单壁碳纳米管环离散谱和连续谱间的转变*

刘超平 丁建文节 颜晓红

(湘潭大学物理系,湘潭 411105) (2003年12月17日收到 2004年1月26日收到修改稿)

考虑卷曲效应 构造了扶手形单壁碳纳米管环的单π轨道紧束缚模型.利用波函数分解方法导出了原子间相 互作用矩阵元,由此研究了扶手形碳纳米管环的电子性质.随环半径改变,观察到电子结构发生从离散谱到连续谱 之间的转变.计算也表明随管半径改变,其能谱也有类似的变化.

关键词:碳纳米管环,卷曲效应,电子结构 PACC:6148,7125X

1.引 言

随着纳米制备技术的不断成熟 人们能够合成 出各种类型的碳纳米管,在制备碳纳米管的同时,一 些基于碳纳米管的新结构也被发现[1-9],如碳纳米 管异质结1-4]、碳纳米管环[5-8]等.碳纳米管环 (toroidal carbon nanotube , TCNT)的概念是由 Dunlap^[9]首先提出,它是将一段有限长碳纳米管弯 曲后首尾相接而形成的封闭环状结构. Thess 等⁵发 现在晶化纳米管束(crystalline rope)中碳纳米管确能 弯曲.Liu 等^[6]实现了弯曲碳纳米管首末两端的无缝 连接.Ahlskog^[7]用原子力显微镜和扫描电子显微镜 观察热分解碳氢化合物气体产生的沉积物时,从中 不仅发现了碳纳米管,也观察到了完整的TCNT. Martel 等^[8]用超声波合成法同样也制备出了 TCNT. 这种结构可以用来制作微型电磁元器件 因而引起 了人们极大的兴趣. Itoh 等^{10]}对其结构对称性、结合 能、形变能等进行了理论计算. Hod 等^{11]}基于 Brenner-Tersoff 势模型研究了其结构和稳定性,并得 到了一些新的亚稳态环结构. Lin 等^{12]}计算了高对 称性扶手形和锯齿形 TCNT 的电流输运 结果与介 观正常金属环中持续电流的变化规律非常相似. Shea 等^[13]实验测量 TCNT 的低温磁致电阻,在 3— 60K 的温度范围内观察到弱一维局域负磁阻,在1K 以下观察到弱局域到强局域的转变.对于用作微型 电磁元器件的 TCNT,人们非常关心其电子结构特 征^[14].然而,可能是其特殊的几何结构及其复杂的 卷曲效应所致,有关其电子结构的研究并不多. TCNT 不同于直碳纳米管,其结构尺寸相对较小,卷 曲效应却很复杂.它也不同于小的团簇,其尺寸相对 较大,结构特殊而原子数也更多.张振华等^[14]用石 墨卷曲模型初步计算了 TCNT 的电子结构以及磁化 特征,得到了一些有意义的结果.不过,忽略卷曲效 应的石墨模型描述这种特殊结构的电子性质显然过 于简化了.考虑卷曲效应,利用 Slater-Koster 参数近 似^[15,16] 本文研究 TCNT 电子性质及其与结构的 关联.

2. 扶手形 TCNT 的结构模型

为简化,我们考察高对称性非旋的扶手形纳米 管环.扶手形(n,n)纳米管对应的管半径为r = $3na_{cc}/2\pi$,其中 a_{cc} = 0.142 nm 是 C – C 键长.将有p个平移单胞的扶手形(n,n)管弯曲,并让它首尾相 接,从而形成一个封闭纳米管环.我们用(n,n,p)表 示这类环,其环半径为 $R = \sqrt{3}pa_{cc}/2\pi$.为研究这类 环的电子性质,根据 Bloch 定理,利用其对称性,我 们只要考察沿环周长方向的一个单胞.该单胞内包 含有沿管轴方向的两个原子环,每个原子环的原子

[†]E-mail:jwding@xtu.edu.cn

^{*} 国家 973 计划项目(批准号 :1999-0645-4500),湖南省中青年科技基金(批准号 100JZY2138)和湖南省教育厅重点项目和青年项目(批准号: 03A046 和 03B039)资助的课题。

3473

数均为 2n 个.两相邻原子环所在平面的二面角为 θ = π/p ,而 2θ 亦即一个平移单胞相对于环中心的圆 心角,如图 1 所示.图中示出两个放大刻度的相邻原 子环 A 和环 B,环 A 上的原子标记为(A_1 , A_2 ,..., A_{2n}),而环 B 上的原子标记为(B_1 , B_2 ,..., B_{2n}).为 确定每个环中原子的相对位置,各自选取原子环平 面内与 z 轴垂直的一个方向为极轴.为方便,设 B_1 的极角为 0 而 A_1 的极角为 $\alpha_0/2$,其中 $\alpha_0 = 2\pi/3n$. A 和 B 环上各原子对应各自极轴的角坐标 α_i 和 α'_i 可



图 1 碳纳米管环沿环周长方向的两原子环单胞

以分别确定 . 例如 , A 环中各原子的角坐标分别为 $\alpha_i = \begin{cases} \alpha_0(3i - 3)/2, (i) 为偶数, \\ \alpha_0(3i - 2)/2, (i) 为奇数, \end{cases}$ (1)

其中 $i = 1 2 \dots 2n \cdot A$ 环中各原子 A_i 的位置坐标容 易得出为(($R + r\cos\alpha_i$) $0, r\sin\alpha_i$).同样,可得到 B环中各原子 B_i 的位置坐标为(($R + r\cos\alpha'_i$) $\cos\theta$ (R+ $r\cos\alpha'_i$) $\sin\theta$, $r\sin\alpha'_i$).由此可以方便地确定任意 两个最近邻原子间相对位矢的方向余弦.

3.紧束缚近似方法和 Hamiltonian 矩阵

我们选取通常的单电子 π 轨道紧束缚近似,仅 考虑最近邻相互作用^[17].由于沿环周长方向的周期 性,与 *A* 和 *B* 环相邻的原子环上存在与 A_i 和 B_i 等 价的原子 A'_i 和 B'_i ,其波函数跟 A_i 和 B_i 的仅相差 位相因子 $e^{\pm i\beta}$.考虑周期性边界条件 $e^{i\beta} = 1$ 则有

 $\beta = j \times 2\pi/p$, (j = 1, 2, ..., p). (2) 若将波函数表示为

$$\psi(r) = (\phi_{A_1}, \phi_{A_2}, \dots, \phi_{A_{2n-1}}, \phi_{A_{2n}}, \phi_{B_1}, \phi_{B_2}, \dots, \phi_{B_{2n-1}}, \phi_{B_{2n}})^{\dagger}, \qquad (3)$$

则紧束缚方程可以写成矩阵形式 $H\psi(r) = E\psi(r)$, 其中 $H \ge 4n \times 4n$ 的 Hamiltonian 矩阵.令

$$\boldsymbol{H} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{H}_{AA} & \boldsymbol{H}_{AB} \\ \boldsymbol{H}_{BA} & \boldsymbol{H}_{BB} \end{bmatrix} , \qquad (4)$$

其中 H_{AA} 和 H_{BB} 分别是与A环和B环相对应的 $2n \times 2n$ 阶子矩阵 ,而 H_{AB} 为A环和B环间的相互作用矩阵 ,且 $H_{BA} = (H_{AB})$.根据其位形结构 ,这些子矩阵分别表示为

$$\boldsymbol{H}_{AA} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{A_1} & t_{A_1A_2} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ t_{A_2A_1} & \varepsilon_{A_2} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{A_3} & t_{A_3A_4} & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & t_{A_{2n}A_{2n-1}} & \varepsilon_{A_{2n}} \end{bmatrix}, \quad (5a)$$
$$\boldsymbol{H}_{BB} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{B_1} & 0 & 0 & \cdots & t_{B_1B_{2n}} \\ 0 & \varepsilon_{B_2} & t_{B_2B_3} & \cdots & 0 \\ 0 & t_{B_3B_2} & \varepsilon_{B_3} & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ t_{B_{2n}B_1} & 0 & 0 & \cdots & \varepsilon_{B_{2n}} \end{bmatrix}, \quad (5b)$$

$$\boldsymbol{H}_{AB} = \begin{bmatrix} t_{A_1B_1} + t_{A_1B_1'} e^{i\beta} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & t_{A_2B_2} + t_{A_2B_2'} e^{i\beta} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & t_{A_{2n}B_{2n}} + t_{A_{2n}B_{2n'}'} e^{i\beta} \end{bmatrix}.$$
 (5c)

确定上述矩阵中各原子间的相互作用 t_{ij}后,每对应 一个 β值,即可获得一组能量本征值,进而能确定 体系的电子结构及其相关物理量.

由于 TCNT 复杂的弯曲表面,其卷曲效应对电 子结构的影响应该予以考虑.最近,基于量子力学原 理,Ding 等^[15]发展了一种波函数分解方法,结合 Slater-Koster 参数公式^[16],可以方便地确定复杂表面 上原子间的相互作用.为考察 TCNT 的卷曲效应,将 *A* 和*B* 环上各原子π轨道波函数在原子环平面内分 解成沿两个互相垂直方向的分量^[15]

$$\varphi_p^A = \cos \alpha_i \varphi_1^A + \sin \alpha_i \varphi_2^A ,$$

$$\varphi_p^B = \cos \alpha_i' \varphi_1^B + \sin \alpha_i' \varphi_2^B , \qquad (6)$$

其中 φ_1 , φ_2 分别表示两个互相垂直方向的分量,其 中下标1表示沿原子环极轴方向,下标2表示沿Z 轴方向,如图1所示.由此容易获得公式(5)中积分, 如

$$t_{A_{i}B_{j}} = (\varphi_{p}^{A}, H\varphi_{p}^{B})$$

$$= \cos\alpha_{i}\cos\alpha'_{j}(\varphi_{1}^{A}, H\varphi_{1}^{B}) + \sin\alpha_{i}\sin\alpha'_{j}(\varphi_{2}^{A}, H\varphi_{2}^{B})$$

$$+ \cos\alpha_{i}\sin\alpha'_{j}(\varphi_{1}^{A}, H\varphi_{2}^{B})$$

$$+ \sin\alpha_{i}\cos\alpha'_{i}(\varphi_{2}^{A}, H\varphi_{1}^{B}). \qquad (7)$$

利用 Slater-Koster 参数公式^[16],以及文献 15 叶发展 的方法 (7)式中的积分可以表示为

$$\left(\begin{array}{c} \varphi_{1}^{A} & H\varphi_{1}^{B} \end{array} \right) = \cos\theta E_{xx} \left(\begin{array}{c} r_{i} \end{array} \right) + \sin\theta E_{xy} \left(\begin{array}{c} r_{i} \end{array} \right),$$

$$\left(\begin{array}{c} \varphi_{2}^{A} & H\varphi_{1}^{B} \end{array} \right) = \cos\theta E_{xx} \left(\begin{array}{c} r_{i} \end{array} \right) + \sin\theta E_{xy} \left(\begin{array}{c} r_{i} \end{array} \right),$$

$$\left(\begin{array}{c} \varphi_{2}^{A} & H\varphi_{2}^{B} \end{array} \right) = E_{xz} \left(\begin{array}{c} r_{i} \end{array} \right),$$

$$\left(\begin{array}{c} \varphi_{1}^{A} & H\varphi_{2}^{B} \end{array} \right) = E_{xz} \left(\begin{array}{c} r_{i} \end{array} \right),$$

$$\left(\begin{array}{c} \varphi_{1}^{A} & H\varphi_{2}^{B} \end{array} \right) = E_{xz} \left(\begin{array}{c} r_{i} \end{array} \right),$$

$$\left(\begin{array}{c} \theta_{1}^{A} & H\varphi_{2}^{B} \end{array} \right) = E_{xz} \left(\begin{array}{c} r_{i} \end{array} \right),$$

$$\left(\begin{array}{c} \theta_{1}^{A} & H\varphi_{2}^{B} \end{array} \right) = E_{xz} \left(\begin{array}{c} r_{i} \end{array} \right),$$

$$\left(\begin{array}{c} \theta_{1}^{A} & H\varphi_{2}^{B} \end{array} \right) = E_{xz} \left(\begin{array}{c} r_{i} \end{array} \right),$$

$$\left(\begin{array}{c} \theta_{1}^{A} & H\varphi_{2}^{B} \end{array} \right) = E_{xz} \left(\begin{array}{c} r_{i} \end{array} \right),$$

$$\left(\begin{array}{c} \theta_{1}^{A} & H\varphi_{2}^{B} \end{array} \right) = E_{xz} \left(\begin{array}{c} r_{i} \end{array} \right),$$

参量 E_{ij} 与 r_i 的方向余弦(l_i , m_i , n_i)有关,可以根据 Slater-Koster 表得到^[16],计算中所需参数选取的与文 献 15]相同.利用类似方法,同一环上最近邻原子间 的相互作用矩阵元 $t_{A_iA_j}$ 和 $t_{B_iB_j}$ 可以更方便地获得.为 考虑管弯曲时原子间距离 d_i 的变化,相互作用矩阵 元中将乘上距离因子^[15]

 $f(d_i) = (1 + \lambda d_i) e^{-\lambda (d_i - d_0)} (1 + \lambda d_0), (9)$ 其中 $\lambda d_0 = 2.732$ 为拟合参数 , d_0 为平衡晶格距离. 至此 ,我们可以求出所有的矩阵元 ,从而能进一步获 得体系的电子结构.

4.计算和讨论

作为示例,我们研究了扶手形纳米管环的电子 结构及其与结构的关联.

图 2 示出了扶手形(10,10,*p*)TCNT 电子结构 随环半径的变化情况.



图 2 碳纳米管环(10,10,p)的能谱随环半径的变化

从图中可以看出,当 p 较小,即环半径较小时, 费米能附近的能谱呈现出离散的斑纹带状结构 ,与 纳米管片段的能谱结构很相似^[18],表现出与 C_{oo}等 团簇类似的特征[19].随 p 增加 ,即环半径增大 ,能级 间隔逐渐减小,并趋向于连续谱.当 p 足够大时,结 果与无限长金属性扶手形管类似,为考察能谱变化 特征 在图 3 中进一步示出了能级平均间距与环半 径变化.从图中可以看出,环半径较小时,平均能级 间距比较大,随环半径的增大,平均能级间距减小, 并逐渐趋于零,这是因为碳纳米管环不仅在管半径 方向受到约束 在环周长方向也受到约束 特别是当 环半径较小时 将导致能级的离散化 呈现出明显的 量子化特征.随环半径的增加 碳纳米管环逐步趋近 于直的碳纳米管、根据碳纳米管能带理论的解析研 究 扶手形碳纳米管对 Peierls 畸变是稳定的 不存在 能隙,呈现连续谱特征[17],所以,这些结果表明在碳 纳米管环中 随环半径的改变 人们可能观察到其电 子结构从离散谱到连续谱之间的转变.



图 3 平均能级间距随环半径的变化

图 4 中,示出了(10,10,p)纳米管环最高占有 态与最低空态之间能隙 E_{g} 随环半径的变化,其中p= 3k(k为整数).从图中可以看出,能隙随环半径变 化呈现振荡变化,与有限长扶手形碳纳米管的计算 结果类似,表现出明显的量子尺寸效应^[20].随环半 径的增加,振幅变小且能隙逐步趋近于零,与无限长 金属性扶手形管一致.对于 $p = 3k \pm 1$ 的情形,计算 结果类似.这些结果与张振华等^[14]利用石墨模型所 得结果有所不同.这表明了较小碳纳米管环一般具 有类团簇特征,可能并不一定具有金属性特征.由于 存在明显的量子尺寸效应以及卷曲效应,其电子结 构对电磁输运将有重要影响.这也意味着在碳纳米 管环的光谱实验中人们可能观察到与直碳纳米管显 然不同的光谱特征.



图 4 最高占有态与最低空态间能隙随环半径的变化(其中 p = 3k ,k 为整数)

为考察管径对碳纳米管环电子结构的影响 图 5

中示出了(*n*,*n*,200)纳米管环最高占有态与最低空 态之间能隙 *E*_g随管径的变化.从图中可以看出,当 环半径一定(*p*=200)时,*E*_g随管径的增加并非单调 减小.在管径较小时,*E*_g存在一个极小值,随管径增 大随后又出现一个极大值.最后能隙随管径增大而 减小,逐渐趋近于零.这说明纳米管环的电子结构不 仅与其环半径有关,也与其管径有关.



图 5 最高占有态与最低空态间能隙随管径的变化

所以,我们的计算表明,通过选择适当的环半径 和管半径,人们可以获得所需要的具有某些特殊性 质的电磁元器件结构.

5.结 论

考虑卷曲效应,构造了扶手形碳纳米管环的单 电子紧束缚模型,结合 Slater-Koster 参数近似,研究 了扶手形碳纳米管环的电子结构,研究表明当环半 径较大时 扶手形碳纳米管环的能带结构与相应的 直管基本一致,呈现金属性特征.当环半径较小时, 量子尺寸效应明显,可以观察到离散的斑纹状能级 结构 ,与 Co 团簇能级结构相似 ,呈现出类团簇性质. 此外 碳纳米管环的电子结构与管径也紧密相关,所 以 随环半径或管径的改变 碳纳米管环的能谱可能 发生从离散谱到准连续谱之间的转变 这些结果可 以通过实验获得定性的检验,我们的方法和结论对 研究类似结构有借鉴作用,如用来研究锯齿形管和 螺旋形管的相关性质,可以进一步探索不同管型和 螺旋度等参量对 TCNT 电子结构的影响.我们的结 果对理解相应结构的特殊性质及其物理机理有帮 助,对探索其制备和应用有一定指导意义。

- [1] Yao Z et al 1999 Nature 402 273
- [2] Chico Lopez et al 1998 Phys. Rev. Lett. 81 1278
- [3] Madhu Menon 1997 Phys. Rev. Lett. 79 4453
- [4] Liu H et al 2003 Acta Phys. Sin. 52 664(in CHinese] 刘 红等 2003 物理学报 52 664]
- [5] Thess A 1996 Science 273 483
- [6] Liu J et al 1997 Nature 385 780
- [7] Ahlskog M et al 1999 Chem. Phys. Lett. 300 202
- [8] Martel R et al 1999 Nature **398** 299
- [9] Dunlap B I 1992 Phys. Rev. B 46 1933
- [10] Itoh S 1993 Phys. Rev. B 48 8323
- [11] Hod O et al 2003 Phys. Rev. B 67 195408

- [12] Lin M F and Chun D S 1998 Phys. Rev. B 57 6731
- [13] Shea H R et al 2000 Phys. Rev. Lett. 84 4441
- [14] Zhang Z H et al 2001 Acta Phys. Sin. 50 1150(in Chinese] 张振 华等 2001 物理学报 50 1150]
- [15] Ding J W et al 2003 J. Phys. : Condens. Matter. 15 L439
- [16] Slater J C and Koster G F 1954 Phys. Rev. 94 1498
- $\left[\begin{array}{cc} 17 \end{array} \right] \ \ Ding \ J \ W \ et \ al \ 2002 \ Phys \ . \ Rev \ . \ B \ 66 \ 073401$
- [18] Bulusheva L G et al 1998 J. Phys. Chem. A 102 975
- [19] Xie X D, Lu D 1998 Energy Band Theory of Solids (Shanghai : Fudan University Press)p351(in Chinses)[谢希德、陆 栋 1998 固体能带理论 复旦大学出版社)第 351页]
- [20] Rochefort A et al 1999 J. Phys. Chem. B 103 641

Discrete-continuous spectral transition in single wall toroidal carbon nanotubes *

Liu Chao-Ping Ding Jian-Wen[†] Yan Xiao-Hong

(Department of Physics , Xiangtan University , Xiangtan 411105 , China) (Received 17 December 2003 ; revised manuscript received 26 January 2004)

Abstract

Taken into account the curvature effects ,we build a single- π orbital tight – binding model for armchair toroidal carbon nanotubes , from which the interaction matrix elements have been derived by means of the wavefunction decomposition method. The electronic structures of armchair toroidal carbon nanotubes are studied , which are dependent on both the torus radius and the tube radius. The energy spectral transition is observed from the discrete to continuous ones , as the torus radius and the tube radius are varied.

Keywords : toroidal carbon nanotube , curvature effect , electronic structure PACC: 6148 , 7125X

^{*} Project supported by the State Key Development Programme for Basic Research of China (Grant No. 1999-0645-4500), the Mid-Youth Science-Technology Foundation of Hunan Province (Grant No. 00JZY2138), and the Research Foundation of Education Bureau of Hunan Province (Grant Nos. 03A046 and 03B039).

[†]E-mail: jwding@xtu.edu.cn