

# 磁场中等离子体鞘层的结构<sup>\*</sup>

邹 秀 刘金远 王正涵 宫 野 刘 悦 王晓钢

(大连理工大学三束材料改性国家重点实验室 大连 116023)

(2003 年 4 月 25 日收到 2003 年 12 月 29 日收到修改稿)

采用流体力学理论,研究了斜磁场作用下的等离子体鞘层结构.在不同大小及方向的磁场作用下,对鞘层的离子、电子密度分布,离子流速度分布,电势分布和 Bohm 判据进行了讨论.结果显示磁场对鞘层的结构有明显的影响.在静电力和洛仑兹力的作用下,离子流作螺旋进动,离子密度分布产生振荡.

关键词:磁鞘,等离子体,磁场

PACC: 5240K, 5265, 0755

## 1. 引 言

对等离子体鞘层的研究是等离子体实验中的一个重要问题,近年来相关的理论与实验工作广泛地开展着<sup>[1-9]</sup>.利用磁场调控鞘层中等离子体的动量及能量分布,使等离子体表面工程优化,已成为国际上一个新的研究热点<sup>[1]</sup>.在某些情况下,磁场的影响是不可忽略的,然而磁场的引入又会使问题更加复杂<sup>[2]</sup>.迄今为止,也有部分理论实验工作<sup>[10-16]</sup>采用动力学方法,研究斜磁场作用下等离子体鞘层结构,主要是预鞘层的一些特性.本文采用流体力学方法,数值研究了一维坐标空间三维速度空间的斜磁场作用下的等离子体鞘层模型,研究了磁场的大小及方向对鞘层中的电子离子密度分布、电势、离子流速度以及 Bohm 判据的影响.本文将有助于解决利用外磁场实现控制工艺的一些问题.

## 2. 基本物理模型

我们考虑一个坐标空间是一维,速度空间是三维的等离子体鞘层模型(如图 1 所示).外加磁场在  $(x, z)$  平面内,与  $x$  轴的夹角为  $\theta$ .在鞘边  $x = 0$  处静电势  $\phi = 0$ .

假设电子遵循玻尔兹曼分布

$$n_e = n_0 \exp(e\phi/T_e), \quad (1)$$

离子的运动遵从连续性方程和运动方程

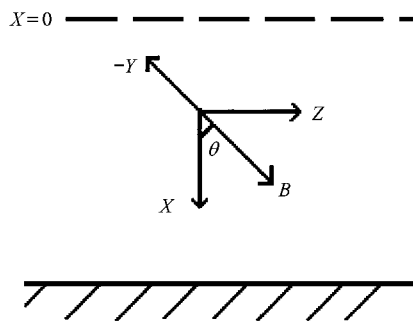


图 1 磁鞘模型

$$\nabla \cdot (n_i \mathbf{v}) = 0, \quad (2)$$

$$m_i \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -e \nabla \phi + e \mathbf{v} \times \mathbf{B}_0, \quad (3)$$

以及泊松方程

$$\partial^2 \phi / \partial x^2 = -e(n_i - n_e) \epsilon_0. \quad (4)$$

如果取物理量只有  $x$  方向的空间变化,即  $\nabla \rightarrow \hat{x} \partial / \partial x$ , 则(2)(3)式变为

$$\partial (n_i v_x) / \partial x = 0, \quad (5)$$

$$m_i v_x \partial v / \partial x = -\hat{x} e \partial \phi / \partial x + e \mathbf{v} \times \mathbf{B}_0. \quad (6)$$

定义 离子声速  $c_s = (T_e/m_i)^{1/2}$ ; 离子回旋频率  $\omega_c = eB_0/m_i$ ; 离子回旋周期  $\tau = \omega_c^{-1}$ . 引入下列无量纲量:  $\eta = -e\phi/T_e$ ,  $\xi = x/(c_s \tau)$ ,  $\mathbf{u} = \mathbf{v}/c_s$  和  $N_e = n_e/n_0$ ,  $N_i = n_i/n_0$ . 由上面(1)(4)(5)(6)式可以得到

$$N_e = \exp(-\eta), \quad (7)$$

$$N_i u_x = M, \quad (8)$$

$$u_x \partial \mathbf{u} / \partial \xi = \hat{x} \partial \eta / \partial \xi + \mathbf{u} \times \hat{B}_0, \quad (9)$$

\* 国家自然科学基金(批准号:10175013 和 19875007)和国际合作基金(批准号:1001760807 和 1016420799)资助的课题.

$$d^2 \eta / d\xi^2 = [N_i - \exp(-\eta)] \gamma^2, \quad (10)$$

其中(8)式中  $M = v_{x0}/c_s$  为离子马赫数 (10)式中  $\gamma = \lambda_e/\rho_i, \lambda_e = (\epsilon_0 T_e/n_0 e^2)^{1/2}$  是电子德拜长度,  $\rho_i = (T_e m_i/e^2 B_0^2)^{1/2}$  是离子回旋半径.

取  $\hat{B}_0 = \hat{x} \cos\theta + \hat{z} \sin\theta$  那么(9)式变为

$$u_x \partial u_x / \partial \xi = \partial \eta / \partial \xi + u_y \sin\theta, \quad (11)$$

$$u_x \partial u_y / \partial \xi = -u_x \sin\theta + u_z \cos\theta, \quad (12)$$

$$u_x \partial u_z / \partial \xi = -u_y \cos\theta, \quad (13)$$

由(8)(11)(12)(13)式可得

$$u_y \sin\theta = -A(\eta) d\eta/d\xi, \quad (14)$$

其中  $A(\eta) = 1 + M^2/N_i^3 dN_i/d\eta$ ,

$$u_z = \text{ctg}\theta [M(1 - 1/N_i) + 1/M \int N_i d\eta], \quad (15)$$

将(8)(14)和(15)式代入(12)式得

$$d[A(\eta) d\eta/d\xi] d\xi = 1 - N_i \cos^2\theta [1 + 1/M^2 \int N_i d\eta]. \quad (16)$$

由(7)(10)和(16)三式可以数值求得电子、离子密度和电势在鞘层中的分布.

### 2.1. Bohm 鞘层判据

由(14)式,在鞘边  $\eta \rightarrow 0, u_{y0} = 0, N_i \rightarrow 1$  而  $d\eta/d\xi \neq 0$  得  $A(\eta) = 1 + M^2 dN_i/d\eta = 0$  所以有

$$dN_i/d\eta|_{\eta=0} = -1/M^2, \quad (17)$$

由关系  $[dN_i/d\eta + \exp(-\eta)]_{\eta=0} \geq 0$ , 代入(17)式,得到  $1/M^2 - 1 \leq 0$ , 即 Bohm 判据

$$M^2 \geq 1. \quad (18)$$

我们看到, Bohm 判据与没有磁场的情况相同, 说明在存在外加磁场的情况下, 离子要进入鞘层也必须具有大于等于离子声速  $c_s$  的速度.

### 2.2. 能量守恒定理

将(11)(12)(13)式分别乘以  $u_x, u_y, u_z$ , 再相加得

$$u_x^2 \partial u_x / \partial \xi + u_x u_y \partial u_y / \partial \xi + u_x u_z \partial u_z / \partial \xi = u_x \partial \eta / \partial \xi, \quad (19)$$

(19)式左右均除以  $u_x$ , 然后积分得能量守恒定理

$$u_x^2 + u_y^2 + u_z^2 = 2\eta + M^2. \quad (20)$$

这里用到边界条件  $\xi \rightarrow 0, u_{x0} = M, u_{y0} = 0, u_{z0} = 0, \eta \rightarrow 0$ .

## 3. 数值结果与讨论

本文的计算中取离子马赫数  $M = 1$ , 电场初始值

$E = 0.01$ .

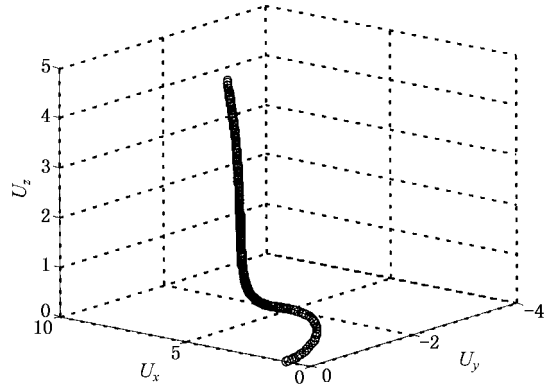


图2 离子流的速度( $\gamma = 1$ )

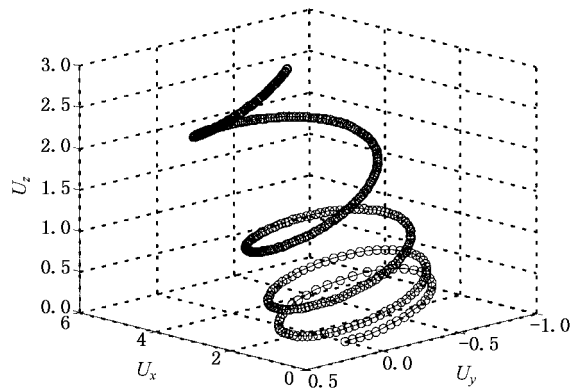


图3 离子流的速度( $\gamma = 5$ )

### 3.1. 磁鞘中离子流的运动

图2是  $\gamma = 1$  时离子流在磁鞘中三个方向速度的示意图,  $\gamma = 1$  也就是离子回旋半径  $\rho_i = 1\lambda_e$ . 由于磁场比较弱, 在洛仑兹力的作用下离子流在鞘层里没有完成一周的旋转, 它在  $y$  轴只有负方向的速度. 图3是  $\gamma = 5$  时离子流在磁鞘中三个方向速度的示意图,  $\gamma = 5$  也就是离子回旋半径  $\rho_i = 1/5\lambda_e$ . 此时的磁场足够强, 洛仑兹力使离子流做旋转运动, 而电场力使离子流向壁方向运动, 从图3可以看出离子流在这两个力的作用下作螺旋进动, 进动的轴线方向和磁场的方向基本一致, 这里磁场与  $x$  轴夹角  $\theta = 30^\circ$ .

### 3.2. 磁场的大小对磁鞘结构的影响

图4给出了与  $x$  轴夹角  $\theta = 30^\circ$  时, 不同大小的磁场作用下的离子密度分布, 并且与没有磁场的状况进行比较. 从图中可以看出, 初始时, 磁场会引起

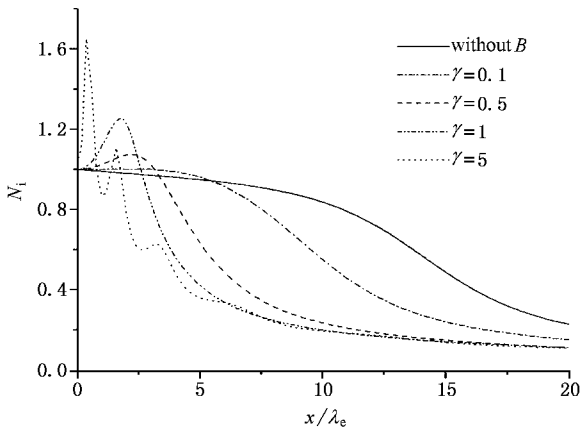


图 4 离子密度分布(  $\theta = 30^\circ$  )

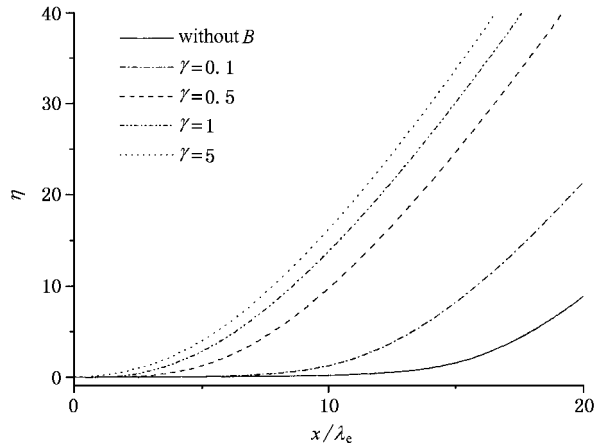


图 6 电势(  $\theta = 30^\circ$  )

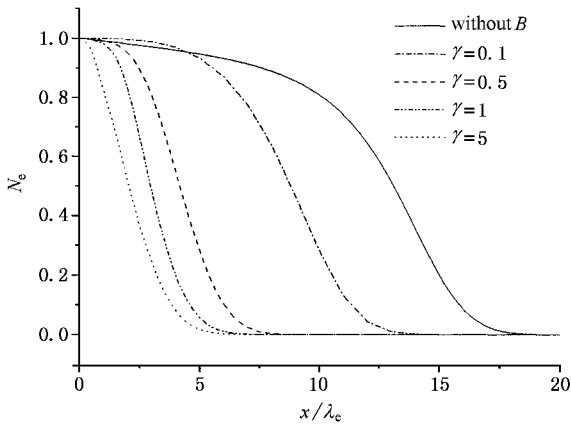


图 5 电子密度分布(  $\theta = 30^\circ$  )

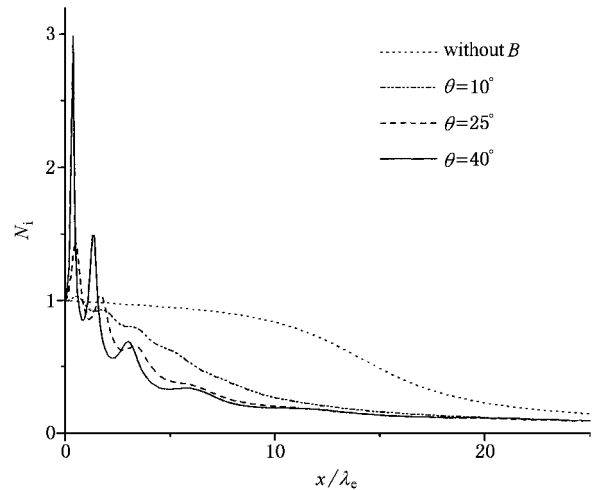


图 7 离子密度分布(  $\gamma = 5$  )

离子密度分布增加,接着又使其降低.这是由于磁场的洛伦兹力对刚进入鞘层的离子(只有  $x$  方向的速度)的减速作用,速度的降低便会导致离子密度的增加.磁场越大,对离子的减速也越明显,离子密度增大越显著.我们假设电子不直接受磁场的影响,它只是电势的函数(方程(1)).由泊松方程,离子密度的增加,导致电势  $\eta$  上升(如图6所示),实际  $\phi$  下降,以及电场值增大.电势  $\phi$  下降,电子密度分布也相应降低(如图5所示).电场值增大,离子受到的电场力也增大,对其加速,离子流  $x$  轴速度增加了,密度分布也就降低了.

我们还能从图4中看到,  $\gamma \leq 1$  的几种情况,离子流在磁场中都没有旋到一周,所以密度分布短暂上升后便一直下降,而当  $\gamma = 5$  时,离子流是螺旋进动的,洛伦兹力也会在每个周期分别对离子流在  $x$  方向进行加减速,所以离子密度分布会有周期性的小振荡.

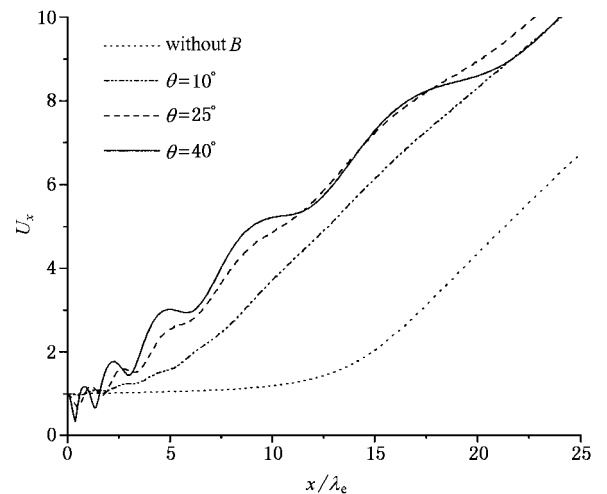


图 8 离子流  $x$  方向速度(  $\gamma = 5$  )

### 3.3. 磁场的方向对磁鞘结构的影响

图 7 是  $\gamma = 5$  时不同角度的磁场作用下的离子密度分布,可以看出角度越大,也就是磁场  $z$  方向的分量越大,密度分布的振荡越明显.图 8 表示的是  $\gamma = 5$  时不同角度的磁场作用下的离子流  $x$  方向的速度,可以看出,如果磁场  $z$  方向的分量达到一定值时,会使离子流  $x$  方向速度产生振荡,当离子在第一次减速时速度减到小于等于零则离子会逃离鞘层.

从图 4 和图 7 可以看出  $z$  轴磁场的大小是使离子密度分布振荡的原因.

## 4. 结 论

外加磁场作用下的鞘层的 Bohm 判据与没有磁场的情况是一致的,说明存在外加磁场的情况下离子仍需具有大于等于离子声速  $v_s$  的速度才能进入鞘层区域.磁场会使电子密度分布下降,电势  $\eta$  升高(实际  $\phi$  下降).离子密度分布开始升高,而后降低, $z$  轴磁场达到一定强度会使离子流沿着磁场方向作螺旋进动,离子密度分布产生振荡.

- |   |  |
|---|--|
| [ 1 ] Ma T C 1997 <i>Journal of Dalian Univ. of Technology</i> . <b>37</b> 125 (in Chinese) [ 马腾才 1997 大连理工大学学报 <b>37</b> 125 ] | [ 7 ] Dai Z L <i>et al</i> 2001 <i>Acta Phys. Sin.</i> <b>50</b> 2398 (in Chinese) [ 戴忠玲等 2001 物理学报 <b>50</b> 2398 ] |
| [ 2 ] Cao J B <i>et al</i> 1999 <i>Journal of Space Sin.</i> <b>19</b> 102 (in Chinese) [ 曹晋滨等 1999 空间科学学报 <b>19</b> 102 ]      | [ 8 ] Qiu H T <i>et al</i> 2002 <i>Acta Phys. Sin.</i> <b>51</b> 1332 (in Chinese) [ 邱华檀等 2002 物理学报 <b>51</b> 1332 ] |
| [ 3 ] Wei H L <i>et al</i> 1994 <i>Acta Phys. Sin.</i> <b>43</b> 950 (in Chinese) [ 魏合林等 1994 物理学报 <b>43</b> 950 ]              | [ 9 ] Liu J Y <i>et al</i> 2000 <i>Vacuum</i> <b>59</b> 126  |
| [ 4 ] Yu W <i>et al</i> 1999 <i>Acta Phys. Sin.</i> <b>48</b> 1701 (in Chinese) [ 于威等 1999 物理学报 <b>48</b> 1701 ]                | [ 10 ] Chodura R 1982 <i>Phys. Fluid</i> <b>25</b> 1628  |
| [ 5 ] Liu D Y <i>et al</i> 2000 <i>Acta Phys. Sin.</i> <b>49</b> 1094 (in Chinese) [ 刘德勇等 2000 物理学报 <b>49</b> 1094 ]            | [ 11 ] Riemann K U 1994 <i>Phys. Plasmas</i> <b>1</b> 552  |
| [ 6 ] Wang D Z <i>et al</i> 2000 <i>Acta Phys. Sin.</i> <b>49</b> 2404 (in Chinese) [ 王德真等 2000 物理学报 <b>49</b> 2404 ]           | [ 12 ] Stangeby P C <i>et al</i> 1995 <i>Phys. Plasmas</i> <b>2</b> 702  |
|   | [ 13 ] Kim G H <i>et al</i> 1995 <i>Phys. Plasmas</i> <b>2</b> 3222  |
|   | [ 14 ] Ahedo E 1997 <i>Phys. Plasmas</i> <b>4</b> 4419   |
|   | [ 15 ] Valsaque F <i>et al</i> 2001 <i>Journal of Nuclear Materials</i> <b>763</b>                                   |
|   | [ 16 ] Singha B <i>et al</i> 2002 <i>Physics of Plasmas</i> <b>9</b> 683   |

## Plasma sheath in a magnetic field<sup>\*</sup>

Zou Xiu, Liu Jin-Yuan, Wang Zheng-Xiong, Gong Ye, Liu Yue, Wang Xiao-Gang

(State Key Laboratory of Materials Modification by Laser, Ion and Electron Beams, Dalian University of Technology, Dalian 116023, China)

(Received 25 April 2003; revised manuscript received 29 December 2003)

### Abstract

The structure of the plasma sheath in an oblique magnetic field was investigated with the fluid method. In various different magnitude and directions of the magnetic field, the electron and ion density distribution, ion flow velocity, electron potential and Bohm's criterion have been calculated. It is shown that the magnetic field has obvious effect on the plasma sheath. Under the action of electrostatic and Lorentz forces, the ion flow makes a helical movement, and the ion density distribution fluctuates.

**Keywords:** magnetic sheath, plasma, magnetic field

**PACC:** 5240K, 5265, 0755

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10175013, 19875007), the International Collaboration Fund (Grant Nos. 10010760807, 1016420799).