

边界条件对二维斜面颗粒流颗粒分布的影响^{*}

周 英 鲍德松[†] 张训生 雷哲民 胡国琦 唐孝威

(浙江大学物理系, 杭州 310027)

(2003 年 12 月 26 日收到 2004 年 2 月 10 日收到修改稿)

实验研究了粗糙边界条件、不同通道宽度以及不同斜面倾斜角下二维颗粒流的颗粒分布,发现颗粒流在稀疏流状态下尽管在现象上表现出类似流体的性质,但由于颗粒流系统的能量耗散,所以颗粒流的速度和密度分布和牛顿流体完全不同,颗粒流在通道中的分布既受通道宽度的影响同时也受重力场的影响,颗粒在通道中以通道中轴线呈对称分布,通道两侧的颗粒密度明显高于通道中间,由于通道中颗粒受剪切力的作用,导致颗粒在通道中的密度分布的变化,通道边界粗糙度明显影响着颗粒流横向分布.

关键词:二维颗粒流,颗粒物质,稀疏流

PACC:4630P,4610,8220M

1. 引 言

近几年来已经有许多关于颗粒流运动规律研究的报道,目的是研究影响颗粒流运动状态的主要因素^[1-7],Chen 等人^[1]研究了电场作用下管流从稀疏流到密集流的转变.徐光磊等人^[2]的实验分析了斜面上二维颗粒流发生稀疏流到密集流的突变的临界开口 D_c 与初始流量和通道宽度的关系.鲍德松等人^[3]分析了二维传送带上圆片颗粒运动与开口大小及传送带速度的关系,结果表明存在导致传送带上圆片颗粒运动发生变化的临界速度.在 Tasi 等人^[4]对斜槽中颗粒流的研究中,通过改变通道出口的大小,颗粒在斜槽上的流动存在均匀密度流(uniform dense flow)、两相流(two phase flow)和加速气态流(accelerating gaseous flow)三种不同的状态,无论是均匀密度流还是两相流,颗粒流动状态都与通道宽度有关,通道边界粗糙度对颗粒流动有明显影响.另外, Savage^[5]认为颗粒流存在两种极限流动状态,一种是类似于流体的稀疏颗粒流,这类颗粒流颗粒之间的相互作用主要是颗粒之间的相互碰撞,而另一种是准静态颗粒流,颗粒之间的相互作用则主要表现为摩擦相互作用,但在大部分情况下两种状态将

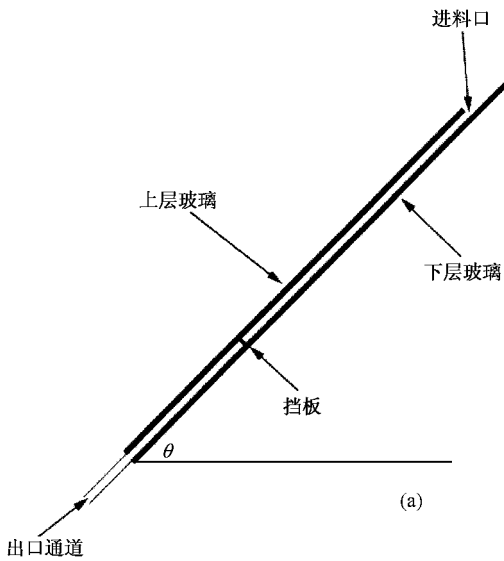
共处于同一颗粒系统中,对于二维垂直通道颗粒流的横向速度涨落与通道宽度有关. Dmitri Volfson 等人^[6]采用连续介质和分子动力学理论模拟了部分流化态的剪切颗粒流,他们采用质量、动量以及用耗散系数修正的能量守恒方程描述了在稀疏流状态下的颗粒流. Jenkins 等人^[7]认为稀疏流下的颗粒流以颗粒间碰撞为主要作用力,这点和 Tasi 等人^[4]的结论一致,他们的研究表明流动速率与碰撞时间相关,经典的流体力学方程加上非弹性碰撞的修正项,可以描述颗粒的稀疏流现象.对于处于密集流状态下的颗粒流就不能采用经典的流体力学方程描述,因为当颗粒处于密集状态时,颗粒之间或颗粒与器壁间主要是以摩擦互相作用,使流动的性质变得十分复杂.本文主要研究稀疏流状态下边界条件对斜面上单层颗粒流的横向分布的影响.

2. 实验装置

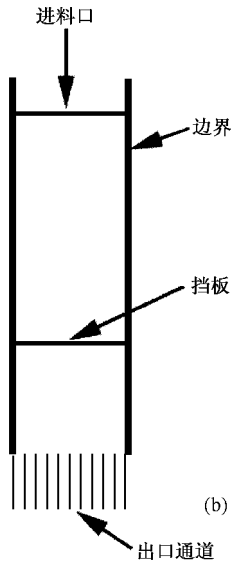
实验装置如图 1 所示.二维斜面通道是由上下两层光滑玻璃组成,斜面倾斜角连续可调.为保证颗粒单层流动,两层玻璃间的间隙为 1.2mm,恰好能通过一层直径为 $1.00 \pm 0.02\text{mm}$ 的钢球.斜面长 1.5m 宽 0.4m,作为颗粒流动的通道宽度最大为

^{*} 国家自然科学基金(批准号:10274071)、国家高技术“863”计划惯性约束聚变技术主题项目(批准号 2002AA84ts06)资助的课题.

[†] E-mail: baodesong@zju.edu.cn



(a)



(b)

图1 实验装置示意图

100mm 整个斜面分成两部分,上端 1.0m 长的部分用作颗粒储存,采用不锈钢片,而且在不锈钢片侧面连续粘一层直径为 $1.00 \pm 0.02\text{mm}$ 的钢珠作颗粒流动通道两侧的粗糙墙体,在通道出口处均匀放置 10 个容器(为了减小容器壁厚对颗粒计量的影响,采用 0.1mm 铜片做成容器,实验中保证容器壁厚小于 0.2mm)接收来自通道每 10mm 宽度内的颗粒,用精度为 10^{-4}g 的电子天平测量每个容器内的颗粒质量计算容器内的颗粒数,从而确定出口处以相应容器为坐标的各位置的平均颗粒数,以此方法来分析通

道单位横向宽度内颗粒流的平均流量分布,斜面倾角的分辨率为 0.5° ,当倾角小于 15° 时颗粒流的稀疏流状态不够稳定,所以实验过程中斜面倾斜角从 20° 开始。

3. 实验结果与分析

实验工作由两部分构成,第一部分工作是保持通道宽度不变,仅通过改变斜面倾斜角改变颗粒所受驱动力的影响,从而影响通道中颗粒流的速度以及密度分布,倾斜角在 20° 至 50° 之间连续可调.由于颗粒处于稀疏流状态,则颗粒流量可用关系式 $Q = \rho v R$ 表示;因此通道出口处每个容器内的颗粒总数为 $S = \rho v R t$.其中 ρ 为颗粒流密度, v 为颗粒在出口处的平均速度, t 为时间, R 为容器开口宽度,因为出口处容器均匀分布,所以 R, t 为常量,则实验所记录的颗粒数 $S \propto \rho v$.斜面倾斜角为 30° 时通道出口处的颗粒分布如图 2 所示,纵坐标为相对颗粒数,横坐标为出口处各容器的相对位置.由图可以看出,颗粒在通道内呈对称马鞍形分布.在两侧的颗粒数分布最少,大约为最大值的四分之一左右,而且在边界附近出现两个对称的极值.如果改变通道的倾斜角,则出口处颗粒数分布发生明显变化,如图 3 所示.三条曲线对应的倾斜角分别为 $20^\circ, 30^\circ$ 和 50° ,为了便于观测,我们将每条曲线分别以其各自的最大值归一,可以看出,当倾斜角为 20° 时,边界对通道中颗粒分布的影响仅局限于边界附近,通道中间的颗粒流量几乎相同.随着倾斜角的增大,颗粒流量出现了极值分布,而且随着倾斜角的进一步增大,流量极值也逐渐趋向通道中间。

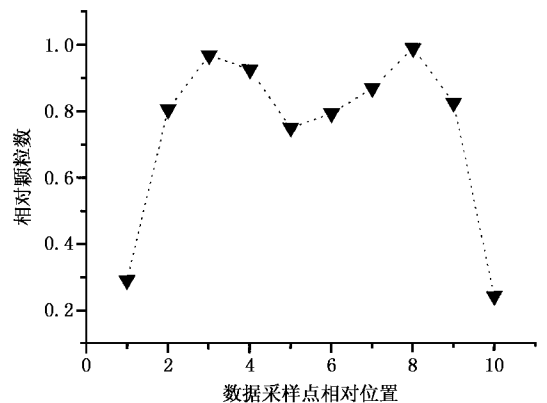


图2 粗糙边界(不锈钢片侧面粘一层 1.0mm 直径颗粒),斜面坡度为 30° 时通道内颗粒数的横向分布

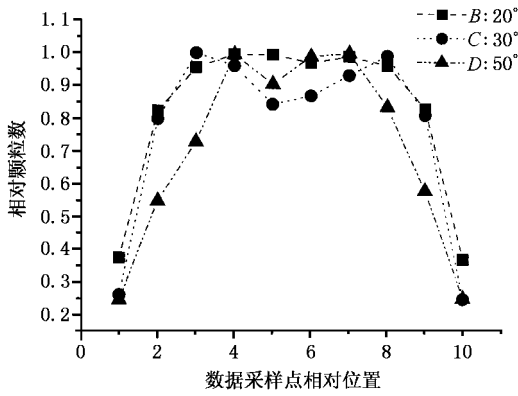


图 3 粗糙边界、通道倾斜角分别为 20°、30°和 50°时通道内颗粒的横向分布

实验的第二部分内容是保持斜面在 30°不变而对通道宽度进行调整 结果发现 随着通道宽度的改变 颗粒在通道中的分布也发生明显变化 当通道宽

度较小时,颗粒在通道内呈现抛物线分布,这和 Savage 的理论模拟^[5]符合.但随着通道变宽,颗粒在通道中的分布逐渐呈现出双峰,如图 4 所示.图 4 (a)(b)(c)和(d)对应的通道宽度分别是 50*d*, 60*d*, 70*d*和 90*d*(*d*是不锈钢钢珠直径),由图可以看出,在宽度为 50*d*和 60*d*时通道中的颗粒还是呈抛物线分布,但当通道宽度大于等于 70*d*时,通道中的颗粒分布就出现了双峰.另一个明显的现象是无论在哪种通道宽度下,如果斜面倾斜角保持在 30°,则由图 4(c)(d)以及图 2 可以看到,颗粒分布的峰值始终出现在距离边界 30*d*左右.而图 3 中 50°所对应的曲线 D 的峰值很明显是在距边界 40*d*的位置.所以有理由推论,在稀疏流状态下,由于粗糙边界对通道中颗粒的作用,颗粒流量曲线的峰值将随着斜面倾斜角的增大而逐渐趋向通道中间.

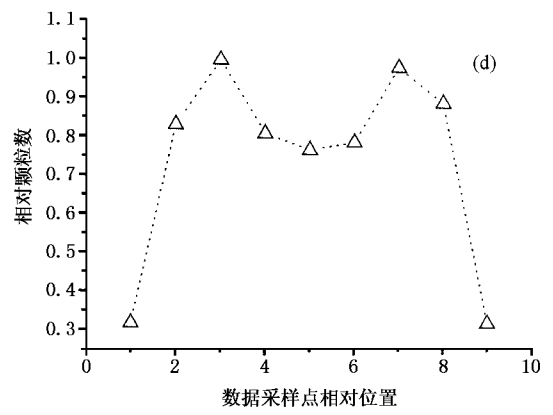
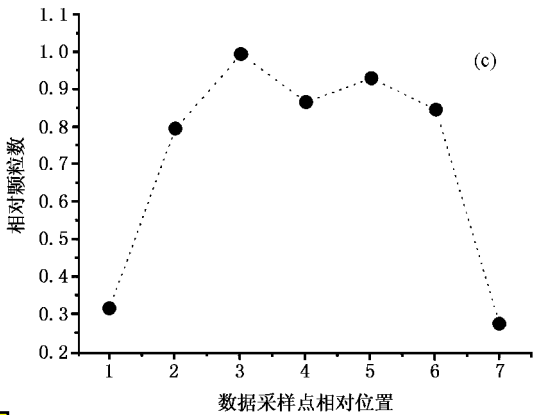
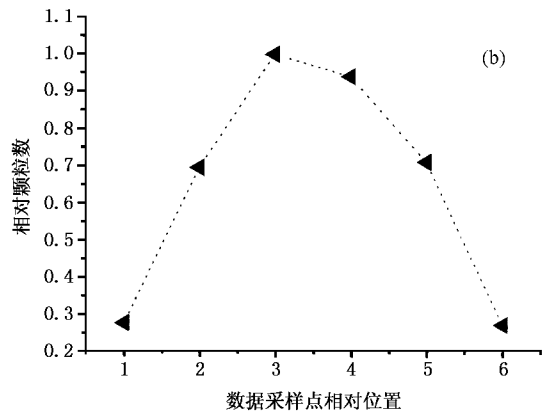
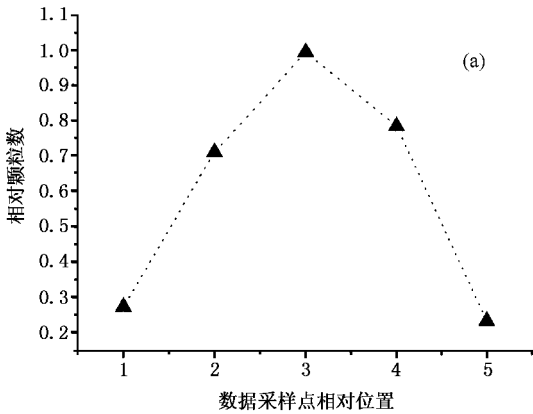


图 4 斜面倾斜角为 30°(a)(b)(c)和(d)通道宽度分别为 50*d*, 60*d*, 70*d*和 90*d*时颗粒在通道中的分布, *d*为不锈钢钢珠直径



4. 讨 论

Goodman 等人^[8]根据颗粒流质量、动量守恒方程以及边界条件导出了斜面颗粒流以及垂直通道颗粒流的速度及密度分布. 对宽度为 $2l$ 的通道, 颗粒的体积分布函数以及颗粒速度分布可表示为

$$\kappa = A \cosh LX + C,$$

$$v = -\frac{\gamma g l^2}{\mu} \left(\frac{A}{L^2} \cosh LX + \frac{1}{2} CX^2 \right) + E,$$

其中 X 是以通道中心为坐标原点, 以通道半宽度 l 归一的通道横向坐标, κ 为颗粒体积分布函数, v 是颗粒流速度分布函数, g 为重力加速度, A, C, E 为积分常数, L 是与颗粒运动状态有关的参数, 称为长度比率, γ 是颗粒所用材料本身的密度, μ 为黏滞系数. 颗粒体密度可以表示为 $\rho = \gamma \cdot \kappa$. 因为 γ 是常数, 所以实验所测量的颗粒总数 $S \propto \kappa \cdot v$. 对于倾斜角为 θ 的斜面颗粒流的体积分布与速度分布为

$$\kappa = A \cosh LX + C,$$

$$v = -\frac{\gamma g l^2 \cos \theta}{\mu} \left(\frac{A}{L^2} \cosh LX + B \sin \theta \cdot X^3 + \frac{1}{2} CX^2 \right) + E.$$

采用上述方程拟合实验结果, 在角度小于 30° 时实验结果符合上述方程. 当角度为 20° 时, 实验数据符合如下方程:

$$\kappa = M \times (2 \cosh 2X + 2),$$

$$v = N \times \left[-0.86 \times (\cosh 2X/4 + 0.1X^3 + X^2) + 2.05 \right].$$

M, N 为归一化系数, 实验结果如图 5 所示. 图中实验曲线是将其最大值归一后的结果, 拟合曲线是速度与体积分数的积 ($V \cdot v$) 并以其最大值归一. 同样, 倾斜角 30° 时实验结果符合下列方程:

$$\kappa = M \times (2 \cosh 2.5X + 2),$$

$$v = N \times \left[-0.8 \times (\cosh 2.5X/6.25 + 0.36X^3 + X^2) + 2.05 \right].$$

但倾斜角大于 45° 时实验结果就不满足上述方程, 这是由于随着角度的增大覆盖在通道上方的盖板对颗粒流产生一定影响的缘故, 对此我们将做进一步研究.

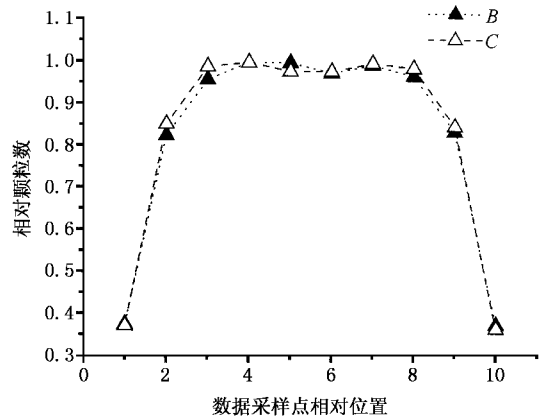


图 5 倾斜角为 20° 时颗粒的分布与理论拟合结果, 图中 B 为实验结果, C 为拟合数据曲线.

此外, 尽管实验上没有将颗粒流的密度与速度分别测量, 但是根据 Goodman 上述理论拟合结果来看, 和 Peng^[9]等人采用 LGA (lattice gas automation) 方法模拟二维颗粒流的速度分布相符合, 在稀疏流状态下, 颗粒流的速度分布近似为抛物线分布. 导致颗粒流流量分布变化的主要因素是颗粒体积分布函数随边界条件的改变而明显变化. 这一现象说明在界面附近存在一颗粒黏滞层. 由图 3 也可以看到, 斜面倾斜角分别为 30° 和 50° 时颗粒数分布曲线峰值所对应的通道位置也不相同.

5. 结 论

实验研究了粗糙边界二维斜面颗粒流的颗粒流量分布, 可以看到, 颗粒流在通道中的分布既受通道宽度的影响, 也受重力场的影响, 颗粒在通道中以通道中轴线呈对称分布, 通道两侧的颗粒数明显少于通道中间, 通道边界明显影响着颗粒流横向分布. 通过理论拟合可以推测, 影响颗粒流量分布的主要是通道中颗粒体积分布函数受粗糙边界作用发生改变所致. 随着颗粒所受重力分量的增加, 粗糙边界对颗粒流的剪切力也随之增大, 导致边界附近颗粒密度明显高于通道中间的颗粒密度. 颗粒在通道中的速度近似于抛物线分布, 影响颗粒流量在通道中分布的主要因素是由于颗粒流受剪切力的作用而导致通道横向颗粒流密度分布的变化.

- [1] Chen W , Hou M , Lu K , Jiang Z and Lam L 2001 *Phys. Rev. E* **64** 061305
- [2] Xu G L *et al* 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 875 (in Chinese) [徐光磊等 2003 物理学报 **52** 875]
- [3] Bao D S *et al* 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 401 (in Chinese) [鲍德松等 2003 物理学报 **52** 401]
- [4] Tasi J C , Losert W , Voth G A and Gollub J P 2001 *Phys. Rev. E* **65** 011306
- [5] Savage S B 1998 *J. Fluid. Mech.* **377** 1
- [6] Dmitri Volfson , Tsimring L S and Aranson I S 2003 *Phys. Rev. E* **68** 021301
- [7] Jenkins J T and Richman M W 1985 *Phys. Fluids* **28** 3485
- [8] Goodman M A and Cowin S C 1971 *J. Fluid. Mech.* **45** part 2 , 321
- [9] Peng G W and Takao Ohta 1997 *Phys. Rev. E* **55** 6811

Effect of boundary on the two-dimensional inclined channel for a dilute granular flow distribution *

Zhou Ying Bao De-Song[†] Zhang Xun-Sheng Lei Zhe-Min Hu Guo-Qi Tang Xiao-Wei

(Department of Physics , Zhejiang University , Hangzhou 310027 , China)

(Received 26 December 2003 ; revised manuscript received 10 February 2004)

Abstract

We have investigated experimentally the two-dimensional flow of stainless steel balls through a smooth inclined plane and between two parallel plates so that the side walls are rough and the inclination is adjustable. It is shown that the dynamical behavior of the dilute granular flow is different from the Newtonian fluids because of the energy dissipation. Compared to the viscous fluids , the velocity profiles of the granular flow are more blunted than the parabolic form and the density profiles are nonuniform. Near the side walls , the density is higher than the center of the channel. The distribution of the density is influenced by increasing inclination and the width of the channel. The transverse distribution of the granules in the channel is affected chiefly by the density distribution.

Keywords : two-dimensional granular flow , granular matter , hydrodynamics

PACC : 4630P , 4610 , 8220M

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10274071) and National Hi-Tech Inertial Confinement Fusion Committee (Grant No. 2002AA84ts06).

[†] E-mail : baodesong@zju.edu.cn