

# 电子束驱动的回旋激射不稳定性进一步的数值研究\*

陈雁萍<sup>1)</sup> 周国成<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>中国科学院国家天文台, 北京 100012)

<sup>2)</sup>中国科学院空间科学和应用研究中心, 北京 100080)

(2003 年 12 月 16 日收到, 2004 年 2 月 4 日收到修改稿)

鉴于近来发现的弱相对论性电子束驱动的回旋激射(maser)不稳定性在太阳射电发射中的重要应用, 在 Chen 等的理论模型的基础上, 对回旋激射不稳定性主要特征在更广泛的参数范围内进行了进一步的深入研究, 丰富了此类等离子体不稳定性的基本内容, 而且预期在天体射电发射机理的研究中也将得到更广泛的应用.

关键词: 回旋激射不稳定性, 弱相对论性电子束, 增长率

PACC: 5225P, 5235

## 1. 引 言

对地球磁层中的回旋激射不稳定性已研究多年了, Wu, Lee<sup>[1]</sup>用损失锥型分布高能电子激发的回旋激射不稳定性解释了地球极区的千米辐射现象. 由于这种分布函数具有密度反转的特点, 以后这种不稳定性就称为回旋激射不稳定性. 而且, 弱相对论效应在其中起着重要作用. 此后在等离子体和天体物理的书<sup>[2,3]</sup>中进行了广泛的讨论. 最近这种讨论被扩展到具有束分布的高能电子. 在太阳射电物理的研究中, 发现经过低频电磁波散射形成的部分球壳状的弱相对论性电子束, 具有密度反转的特性, 可以导致回旋激射不稳定性, 从而直接放大高频电磁波<sup>[4,5]</sup>. 根据这些高频电磁波的激发条件和在等离子体中的传播特性, Wu 等<sup>[4,5]</sup>成功地提出通过回旋激射不稳定性电子束直接激发高频电磁波来解释太阳 III 型爆这一射电现象的新机理, 它不但能涵盖传统等离子体辐射理论<sup>[6]</sup>已解释过的 III 型爆现象, 而且阐明了传统理论还不能很好理解的近年来观察到的新现象. Chen 等<sup>[7,8]</sup>曾对此种不稳定性在有限的参数范围内的基本性质进行了研究, 本文在文献 [7,8] 的基础上对具有束分布的弱相对论性电子束激发的回旋激射不稳定性进行更加广泛和深入的研究, 在

更大的参数范围内详细考察了此种不稳定性的性质, 以便在太阳和天体射电现象的研究中得到更进一步和广泛的应用. 由文献 [7,8] 可知 O2 模增长率较小, 所以本文主要研究 X 模的基频(X1)和谐频(X2)以及 O 模的基频(O1)的激发特征.

本文主要讨论部分球壳状弱相对论性电子束回旋激射不稳定的基本性质. 所采用的基本假设与 Chen 等文章<sup>[7,8]</sup>相同, 即除了背景热等离子体外, 还存在沿着磁场流动的稀薄的快电子束. 经过低频电磁波散射, 形成部分球壳状的弱相对论性电子束. 因为等离子体密度和磁场的非均匀尺度比我们考虑的波的波长要长得多, 于是把背景等离子体和磁场当作是均匀的. 快电子束分布函数形式(见附录)和增长率表达式与 Wu, Chen 等文章<sup>[4,7,8]</sup>中给出的完全相同, 这里不再列出. 文献 [8] 研究了在电子束分布函数峰值处的动量值  $u_0 = 0.5c$  和参数  $\nu_0 \equiv u_{\perp 0}/u_0 = 0$ . ( $u_{\perp 0}$  是  $u_0$  在垂直方向的分量) 情况下激发的回旋激射不稳定的基本性质. 结果表明:  $\nu_0$  存在一个阈值, 在此阈值以上, 保持其他条件不变, 则最大增长率不随  $u_0$  而变; 只有当电子等离子体频率与电子回旋频率的比值  $\omega_p/\Omega$  足够小时, 不稳定性才能被激发; X1 模的最大增长率主要在平行于磁场方向和斜方向, X2 和 O1 模的最大增长率主要在近似垂直方向. 然而, 在天体和空间应用中存在的电子束

\* 中国科学院重点项目(批准号: KJ921-N08)和国家自然科学基金(批准号: 49834030)资助的课题.

† E-mail: chen-yanping@263.net

是比较多样的, 因此本文拟研究在更广泛的电子束流速和投射角范围内, 回旋激射不稳定性的性质. 例如, 当  $u_0$  和  $\nu_0$  变化时, 可能受激发的等离子体条件, 被激发波的传播方向, 增长率的大小会有什么样的改变. 这里我们将考察  $0.2 \leq u_0/c \leq 0.8$ ,  $0.2 \leq \nu_0 \leq 0.8$  参数范围内的情况. 通过数值计算研究在此范围内电子束激发的 X1, X2 模和 O1 模的主要特征.

## 2. 增长率的数值计算结果

这里将考察在  $0.2 \leq u_0/c \leq 0.8$ ,  $0.2 \leq \nu_0 \leq 0.8$  参数范围内的情况. 在计算中取动量弥散参数  $\Delta = 0.1u_0$  和  $\beta = 0.3$ . 下面所有图中所示的增长率都用  $\Omega(n_b/n_0)$  归一. 以下主要从 3 个方面研究此种电子束激发的回旋激射不稳定性的性质.

### 2.1. 在不同传播方向( $\theta$ )上模的激发

这里研究的是在一组给定的  $u_0, \nu_0, \omega_p/\Omega$  参数下, 对一个给定的传播角  $\theta$ , 改变频率求出最大的增长率, 称为  $\omega_{i, \text{peak}}$ . 如此可以考察  $\omega_{i, \text{peak}}$  随  $\theta$  的变化关系.

X1 模的激发主要是在平行方向和较小斜传播方向, 即在  $\theta$  较小的区域, 如图 1 所示, 而且在此区域内增长率几乎为常数.  $\omega_p/\Omega$  越大, 模的激发越向平行方向靠近. 不管  $u_0$  增大或减小, 都具有这个性质.

对于 X2 模,  $\omega_p/\Omega$  不太大时, 增长率的极值主要分布在  $\theta \sim 90^\circ$  附近, 见图 2 和图 3. 但当  $\omega_p/\Omega$  增大时, 情况就不一样了. 对于  $u_0 = 0.2$ , 随着  $\omega_p/\Omega$  的增大, 峰值移向  $\theta$  较小的地方(见图 2); 对于  $u_0 = 0.8$ , 随着  $\omega_p/\Omega$  的进一步增大, 增长率的极大值又回到  $\theta \sim 90^\circ$  附近(图 3). 如果仔细研究增长率在  $\theta$  上的分布随  $\omega_p/\Omega$  的变化, 则可以更清楚地明白其中的变化规律了. 由图 4 可见, 当  $\omega_p/\Omega > 1.0$  时, 除了保留  $\theta \sim 90^\circ$  的主峰值外, 在小  $\theta$  一边, 又出现一个次峰值. 随着  $\omega_p/\Omega$  增大直到 1.4, 次峰值逐渐减小, 并移向  $\theta$  更小的地方. 当  $\omega_p/\Omega > 1.5$  时, 次峰消失, 又回到  $\theta \sim 90^\circ$ . 当  $\omega_p/\Omega$  进一步增大时, 峰值逐渐减小, 但是其峰值位置基本不变(图 5).

我们知道 X 模的截止频率为

$$\omega_{\text{cut}} = \frac{\Omega}{2} \left[ 1 + \sqrt{1 + \left( \frac{4\omega_p^2}{\Omega^2} \right)} \right], \quad (1)$$

它随  $\omega_p/\Omega$  的增大而增加, 共振频率  $\omega_r$  必须大于截止频率, 因而共振频率也随之增大. 由相对论效应的共振条件

$$\omega_r \sqrt{1 + u^2/c^2} - m\Omega - \omega_r N(u_z/c) \cos\theta = 0,$$

可解得共振速度为

$$\frac{u_{z1}}{c} = N\mu \cos\theta + l\sqrt{N^2\mu^2 \cos^2\theta + 2\left(\frac{m\Omega}{\omega_r} - 1\right)}, \quad l = \pm. \quad (2)$$

当  $\omega_p/\Omega < 1.0$  时, 有  $\omega_r < 2\Omega$ , 此时只存在一个共振动量  $u_{r+}$ . 当  $\omega_p/\Omega = 1.3$  时,  $\omega_r > 2\Omega$ , 两个共振动量  $u_{r+}$  和  $u_{r-}$  都可能存在. 因而  $\omega_i$  出现两个峰值. 又由于  $u_{r-} < u_{r+}$ , 由(2)式可见第 2 个峰值只能出现在  $\theta$  较小的地方. 但由于  $u_{r-}$  较小, 所以第 2 个峰值绝对值较小.  $\omega_p/\Omega$  越大,  $2\Omega/\omega_r - 1$  越小,  $u_{r-}$  越小,  $\omega_i$  就越小. 当  $\omega_p/\Omega > 1.5$ , 第 2 个峰值的  $\omega_i$  已太小, 不能在图上显示出来, 因而当  $\omega_p/\Omega > 1.5$  时, 又只出现一个峰值, 在  $\theta \sim 90^\circ$ .

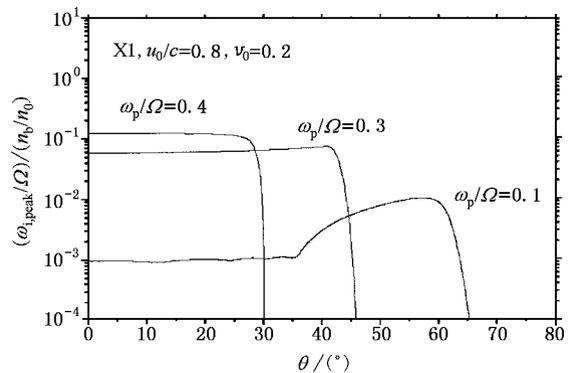


图 1 X1 模的峰值增长率随传播角  $\theta$  的变化 ( $u_0/c = 0.8, \nu_0 = 0.2$ )

对于 O1 模, 当  $u_0 = 0.2c$  时, 不管  $\nu_0$  和  $\omega_p/\Omega$  为何值, 增长率极大值都在  $\theta \sim 90^\circ$  附近. 随着  $\omega_p/\Omega$  的增大, 可激发的  $\theta$  范围也增大(图 6). 当  $u_0 = 0.8c$  时, 就出现了与 X2 模类似的现象, 即在较小的  $\omega_p/\Omega$  范围, 增长率的极大值发生在  $\theta \sim 90^\circ$  附近; 当  $\omega_p/\Omega$  增加到足够大时, 增长率极大值移向  $\theta$  较小的地方(图 7). 其原因也与 X2 模类似, 共振动量由一个增加到两个.

### 2.2. 参数 $\nu_0$ 对增长率的影响

为了考察  $\nu_0$  对增长率的影响, 在一组给定的

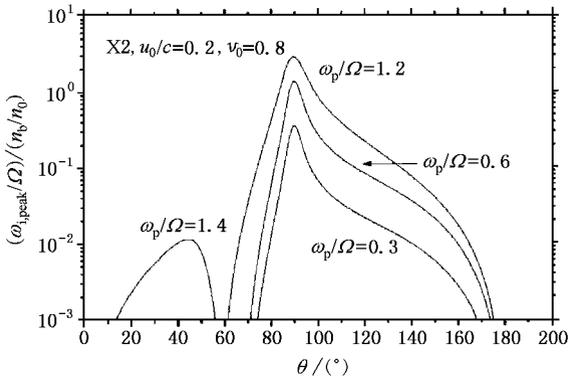


图 2 X2 模的峰值增长率随传播角  $\theta$  的变化 ( $u_0/c=0.2, \nu_0=0.8$ )

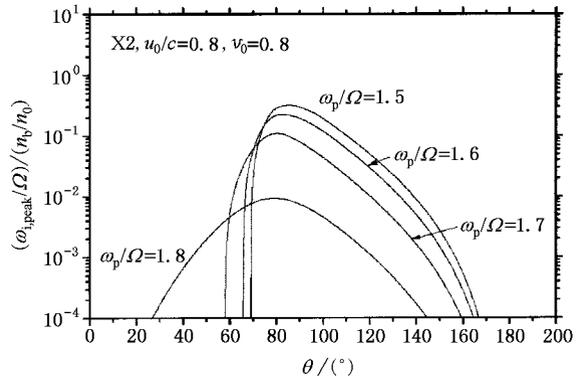


图 5 X2 模的峰值增长率在  $1.5 \leq \omega_p/\Omega \leq 1.8$  范围内, 随传播角  $\theta$  的变化 ( $u_0/c=0.8, \nu_0=0.8$ )

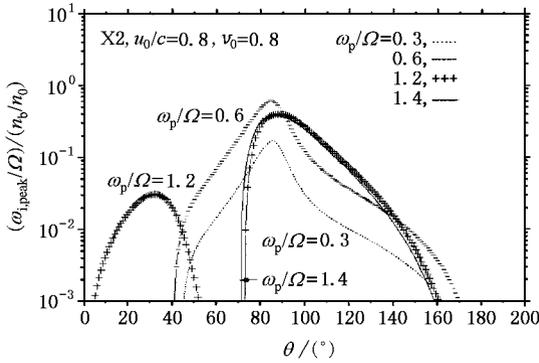


图 3 X2 模的峰值增长率在  $0.3 \leq \omega_p/\Omega \leq 1.4$  范围内随传播角  $\theta$  的变化 ( $u_0/c=0.8, \nu_0=0.8$ )

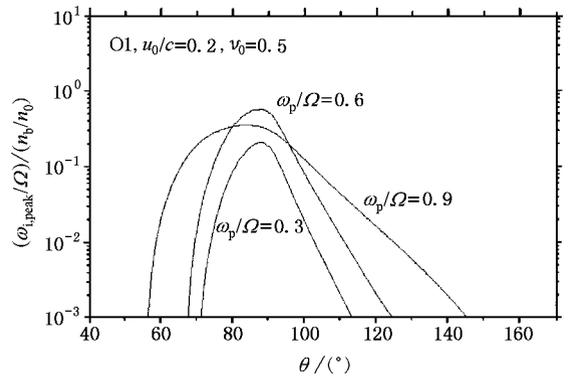


图 6 O1 模的峰值增长率随传播角  $\theta$  的变化 ( $u_0/c=0.2, \nu_0=0.5$ )

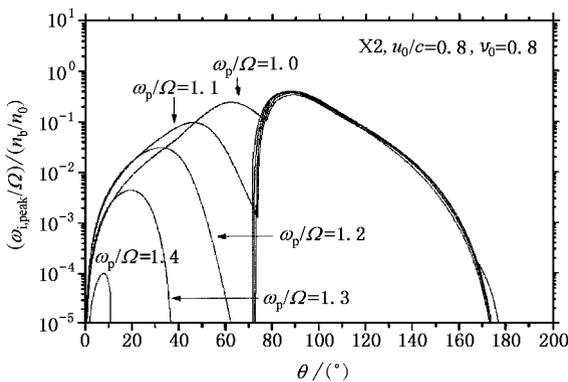


图 4 X2 模的峰值增长率在  $1.0 \leq \omega_p/\Omega \leq 1.4$  范围内, 随传播角  $\theta$  的变化 ( $u_0/c=0.8, \nu_0=0.8$ )

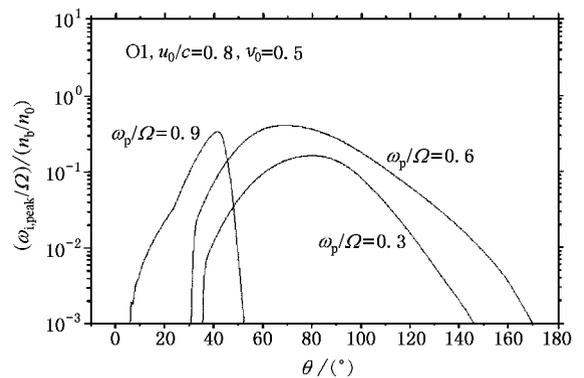


图 7 O1 模的峰值增长率随传播角  $\theta$  的变化 ( $u_0/c=0.8, \nu_0=0.5$ )

$u_0, \nu_0, \omega_p/\Omega$  参数下, 改变共振频率  $\omega_r$  和传播角  $\theta$ , 找出最大的增长率, 称为  $\omega_{i, \max}$ . 随后增加  $\omega_p/\Omega$ , 得到  $\omega_{i, \max}$  随  $\omega_p/\Omega$  的变化曲线, 如图 8—14. 对于不同的模,  $\nu_0$  对增长率的影响是不同的.

图 8 和图 9 所示的是对于一个确定的电子束动

量  $u_0$ , 不同  $\nu_0$  值对应的 X1 模增长率随  $\omega_p/\Omega$  的变化曲线.  $\nu_0$  越大, X1 模增长率越小. 但是在小  $u_0$  情形下 (图 9),  $\nu_0$  较大可以在较大的  $\omega_p/\Omega$  等离子体中激发不稳定性.

对 X2 模 (图 11, 12), 不管  $u_0$  的大小, 增加  $\nu_0$ ,

都可以提高增长率.

对 O1 模(图 13, 14),  $u_0$  小时,  $\nu_0$  小, 增长率小, 适当增加  $\nu_0$ , 如 0.5, 可提高增长率, 再增加  $\nu_0$ , 如 0.8, 增长率就不再增加了.  $u_0$  大时,  $\nu_0$  的变化, 在较高和较低的  $\omega_p/\Omega$  范围影响不同.

为了探究其原因, 转到柱坐标系( $u_{\perp}, u_{\parallel}$ )来分析更为清晰. 在此坐标系中,  $u_{\perp 0} = \nu_0 u_0$ , 改变  $\nu_0$  意味着改变  $u_{\perp 0}$ . 在柱坐标系中, 增长率与分布函数的关系为

$$\omega_i \sim \int d^3 u \left[ \frac{m\Omega}{v_{\perp}} \frac{\partial f_b}{\partial v_{\perp}} + k_{\parallel} \frac{\partial f_b}{\partial v_{\parallel}} \right] \dots \quad (3)$$

随着参数  $\nu_0 = u_{\perp 0}/u_0$  的增加, 一方面使  $\partial f_b/\partial v_{\perp}$  增加, 另一方面使  $\partial f_b/\partial v_{\parallel}$  减小, 两者互相竞争. 对于 X1 模, 激发主要在斜方向和近似平行方向(尤其是  $u_0$  小时), 上式方括弧中第二项起主要作用, 因此  $\nu_0$  增大, 增长率减小. 对于 X2 模,  $\omega_i$  在近乎垂直方向有最大的增长率. 此时  $\omega_i \sim \int dv_{\perp} \frac{2\Omega}{v_{\perp}} \frac{\partial f_b}{\partial v_{\perp}} \dots$   $\nu_0$  的增大就是  $u_{\perp 0}$  以及  $\partial f_b/\partial v_{\perp}$  的增大. 因而  $\omega_i$  随  $\nu_0$  单调上升. 对于 O1 模,  $\omega_i$  随  $\nu_0$  变化比较复杂.

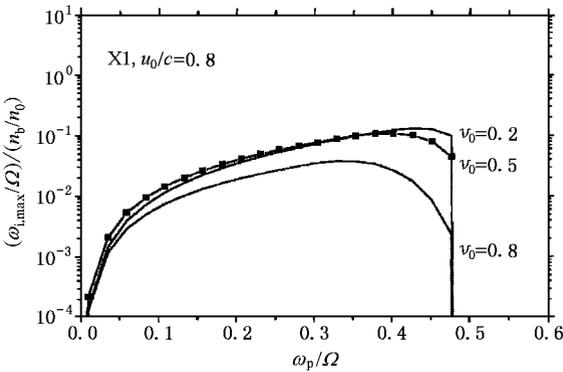


图 8 X1 模的最大增长率随  $\omega_p/\Omega$  的变化( $u_0/c = 0.8$ )

### 2.3. 可激发的 $\omega_p/\Omega$ 范围

图 8 到图 14 显示的分别为  $u_0/c = 0.8$  和  $u_0/c = 0.2$  时 X1, X2 和 O1 模的最大增长率(即改变  $\theta$  和  $\omega/\Omega$  找到的增长率极值)随  $\omega_p/\Omega$  的变化. 快电子束在足够小的  $\omega_p/\Omega$  范围内可以激发 X 模和 O 模. 在  $u_0/c = 0.2$  时, O1 模可激发的等离子体范围为  $\omega_p/\Omega < 1.0$ (图 14);  $u_0/c = 0.8$  时, 可激发的等离子体范围为  $\omega_p/\Omega < 1.2$ , 与  $\nu_0$  关系不大(图 13). 在  $u_0/c = 0.2$  时, X2 模可激发的等离子体范围为  $\omega_p/\Omega < 1.3$

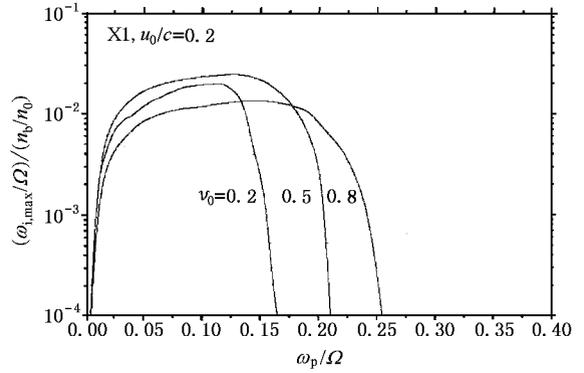


图 9 X1 模的最大增长率随  $\omega_p/\Omega$  的变化( $u_0/c = 0.2$ )

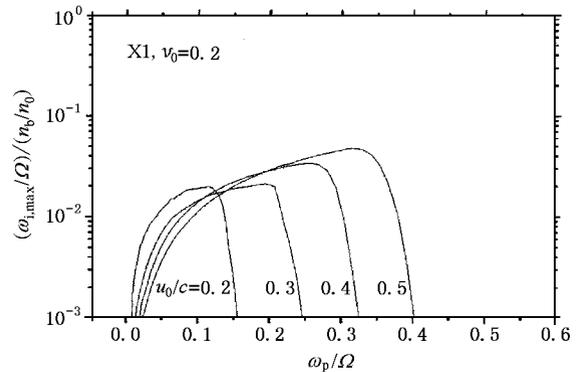


图 10 X1 模的最大增长率随  $\omega_p/\Omega$  的变化( $\nu_0 = 0.2$ )

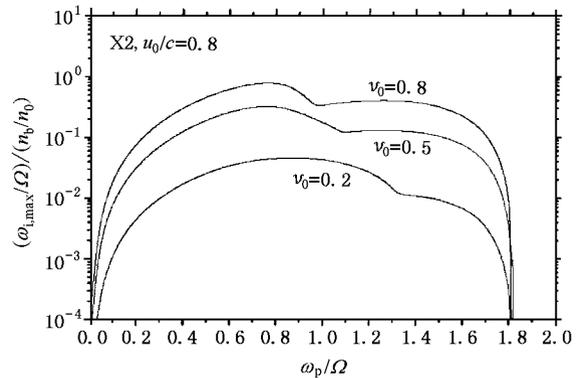


图 11 X2 模的最大增长率随  $\omega_p/\Omega$  的变化( $u_0/c = 0.8$ )

(图 12);  $u_0/c = 0.8$  时, 为  $\omega_p/\Omega < 1.8$ , 与  $\nu_0$  关系也不大(图 10). 但对于 X1 模, 等离子体条件的变化最为明显. 在  $u_0/c = 0.8$  时, 要求  $\omega_p/\Omega < 0.47$ , 与  $\nu_0$  关系不大(图 8). 但在较小的  $u_0$  范围,  $\nu_0$  的变化对可激发的  $\omega_p/\Omega$  最大值影响显著. 例如  $u_0/c = 0.2$  当  $\nu_0$  从 0.8 减小到 0.2 时, 相应的可激发的等

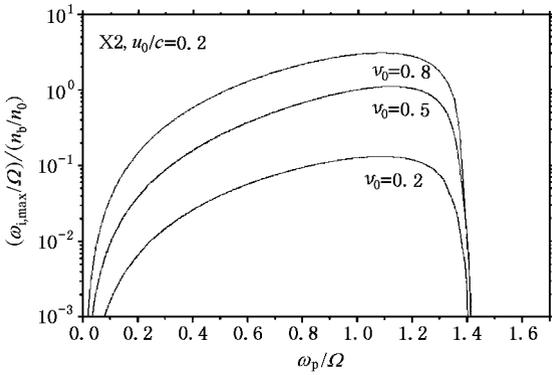


图 12 X2 模的最大增长率随  $\omega_p/\Omega$  的变化( $u_0/c=0.2$ )

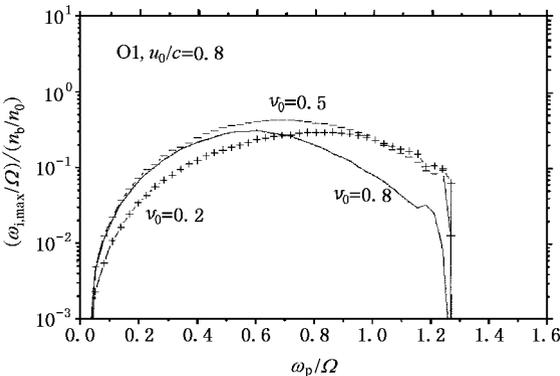


图 13 O1 模的最大增长率随  $\omega_p/\Omega$  的变化( $u_0/c=0.8$ )

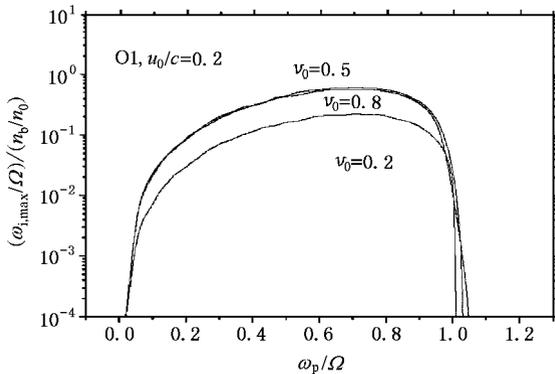


图 14 O1 模的最大增长率随  $\omega_p/\Omega$  的变化( $u_0/c=0.2$ )

离子体范围从  $\omega_p/\Omega < 0.26$  变为  $\omega_p/\Omega < 0.17$ , 即随着  $\nu_0$  减小, 可激发的  $\omega_p/\Omega$  值迅速减小(图 9). 特别是当  $u_0/c$  从 0.1 增加到 0.4 时, 相应的可激发的等离子体范围从  $\omega_p/\Omega < 0.15$  变为  $\omega_p/\Omega < 0.4$ ,  $\omega_p/\Omega$  最大值有了成倍的增加(见图 10).

由以上各图可见, 动量  $u_0$  较大的电子束可以在

比较稠密的等离子体, 即具有较高  $\omega_p/\Omega$  值的等离子体中激发不稳定性. 特别是 X1 模随  $u_0$  的变化最为显著, 当  $u_0$  增加一倍, 能被激发的  $\omega_p/\Omega$  值的变化可达一倍以上.

### 3. 结 论

从以上结果和分析中可知  $u_0/c$ ,  $\nu_0$  和  $\omega_p/\Omega$  这几个参数对于不稳定性的激发和性质起着极为重要的作用.

快电子束在一定的  $\omega_p/\Omega$  范围内可以激发 X 模和 O 模. 在  $0.2 \leq u_0/c \leq 0.8$  范围内, 这几个模的共同规律是增加  $u_0/c$ , 有利于在较高  $\omega_p/\Omega$  值的等离子体中的激发. 特别是 X1 模在  $u_0/c \leq 0.4$  的范围内, 能被激发的最大的  $\omega_p/\Omega$  值随  $u_0/c$  和  $\nu_0$  的变化最为显著, 其值可有成倍的变化.

在一定的  $u_0/c$  值, 增加  $\nu_0$ , 可显著增加 X2 模的增长率. 对于小  $u_0/c$  值, 增加  $\nu_0$ , 会减小 X1 模的增长率. O1 模增长率随  $\nu_0$  的变化比较复杂.

X1 模的激发主要在  $\theta$  较小的斜传播方向, 随着  $\omega_p/\Omega$  的增大, 增长率的极值逐渐移向  $\theta$  更小的方向. X2 模的最大增长率主要发生在近似垂直方向, 只有当  $\omega_p/\Omega \sim 1.2-1.4$  之间才可能在小  $\theta$  方向出现增长率极值. O1 模的激发主要发生在近似垂直方向, 只有在大  $u_0/c$  和大  $\omega_p/\Omega$  时移向小  $\theta$  方向.

对于束流激发的回旋激射不稳定性的性质, 我们已经做了比较仔细的研究, 它使我们更清楚地知道这种不稳定性产生的必须条件和它的主要性质, 丰富了等离子体物理的内容. 由此我们可以更广泛地把它用于太空和天体射电辐射现象的研究. 对于在太阳射电物理中的应用将在另文发表.

### 附 录

本文采用了与文献 [4, 7, 8] 中相同的分布函数形式:

$$F_b = D \exp \left[ -\frac{(u - u_0)^2}{\Delta^2} - \frac{(\chi \mu) - \nu_0 \chi}{\beta^2} \right],$$

$$0 \leq \mu \leq 1; F_b = 0, \mu < 0.$$

这里

$$\frac{1}{D} = \pi \Delta^3 \left\{ \frac{u_0}{\Delta} \exp \left( -\frac{u_0^2}{\Delta^2} \right) + \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left( 1 + \frac{2u_0^2}{\Delta^2} \right) \right. \\ \left. \times \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{u_0}{\Delta} \right) \right] \right\} \times \int_0^1 d\mu \exp \left[ -\frac{(\chi \mu) - \nu_0 \chi}{\beta^2} \right],$$

并且  $\nu(\mu) \equiv \sqrt{1 - \mu^2}$ ,  $\Delta$  是动量  $u_{\parallel}$  的弥散度,  $\nu_0 = u_{\perp 0}/u_0$ ,  $\beta = v_0/c$ ,  $\mu = \cos\phi$  ( $\phi$  是动量空间的投射角).

- [ 1 ] Wu C S and Lee L C 1979 *Astrophys. J.* **230** 621
- [ 2 ] Melrose D B 1986 *Instabilities in Space and Laboratory Plasmas* Chapter 11 ( New York : Cambridge Univ. Press )
- [ 3 ] Benz A 1993 *Plasma Astrophysics* Chapter 8 ( Dordrecht : Kluwer Academic Publishers )
- [ 4 ] Wu C S , Wang C B , Yoon P H , Zheng H N and Wang S 2002 *Ap. J.* **575** 1094
- [ 5 ] Yoon P H , Wu C S and Wang C B 2002 *Ap. J.* **576** 552
- [ 6 ] Melrose D B 1985 *Solar Radiophysics* , ( ed. D. J. McLean & N. R. Labrum , New York , Cambridge Univ. Press )
- [ 7 ] Chen Y P , Zhou G C , Yoon P H and Wu C S , 2002 *Phys. Plasmas* , **9** 2816
- [ 8 ] Chen Y P *et al* 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 421 ( in Chinese ) 陈雁萍 2003 *物理学报* **52** 421 ]

## Further numerical study of a maser instability driven by an electron beam <sup>\*</sup>

Chen Yan-Ping<sup>1)†</sup> Zhou Guo-Cheng<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> *National Astronomical Observatory , Chinese Academy of Sciences , Beijing 100012 , China )*

<sup>2)</sup> *Center for Space Science and Applied Research , Chinese Academy of Sciences , Beijing 100080 , China )*

( Received 16 December 2003 ; revised manuscript received 4 February 2004 )

### Abstract

Thorough numerical studies of the characters of maser-instability driven by a beam of weak relativistic electrons are performed on the basis of the theoretical model of Chen *et al* due to its important application in the solar radio emission. It enriches the fundamental content of the plasma instabilities. And it is expected to be applicable widely in the study of solar and celestial emission mechanism.

**Keywords** : maser-instability , weak relativistic electron beam , growth rate

**PACC** : 5225P , 5235

<sup>\*</sup> Project supported by the Chinese Academy of Sciences ( Grant No. KJCX2-N08 ) , and by the National Natural Science Foundation of China ( Grant No. 49834030 ).

<sup>†</sup> E-mail : chen-yanping@263.net