

带有相反拓扑指数的光学涡流间相互作用研究^{*}

董亮伟¹⁾ 叶芳伟¹⁾ 王建东¹⁾ 李永平¹⁾²⁾

¹⁾中国科学技术大学物理系,合肥 230026)

²⁾中国科学技术大学结构分析开放实验室,合肥 230026)

(2003 年 9 月 26 日收到,2004 年 2 月 16 日收到修改稿)

对线性介质中光学涡流间相互作用做了数值分析,发现当拓扑指数相反时,含有涡流对的光场产生了类似于对称破缺的不稳定性,螺旋位错在传播过程中演变为一种新的位错——边位错,作用过程中拓扑指数守恒.

关键词:光学涡流,拓扑指数,位错

PACC: 4225, 6170G, 4290

1. 引言

含有拓扑波前位错(缺陷)的奇点光普遍存在于光波场中^[1]. 由于其具有独特的动力学行为,在光镊、原子俘获、新型光信息处理、光学计算、量子信息处理等方面有着诱人的应用前景^[2-5],成为近年来备受关注的研究热点之一.

一般地,拓扑波前位错可分为两类^[2]. 螺旋位相位错和边位错. 螺旋位相位错即光学涡流,围绕位相奇点,光场呈现螺旋波前特性. 在奇点处,光场位相无定义而振幅为零,奇点级数与其符号之积称为光学涡流的拓扑指数,表征涡流的角动量. 激光腔的环形模就是一种典型的光学涡流. 边位错是指在传播方向相垂直平面上光波位相沿一条线突变 π , 高斯-厄米模 H_{10} 是边位错最简单的例子. 实验上,两类拓扑波前位错可由计算机制作全息位相掩模技术产生^[6].

在线性和非线性介质中, Kivshar, Petrov 等对螺旋位错(涡流)与边位错间的相互作用做了研究^[7-9]. 发现在传播过程中边位错在一定条件下分解为几个螺旋位错;文献[4]讨论了梯度折射率介质中带有相同或相反拓扑指数的光学涡流动力学行为, Pyragaite 与其合作者探讨了各带有一个涡流的高斯光场重叠时涡流间的相互影响^[10]; Rozas 等对寄居于同一高斯背景光束中的两个涡流之间的相互

作用做了深入研究^[11,12],发现带有相同拓扑指数的光学涡流间的相互作用使得涡流在传播过程中发生平移或转动现象. 然而,对处于线性介质中带有相反拓扑指数的光学涡流间相互作用尚未见过报道.

本文研究处于线性介质中带有相反(相同)拓扑指数的两个光学涡流间的相互作用. 数值计算结果表明,在涡流传播一定距离后,原有的螺旋位错消失,而产生了一个新的位错——边位错. 同时,整个光场随着传播距离的增大,逐渐破裂为两部分. 在整个过程中,拓扑指数守恒.

2. 理论分析

柱坐标中的光学涡流可由 $A(r)\exp(im\theta)$ 表征. 其中 $A(r)$ 为涡流场振幅; m 是一非零整数,为拓扑指数或风数. 在傍轴近似条件下,高斯背景光中含有按 $\exp[i(\omega t - kz)]$ 形式振荡的单个涡流光波场可表示为:

$$E(r, \theta, z) = E_0 \exp\left(-\frac{r^2}{u(z)^2}\right) \exp[i\Phi(r, z)] \\ \times A(r, z) \exp(im\theta) \exp(-ikz) \\ = E_0 u(r, \theta, z) \exp(-ikz), \quad (1)$$

式中 E_0 为高斯背景光的振幅; $u(z) = w_0(1 + z^2/z_0^2)$ 为 z 处光束半径, w_0 为束腰半径, $z_0 = kw_0^2/2$ 称为 Rayleigh 长度;

$$\Phi(r, z) = \tan^{-1}(z/z_0) + kr^2 [z(1 + z^2/z_0^2)]$$

^{*} 国家自然科学基金(批准号:10274078)资助的课题.

[†] E-mail: liyp@ustc.edu.cn; 电话:0551-3606947.

描述背景光场传播时的位相变化; k 为波数.(1)式中已约去 $\exp(i\omega t)$ 项.

非线性介质中光学涡流或孤子的动力学行为由非线性薛定谔方程确定^[7]:

$$-2ik\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right) + \nabla_{\perp}^2 u + 2k^2(n_2 E_0^2/n_0)|u|^2 u = 0, \quad (2)$$

式中 u 为光场包络; $\nabla_{\perp}^2 = (1/r) \partial/\partial r (r \partial u/\partial r) + (1/r^2) \partial^2 u/\partial \theta^2$ 为柱坐标系中横向拉普拉斯算子; n_0, n_2 分别为介质的线性和非线性折射率.

文献[13]指出, $A(r, z=0) = \tanh(r/w_v)$ 形式的涡流是(2)式的一个很好的近似解, 因此可用来描述光学涡流孤子. 而 $A(r, z=0) = (r/w_r)^{|m|}$ 形式的涡流是在柱形波导中产生的涡流近似解, 下文分别简称为 \tanh 涡流和 r 涡流并仅讨论 $|m|=1$ 的情况. 显然, 当 $w_v/w_0 \gg 1$ 时, \tanh 涡流核心收敛于 r/w_v , 即 r 涡流形式, 而当 $w_v \rightarrow 0$ 时, \tanh 涡流变为一点涡流. \tanh 涡流大小由 w_v 给出, 而 r 涡流尺寸由背景光场和 w_r 共同决定. 图1给出了 $z=0$ 时处于背景光腰束中心处 $m=1$ 的 r 涡流和 \tanh 涡流的强度分布灰度图和振幅分布.

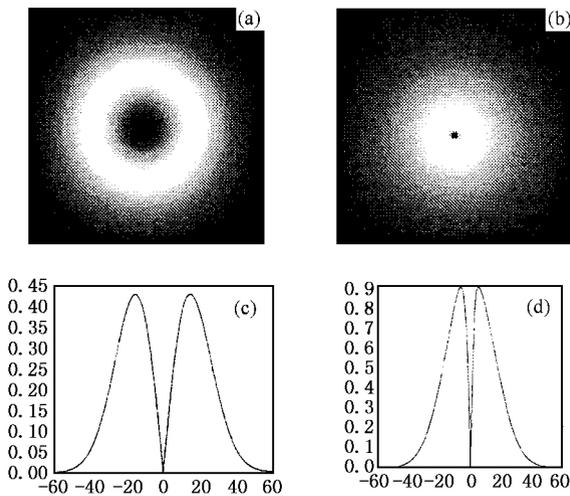


图1 (a)(c) r 涡流 (b)(d) \tanh 涡流在高斯背景光场中心处强度及相应场强分布示意图

柱坐标系中, 多个涡流同时存在时, 其场分布的普遍形式可表示为

$$E(r, \theta, z) = E_0 \exp\left(-\frac{r^2}{w_0^2}\right) \exp[i\Phi(r, z)] \times \prod_{j=1}^M A_j(r_j, z) \exp(im_j \theta_j) \exp(-ikz), \quad (3)$$

式中 $A_j(r_j, z), m_j$ 分别为第 j 个涡流振幅和拓扑指

数. (r_j, θ_j) 为任一点相对于涡流中心的位置, M 为涡流个数.

类似于(1)式, 令 $u = f(r, \theta, z) \exp[is(r, \theta, z)]$, 代入(2)式, 可得耦合方程组

$$-\partial s/\partial z + k_{\perp} \cdot k_{\perp} = \nabla_{\perp}^2 \rho^{1/2}/\rho^{1/2} - P/\rho, \quad (4)$$

$$(1/2) \partial \rho/\partial z + \nabla_{\perp} \cdot (\rho k_{\perp}) = 0, \quad (5)$$

其中 $k_{\perp} = -\nabla_{\perp} s$ 为横向波矢, s 代表光场位相, $\rho = f^2$ 为光场强度, $P = 2\rho^2$. 由上面方程组可看出, 涡流传播的动力学行为由光场的振幅(强度)梯度和位相梯度共同决定, 对于所讨论的线性介质($n_2=0$)而言(4)式中右边第二项为零^[11].

分析上面方程组可知, 涡流传播的动力学行为由光场的振幅(强度)梯度和位相梯度共同决定^[11, 13]. 对于拓扑指数相同的情况, 分析位相梯度和振幅梯度各自对涡流传播的影响, 可知, 振幅梯度的作用是使涡流在垂直于光场振幅梯度方向运动; 而位相梯度则使涡流在横向平面内旋转, 旋转方向由拓扑指数符号决定. 更一般情况, 两种梯度同时存在时, 涡流间作用是非常复杂的, 而且通常依赖于涡流间相对位置.

当拓扑指数相反时, 涡流间相互作用使其表现出与前面讨论完全不同的传播行为. 我们应用 Rozas 提出的方法对其进行理论分析, 定性得出这种情况下涡流的传播行为. 两涡流间相互作用由振幅梯度和位相梯度共同决定. 涡流间相对移动不再是围绕场中心的对称旋转, 在振幅梯度“切向力”作用下沿垂直于其梯度方向运动. 同时, 由于其拓扑指数或角动量符号相反, 还存在涡流间相互作用的“吸引力”, 使得两个涡流不断在切线方向上被拉伸, 最终两个螺旋位错消失而产生一个新的位错——边位错.

3. 涡流传数值模拟

为了更清楚地阐明处于线性介质中涡流间的相互作用, 我们对两类光学涡流应用分步傅里叶方法作了其传输仿真. 这时, 初始光场分布可表述为

$$E(r, \theta, z=0) = E_0 \exp\left(-\frac{r^2}{w_0^2}\right) A_1(r_1, z=0) \times A_2(r_2, z=0) \exp(im_1 \theta_1) \times \exp(im_2 \theta_2). \quad (6)$$

选择两个相距 d 的涡流位置分别为 $(+d/2, 0), (-d/2, \pi)$, 此处仅考虑 $m_2 = \pm m_1 = 1$ 的情形. 若 $|m_j| \neq 1$, 由(3)式知, 场分布可表示为多个拓扑指

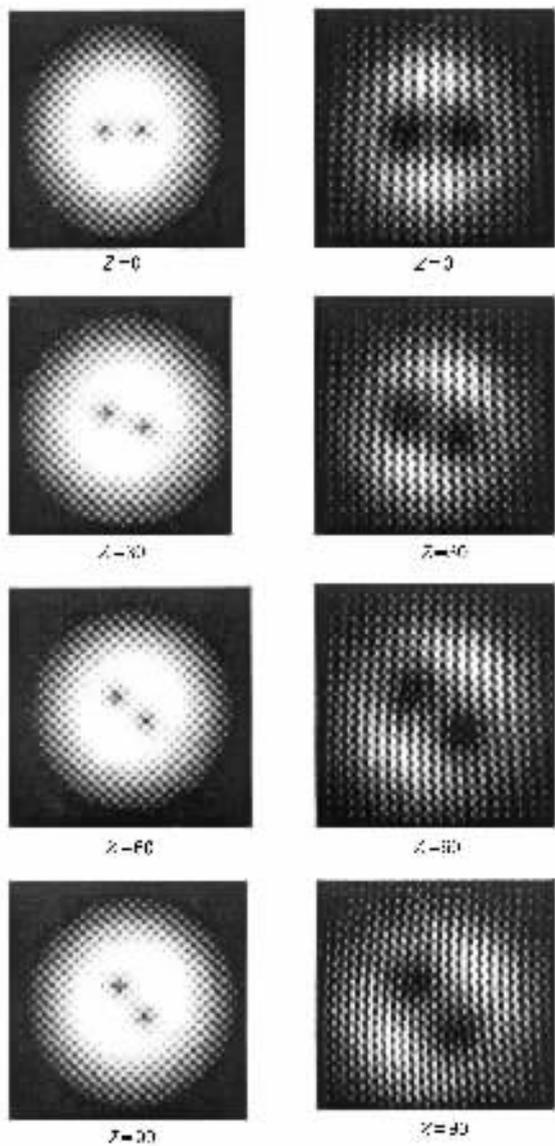


图 2 左列高斯背景光场中拓扑指数都为 1 的 r 涡流对在线性介质中传播时横向强度灰度图 ;右列为相应的干涉图样

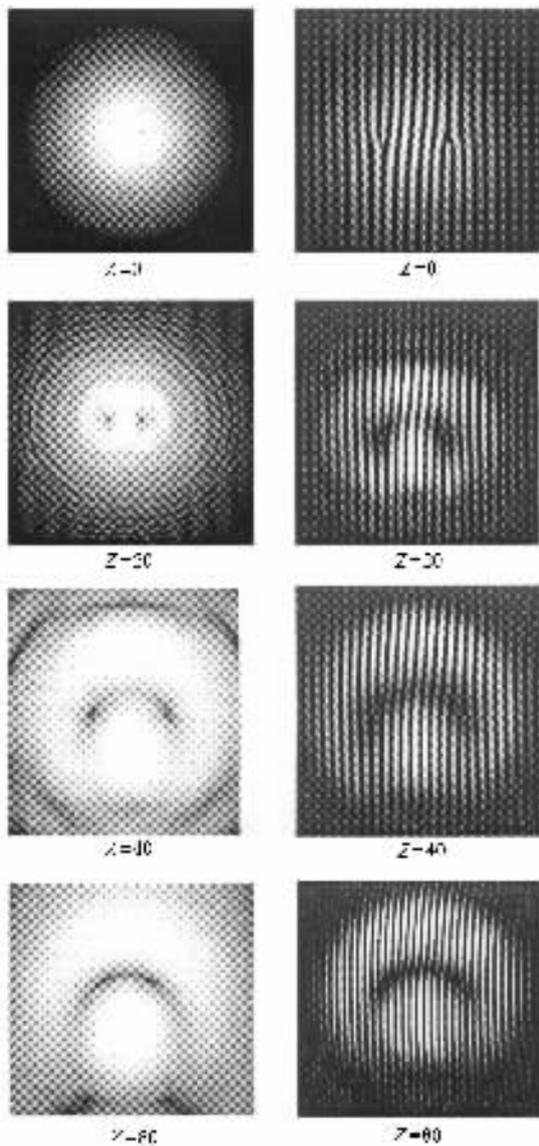


图 3 左列为 $m_1 = -1, m_2 = +1$ 的 tanh 涡流在线性介质中传播时横向强度灰度图 ;右列为相应干涉图样

数为 ± 1 的涡流乘积 ,用类似方法即可研究 .取 $w_0 = 50\mu\text{m}$, $\Delta x = \Delta y = 0.5\mu\text{m}$; $\Delta z = 30\mu\text{m}$; $\lambda = 0.6\mu\text{m}$; 网格数为 1024×1024 ; $d = w_0$; 此时 $z_0 = 1.31 \times 10^4 \mu\text{m}$.图 2 分别给出了 $m_1 = m_2 = 1$ 的两个 r 涡流在不同传播距离处的强度灰度图及其与一参考光的干涉图样 ,传播距离为图中所标与 Δz 之积 .为增强视觉效果 ,图中左列采用了对数 - 灰度方式表示 .场与参考光的干涉图样由图 2 右列给出 .比较左右两列 ,可明显看出 ,涡流中心位置与干涉条纹的分叉处相对应 ,而条纹分叉方向则由涡流拓扑指数符号决定 .涡流位置随传播距离的变化只在 y 方向移动 .对 $m_1 = m_2 = -1$ 的涡流传输得出类似结果 ,只是涡流的移动方

向与前述相反 ,与 Rozas 给出的结论符合得很好 ,由此可证明本文的方法是切实有效的 .这里需注意 ,由于光场处于线性介质中 ,衍射现象始终存在 .但数值模拟表明 ,在传播距离较短时 ,虽然高斯背景场和涡流同时存在衍射效应 ,涡流仍然只沿 y 方向随 z 匀速运动 .

图 3 给出了 $m_2 = -m_1 = 1$ 时两个 tanh 涡流传播过程 .初始涡流位置为 $(+d/2, 0)$, $(-d/2, \pi)$,其中 $d = 4w_0/3$.可看出 ,在这种情况下 ,涡流场的衍射效应要比 r 涡流明显 .整个光场随传播距离的增大而不断变形 .在 $z = 20$ 时可明显发现在场的传播过程中伴随有辐射模的产生 .涡流中心在 x 方向向

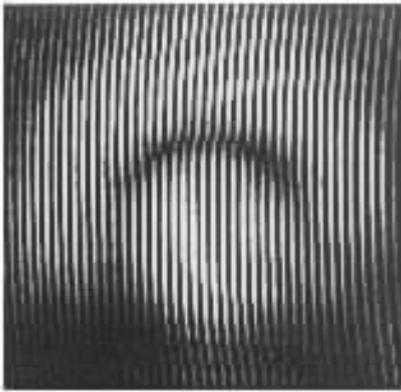


图 4 与图 3 右列对应 $z = 120$ 处产生的边位错示意图

外移动的同时在 y 方向上向上移动.从相应的干涉图样可看出,初始干涉条纹的分叉方向相反,在涡流传播过程中,螺旋位错逐渐消失,而一个弧形的边位错产生,干涉条纹变细是由于衍射光束变宽,而显示图样已缩小.同时,场的能量分布也受涡流的移动而改变,随着涡流的上移和变形,能量逐步从对称分布转移到原对称中心的下部.从图 4 可清楚看出,场的

上下两部分之间弧形暗线两侧的干涉条纹刚好错位,说明沿此线两侧,位相突变为 π .对不同 d 值和 r 涡流的模拟传输得出类似结果,这与本文第二部分的定性分析结论符合得很好.对于相同或相反拓扑指数的 r 涡流和 \tanh 涡流,拓扑指数之和在传播过程中是个守恒量.

4. 结论与讨论

我们对寄居于高斯背景光中的两个光学涡流在传输过程中的相互作用做了数值模拟.当拓扑指数相同时,涡流在横向平面内沿 y 方向匀速移动;而拓扑指数相反时,涡流间的相互作用使得整个光场产生类似于对称破缺的不稳定性,原有的螺旋位错消失,产生了一个新的位错——边位错.在此过程中光场能量分布发生改变,拓扑指数守恒.由于线性介质衍射效应较强,涡流在传播较长距离时光场衍射效应将变得很明显,如果采用非线性饱和介质以抑制衍射效应,有望在传播距离较长时更明显的显现涡流孤子间相互作用的动力学行为.

- [1] Nye J F and Berry M V 1974 *Proc. R. Soc. London Sect. A* **336** 165
 [2] Kivshar Y S and Ostrovskaya E A 2001 *Opt. Pho. News* April 26
 [3] Knill E, Laflamme R and Milburn G J 2001 *Nature (London)* **409** 46
 [4] Molina-terriz G, Torres J P and Torner L 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 013601
 [5] Ye F W and Li Y P 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 328 (in Chinese) [叶芳伟、李永平 2003 物理学报 **52** 328]
 [6] Heckenberg N R, McDuff R, Smith C P and White A G 1992 *Opt. Lett.* **17** 221

- [7] Kivshar Y S and Nepomnyashchy A 2000 *Opt. Lett.* **25** 123
 [8] Petrov D V 2001 *Opt. Commun.* **188** 307
 [9] Petrov D V 2001 *Opt. Commun.* **200** 381
 [10] Pyragaitė V and Stabinis A 2002 *Opt. Commun.* **213** 187
 [11] Rozas D and Swartzlander G A 1997 *J. Opt. Soc. Am. B* **14** 3054
 [12] Rozas D and Swartzlander G A 2000 *Opt. Lett.* **25** 126
 [13] Rozas D 1999 *Ph. D. Thesis* (Worcester polytechnic institute, Worcester)

Interaction between optical vortices carrying opposite topological charges^{*}

Dong Liang-Wei¹⁾ Ye Fang-Wei¹⁾ Wang Jian-Dong¹⁾ Li Yong-Ping^{1,2)†}

¹⁾*Department of Physics, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China*

²⁾*Structural Research Laboratory, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China*

(Received 26 September 2003 ; revised manuscript received 16 February 2004)

Abstract

The interaction between two optical vortices in a linear medium is investigated numerically. An instability resembling the symmetry-breaking instability occurs when the vortices carry opposite topological charges. The screw dislocations will evolve into another type of dislocation-edge dislocation with the propagating of optical field. The sum of the topological charges conserves in the whole process.

Keywords : optical vortex , topological charges , dislocation

PACC : 4225 , 6170G , 4290

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10274078).

[†] E-Mail : liyp@ustc.edu.cn ; Tel. 0551-3606947.