N}\alpha_k\times\{\omega^T\varphi(x_k)+b+e_k-y_k\}, \quad (7)$$

其中 α_k 为 Lagrangian 因子（支持向量）．最优的 α 和 b 可以通过 KKT（Karush-Kuhn-Tucker）条件获得

$$\frac{\partial l}{\partial w}=0\rightarrow w=\sum_{k=1}^{N}\partial_k\varphi(x_k),$$

$$\frac{\partial l}{\partial b}=0\rightarrow\sum_{k=1}^{N}\partial_k=0,$$

$$\frac{\partial l}{\partial e_k}=0\rightarrow \partial_k = \gamma e_k,$$
$$\frac{\partial l}{\partial \partial_k}=0\rightarrow w^T\varphi(x_k)+b+e_k-y_k=0. \tag{8}$$

由(8)式通过变换可得

$$\begin{bmatrix}0 & 1_V^T\\ 1_V & \boldsymbol{\Omega}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}b\\ \boldsymbol{\alpha}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\ y\end{bmatrix}, \tag{9}$$

其中 $\boldsymbol{\Omega}=(K+\gamma^{-1}I)$，$K=\{k_{ki}=k(x_k,x_i)\}_{k,i=1}^N$，$1_V=[1;\cdots;1]$，$y=[y_1;\cdots;y_N]$ 和 $\boldsymbol{\alpha}=[\alpha_1;\cdots;\alpha_N]$，$k(x_k,x_i)$ 为核函数.

基于以上的分析，对于建立的 SVM 预测模型，采用最小二乘法训练的具体学习算法为：

1）初始化 选择一个合适的嵌入维数 m、利用 Cross-validation 法选择核函数的超参数 σ 和调节常数 γ；

2）时间序列的生成 根据选择的嵌入维数 m 生成 SVM 预测模型所需的输入向量 X（$N\times m$ 维）和输出向量 Y（$N\times 1$ 维）；

3）数据的预处理 为了保证支持向量的和为零，对输入向量 X 和输出向量 Y 进行预处理

$$X(k,i)=\frac{X(k,i)-\mathrm{mean\_}x(i)}{\mathrm{std\_}x(i)}$$
$$X(k)=\frac{Y(k)-\mathrm{mean\_}y}{\mathrm{std\_}y} \tag{10}$$
$$k=1,2,\cdots,N,i=1,2,\cdots,m,$$

其中 $\mathrm{mean\_}x(i)$，$\mathrm{std\_}x(i)$ 分别是输入向量 X 的第 i 列的算术平均值和标准方差；$\mathrm{mean\_}y$ 和 $\mathrm{std\_}y$ 分别是输出向量 Y 的算术平均值和标准方差；

4）模型求解 利用（9）式求解模型的参数 $(\boldsymbol{\alpha},b)^T$.

4. 预测实例

实践研究表明，将最小二乘法与 SVM 理论结合起来的新型预测方法在复杂非线性建模中具有独特的优越性.混沌时间序列的一个显著特征是对初始状态的极其敏感，这给混沌时间序列的预测带来很大的难度.但实验表明，利用 SVM 在一定精度条件下，混沌时间序列的预测是可能的.本文将 Mackey-Glass 的混沌时间序列预测和具有变参数的 Ikeda 混沌时间序列预测作为仿真实例，同时为衡量预测模型的精确性，采用相对误差

$$\mathrm{Error}(n)=\frac{|x(n,\mathrm{true})-x(n,\mathrm{pred.})|}{|x(n,\mathrm{true})|}, \tag{11}$$

作为评价模型的每一个时间序列的预测效果和均方根误差（mean square error，MSE）

$$\mathrm{MSE}=\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}(x(n,\mathrm{true})-x(n,\mathrm{pred.}))^2}. \tag{12}$$

作为评价模型整体预测效果的指标.其中 $x(n,\mathrm{true})$ 和 $x(n,\mathrm{pred.})$ 分别为第 n 个混沌时间序列的实际值和预测值.最后利用 SVM 模型讨论了模型的 MSE 与嵌入维数 m 的关系.

4.1. Mackey-Glass 的混沌时间序列预测

自 Mackey 和 Glass 发现时滞系统中的混沌现象以来[12]，时滞混沌系统便引起了人们的广泛关注，并常常用来检验非线性系统模型的性能，其混沌时间序列可由下面的时滞微分方程产生：

$$\frac{\mathrm{d}x(n)}{\mathrm{d}n}=\frac{0.2x(n-\tau)}{1+x^{10}(n-\tau)}-0.1x(n), \tag{13}$$

其中 τ 为时滞参数，Mackey-Glass 方程的行为特性已做过深入研究[13]. $\tau>17$ 时呈现混沌性. τ 值越大，混沌程度越高.图 3 为 $\tau=30$ 的混沌时间序列，从图 3 不难看出其时间序列具有复杂的非线性混沌特征，很难建立其预测模型.采用 SVM 模型时，获得 $N=3000$ 个数据点作为训练集，取嵌入维数 m 为 3，在 $\{\gamma,\sigma\}=\{50,2\}$ 时进行训练建模.并利用将来的 3000 个数据点验证模型的准确性，图 4 表示了所建模型的预测值与系统的实际输出的比较曲线，模型相对误差 Error 的分布见图 5，其 MSE 误差为 0.0034.从图 3 和图 4 不难看出，该模型的预测值与系统的实际值输出符合得很好，而且模型的预测精度也是比较好的.

固定 $\{\gamma,\sigma\}=\{50,2\}$，改变嵌入维数 m 预测 Mackey-Glass 时间序列时，开始时 MSE 随嵌入维数 m 的增加而减小.当 m 大于 2 时，MSE 基本达到一个稳定值，不再减少.图 6 表示了 m 与模型预测性能的关系曲线，从图中不难看出 m 在 1 到 8 之间时，特别是 m 大于 2 时，模型的 MSE 均是比较小的，都在 0.035 以下，说明建立的混沌时间序列 SVM 模型是精确的，而且在 m 不能合适选择的情况下也能取得满意的预测效果.一个重要的原因是状态重构理论将输入向量仅仅扩展到人工选择的高维空间中，而 SVM 是利用定义在内积空间上的核函数巧妙地将输入向量自动的映射到高维空间中实现数据的线性可分，并提取输入向量中蕴涵的系统信息.

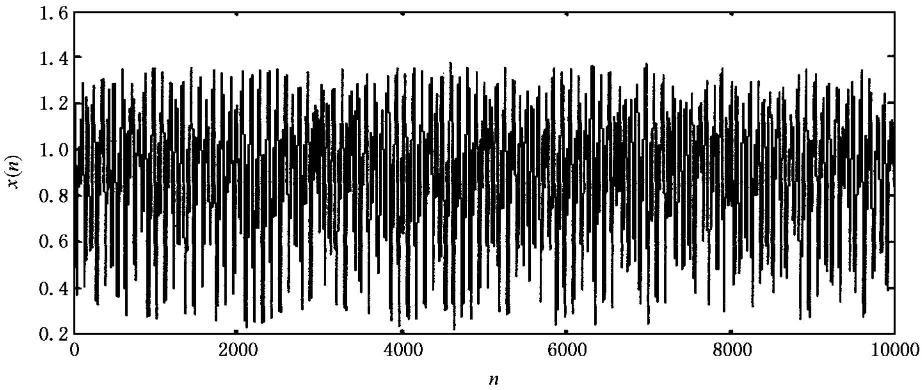

图 3　$\tau = 30$ Mackey-Glass 混沌时间序列

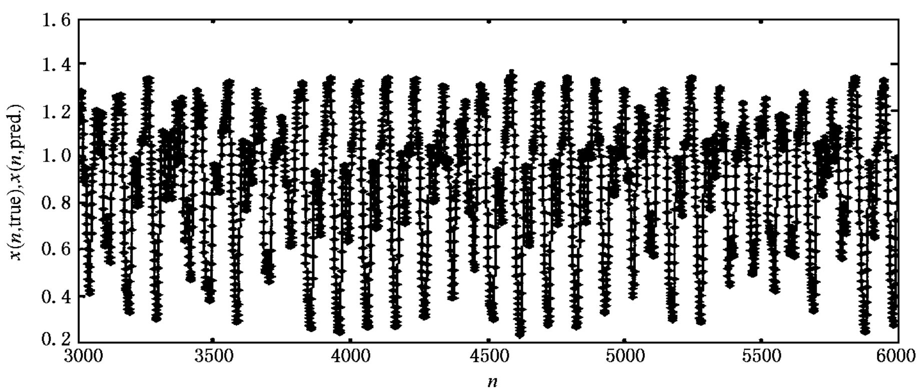

图 4　Mackey-Glass 实际值(实线)和预测值(点线)

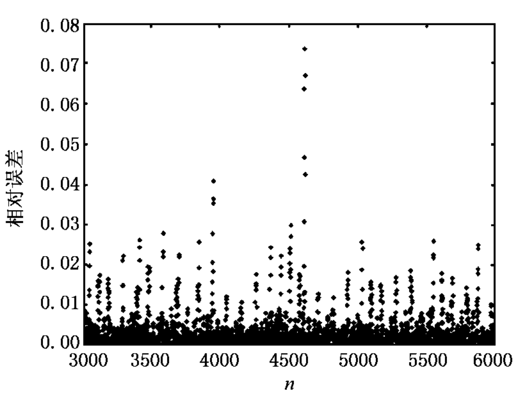

图 5　Mackey-Glass 模型的预测值的 Error 分布

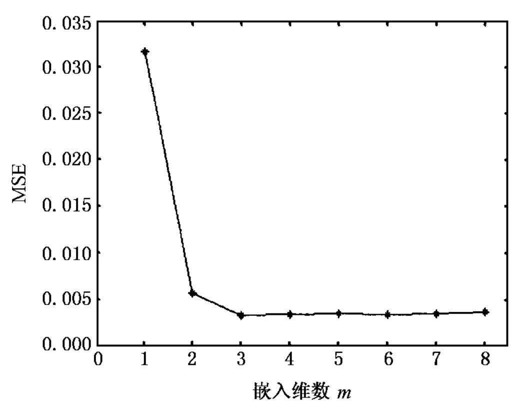

图 6　Mackey-Glass 嵌入维数 m 与 MSE 的关系曲线

4.2. 变参数的 Ikeda 混沌时间序列预测

在许多实际系统中,参数总是跟随时间不断变化,特别是在参数变化比较慢的情况下,经常会发生随时间周期性的分叉现象,而且不同于通常的周期性分叉.通常情况下,动态行为是充分发展的,暂态行为在每一个参数值会消亡.这里假定,动态行为没有充分发展,而且暂态行为在每一个参数值都不会消亡.下面以一个典型的随参数变化的 Ikeda 混沌时间序列[14] 为例来验证模型的精确性.

$$x_{n+1} = 1 + \mu_n(x_n\cos(t) - y_n\sin(t)),$$
$$y_{n+1} = \mu_n(x_n\sin(t) + y_n\cos(t)), \tag{14}$$
$$\mu_{n+1} = \mu_n + 10^{-4}(1 - 0.5\sin(n)),$$

其中 $t = 0.8 - 15/(1 + x_n^2 + y_n^2)$,参数变量 μ_n 是随 n 单调递增的,可以由下面的表达式获得

$$\mu_{n+1} - \mu_n = 10^{-4}(1 - 0.5\sin(n)) \tag{15}$$

是与时间 n 有关的.假定初始条件 $x_0 = 0.87$,$y_0 = -0.40$,$\mu_0 = -0.34$ 直到 $\mu_n = 0.70$(迭代 10400 次).实际上,当 n 很大时,μ_n 将收敛于一个约为 1.1 的常数.利用(14)式的迭代计算,得到了时间序列 x_n,$n = 0,1,2,\cdots,10400$,如图 7 所示.从图中不难看出其时间序列具有复杂的分叉特征,很难建立其预测模型.对这样一个混沌时间序列,SVM 是否能够基于过去的系统特性来预测其将来的轨迹?由于当 n 增加时,系统的动态特性会趋于无穷大,因而不存在吸引子.因此得到的混沌时间序列是暂态的.在这种情况下,Takens 定理至少在原理上是无效的.然而即使这样,像 Mackey-Glass 一样,利用 SVM 建立模型也是可能的,而且在相对短的时间内仍可以找到其存在的函数关系.利用前 $N = 200$ 个数据点作为训练集,取嵌入维数 m 为 6,在 $\{\gamma,\sigma\} = \{100, 0.5\}$ 时进行训练建立模型.并利用将来的 800 个数据点进行了验证模型的准确性,所建模型的预测值与系统的实际输出的比较曲线如图 8 所示,模型相对误差 Error 的分布如图 9 所示,其 MSE 误差为 0.0071.从图 8 和图 9 不难看出,该模型的预测值与系统的实际值输出符合很好.

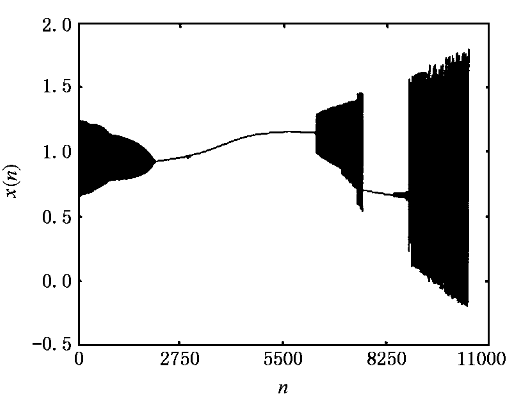

图 7 Ikeda 混沌时间序列

固定 $\{\gamma,\sigma\} = \{100, 0.5\}$,改变嵌入维数对 Ikeda 时间序列作预测时,开始时 MSE 随嵌入维数 m 的增加而减小.当 m 等于 6 时,MSE 达到最小值,不再

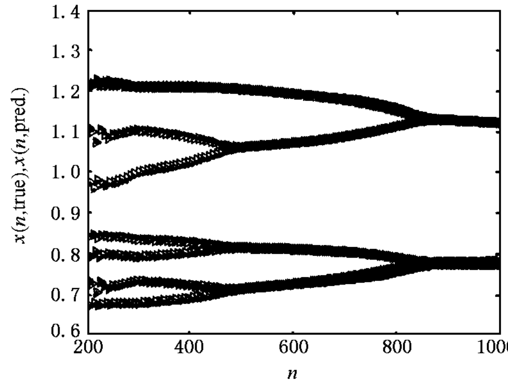

图 8 Ikeda 实际值(实线)和模型的预测值(虚线)

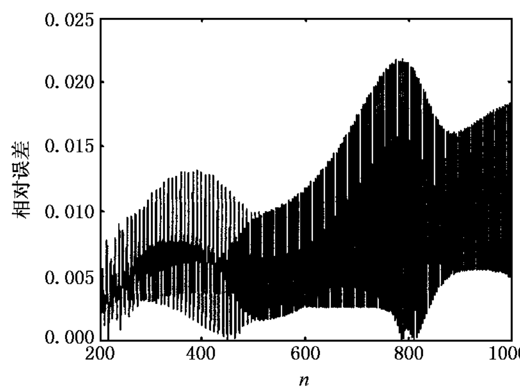

图 9 Ikeda 模型的预测值的 Error 分布

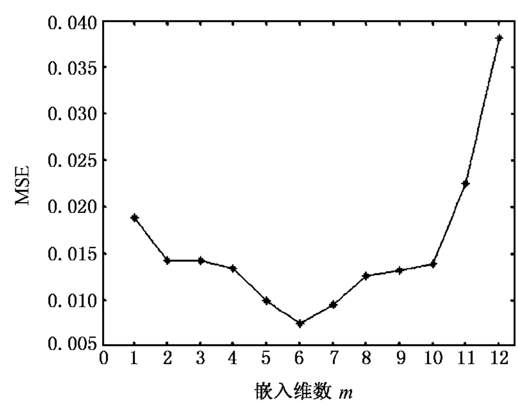

图 10 Ikeda 模型的嵌入维数与 MSE 的关系曲线

减少.而后随 m 的增加而增加.图 10 表示了 m 与模型预测性能的关系曲线,从图中不难看出 m 取 1 到 12 之间的任何一个整数,模型的 MSE 都是比较小的,均在 0.040 以下,说明所建立的混沌时间序列 SVM 模型是正确的,即使在嵌入维数未知的情况下也能取得比较好的预测效果.对于像 Ikeda 时间序列这样一个不存在吸引子的混沌时间序列,甚至

Takens 定理在理论上已经无效的情况下,SVM 仍能比较精确的预测出系统的输出,一个很重要的原因是 SVM 巧妙的实现了状态重构理论的将输入向量通过某种变换映射在高维空间中,而状态重构理论虽然在理论上是可以将输入向量映射到很高的嵌入维数空间中,但是在实际计算中是很难实现的. 而 SVM 是利用核函数自动的将输入向量映射在高维特征空间,且计算复杂度也没有增加.

5. 结 论

将基于统计学习理论的 SVM 应用到混沌时间序列预测的研究中,利用混沌时间序列固有的确定性及非线性和 SVM 能够自动的把输入向量映射到一个高维特征空间中实现数据线性可分来提取信息的能力,结合混沌动力系统的相空间延迟坐标重构理论,建立了混沌时间序列的支持向量机预测模型,并利用最小二乘方法对建立的模型进行训练,SVM 模型所蕴涵的函数映射关系就是混沌时间序列向量的内在关系. 以 Mackey-Glass 时间序列和变参数的 Ikeda 时间序列为例,对 SVM 的建模能力进行了验证,并利用该模型对它们的嵌入维数和模型预测误差的关系进行了讨论. 结果表明:混沌时间序列的支持向量机模型是精确的,并且在嵌入维数未知情况下也能得到好的预测效果,因此支持向量机在混沌时间序列的研究中具有很强的实用价值.

[1] Gershenfeld N *et al* 1999 *Nature* **397** 392

[2] Farmer J D *et al* 1987 *Phys. Rev. Lett.* **59** 845

[3] Gan J C *et al* 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2995 (in Chinese) [甘建超等 2003 物理学报 **52** 2995]

[4] Zhang J S *et al* 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 403 (in Chinese) [张家树等 2000 物理学报 **49** 403]

[5] Zhang J S *et al* 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 1248 (in Chinese) [张家树等 2001 物理学报 **50** 1248]

[6] Tan W *et al* 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 795 (in Chinese) [谭文等 2003 物理学报 **52** 795]

[7] Gu W *et al* 1995 *Journal of Fudan University* (Natural Science) **34** 262 (in Chinese) [顾炜等 1995 复旦学报(自然科学版) **34** 262]

[8] Gao L Y 1995 *Physica* D **85** 225

[9] Vapnik V N 1995 *The Nature of Statistical Learning Theory* (New York: Springer-Verlag)

[10] Takens F 1981 *Determing strang attractors in turbulence*, *Lecture notes in Mathematics* (Berlin: Springer-Verlag) 366

[11] Suykens J A K *et al* 2002 *Least Squares Support Vector Machines* (Singapore: World Scientific)

[12] Mackey M C *et al* 1977 *Science* **197** 287

[13] Farmer J D 1982 *Physica* D **3** 366

[14] Ikeda K 1979 *Opt. Commun.* **30** 257

Prediction of the chaotic time series using support vector machines*

Cui Wan-Zhao Zhu Chang-Chun Bao Wen-Xing Liu Jun-Hua

(*School of Electronics and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an* 710049, *China*)

(Received 14 January 2004; revised manuscript received 18 February 2004)

Abstract

Based on the powerful nonlinear mapping ability of support vector machines, the forecasting model of support vector machines in combination with Takens' delay coordinate phase reconstruction of chaotic time series has been established, and from the statistical learning theory, the least squares method is used to train this model. Moreover, using this model, relationships between the embedding dimension and mean-square-error of this model are discussed. Finally, the Mackey-Glass equation and the Ikeda map whose parameter values changing with time are, respectively, applied to test this model, and the results show that the support vector machine can predict chaotic time series accurately, even if the embedding dimension is unknown, and the predicted results are satisfied. This result implies that the support vector machine is a good tool to study chaotic time series.

Keywords: chaotic time series, support vector machine, least squares method

PACC: 0545

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 60036010 and 60276037), and the Doctoral Foundation of the Ministry of Education of China (Grant No. 20020698014).