第 53 卷 第 10 期 2004 年 10 月
1000-3290/2004/53(10)/3535-05
物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA
Vol.53, No.10, October, 2004

微波谐振腔 Q 值对磁激子振幅不稳定态阈值的影响*

史庆藩[1)] 郑俊娟[2)] 王 琪[3)]

[1)](北京理工大学应用物理系,北京 100081)
[2)](中国科学院物理研究所,北京 100080)
[3)](盐城师范学院物理系,盐城 224002)

(2003 年 10 月 17 日收到;2003 年 12 月 1 日收到修改稿)

基于 Safonov 和 Yamazaki 所发展的激励自旋波非线性辐射衰减的理论[J. MMM. 161 (1996) 275],考虑磁激子与磁激子以及磁激子与光子的两种非线性相互作用过程,计算了微波谐振腔 Q 值对磁激子振幅不稳定态阈值的影响,结果与实验数据基本一致.

关键词:磁激子,谐振器,铁磁体
PACC:7530D,7650

1. 引 言

铁磁性及反铁磁性材料的理论与应用研究一直是物理学家关注的热点之一[1—12].其中关于铁磁材料中所激发的自旋波(磁激子,magnon)系统的非线性动力学研究无论对于凝聚态的基础理论发展还是对于改善微波等高频器件的性能都有重要的意义.人们已经知道当注入微波铁氧体器件的微波功率超过某一临界值 P_c(Suhl 不稳定态阈值)时,会产生打火、过热及损耗的非线性效应(自旋波的非线性激发)这三种损坏器件性能的现象.平行泵(外加微波磁场与内稳恒磁场平行)情况下的损耗非线性效应是:当微波激励信号的磁场 $h\cos\omega_p t$ 的振幅 h 超过某一临界场 $h_c^{/\!/}$ 时,自旋波出现不稳定性,频率为 $\omega_k \approx \omega_p/2$ 的磁激子数随时间成指数增长,因而引起器件的微波能量损耗急剧增加.而这些磁激子的数目受限于驱动功率和磁激子衰减之间的平衡从而达到动态的平衡态.进一步增加驱动功率,当超过另一不稳定态阈值 $h_{osc}^{/\!/}$ 时,磁激子数将表现为倍周期分岔、准周期和混沌等各种周期性和非周期性的非线性自激振荡现象.Zakharov 等人创立的 S 理论说明这些自旋波非线性现象的发生是由磁激子之间的非线性相互作用所导致[13].铁磁体和反铁磁体中的非线性磁激子弛豫的一个主要机理是谐振腔光子与磁激子对之间的非线性耦合作用:即两个频率为 ω_k 和 ω_{-k} 的磁激子湮没并生成一个频率为 ω_p 的谐振腔光子,最终该光子被谐振腔壁的阻抗所衰减,这个过程即所谓磁激子的非线性辐射衰减.由此模型可以推断平行泵激励下的不稳定态阈值场 $h_c^{/\!/}$ 与自激振荡的阈值场 $h_{osc}^{/\!/}$ 的比值跟谐振腔的品质因数 Q 值有某种依赖性.文献[10]在只考虑磁激子-谐振腔光子相互作用而引入耗散参数 η^{rd} 的情况下估计了 Q 值对阈值场的影响,结果与实验数据有较大差距.本文在 Safonov 和 Yamazaki 所发展的激励自旋波非线性辐射衰减理论的基础上,同时考虑磁激子-磁激子以及磁激子–光子的两种非线性相互作用过程,计算微波谐振腔的 Q 值对不稳定态阈值场 $h_c^{/\!/}$ 和自激振荡的阈值场 $h_{osc}^{/\!/}$ 的影响,最后考察计算结果与实验数据的一致性.

2. 磁激子对的运动方程

首先推导微波激励场高于 Suhl 不稳定态阈值

* 国家教委留学回国人员科研基金(批准号:LQ2000-2)资助的课题.

时磁激子对的运动方程. 由自旋波系统的哈密顿方程[10]

$$H/\hbar = \omega_R R^* R + \sum_k{}' 2\omega_k b_k^* b_k + \sum_k{}' \mathrm{i} G_k (R b_k^* b_{-k}^* - R^* b_k b_{-k}) + F(R^* \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_p t} + R \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_p t}) + H_{\mathrm{int}}/\hbar, \quad (1)$$

这里 R^* 和 R, b_k^* 和 b_k 分别是描述频率为 ω_R 的微波谐振腔模以及自旋波的复数变量; ω_k 是" bare "自旋波频率; G_k 是光子与磁激子的非线性耦合参量; F 是激励场参数,方程中的最后一项为

$$H_{\mathrm{int}}/\hbar = 2\sum_{k,q}{}' (2T_{kq} b_k^* b_k b_q^* b_q + S_{kq} b_k b_{-k} b_q^* b_{-q}^*) + 2\sum_k{}' T_k^{(R)} R^* R b_k^* b_k,$$

其中 T_{kq} 和 S_{kq} 表示 4-磁激子相互作用的大小; $T_k^{(R)}$ 表示光子-磁激子散射(即一个光子和一个磁激子湮没而同时生成另一光子和另一磁激子)的大小,由于其数量级相对较小近似计算时可忽略[14]. 考虑到这里的自旋波系统具有反对称性($k \to -k$),所以用 $\sum_k{}'$ 表示在 k-半空间上的求和. 这样含有衰减参数(Γ 相应于 R, γ_k 相应于 b_k)的磁激子的哈密顿运动方程可以由经典对易关系式写为

$$\mathrm{i}\left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} + \Gamma\right) R = \{R, H/\hbar\}, \quad (2)$$

$$\mathrm{i}\left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} + \gamma_k\right) b_k = \{b_k, H/\hbar\}. \quad (3)$$

引入转动体系中的变量

$$b_k = c_k \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_p t/2} \text{ 和 } R = \tilde{R} \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_p t/2},$$

可以得到复振幅的运动方程

$$\left\{\mathrm{i}\left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} + \Gamma\right) + (\omega_p - \tilde{\omega}_R)\right\}\tilde{R} = -\mathrm{i}\sum_q{}' G_q c_q c_{-q} + F, \quad (4)$$

$$\left\{\mathrm{i}\left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} + \gamma_k\right) + \left(\frac{\omega_p}{2} - \tilde{\omega}_k\right)\right\} c_k = \left(\mathrm{i} G_k \tilde{R} + 2\sum_q{}' S_{kq} c_q c_{-q}\right) c_{-k}^*. \quad (5)$$

这里

$$\tilde{\omega}_R \equiv \omega_R + 2\sum_q{}' T_q^{(R)} c_q c_q^*,$$

$$\tilde{\omega}_k \equiv \omega_k + 4\sum_q{}' T_{kq} N_q + T_k^{(R)} |\tilde{R}|^2$$

分别考虑了非线性相互作用后的微波谐振腔及自旋波的修正频率.

导入新的变量

$$\sigma_k \equiv c_k c_{-k}, \sigma_k^* \equiv c_k^* c_{-k}^*,$$

以及

$$N_q \equiv \frac{1}{2}(|c_q|^2 + |c_{-q}|^2),$$

由(4),(5)式及其共轭方程可得

$$\left\{\mathrm{i}\left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} + \Gamma\right) + (\omega_p - \tilde{\omega}_R)\right\}\tilde{R} = -\sum_{q\in Q}{}' G_q \sigma_q + F, \quad (6)$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\sigma_k + 2\gamma_k \sigma_k = \mathrm{i}(\omega_p - 2\tilde{\omega}_k)\sigma_k - 2\mathrm{i} N_k \left(G_k \tilde{R} + 2\sum_{q\in Q}{}' S_{kq}\sigma_q\right), \quad (7)$$

$$\left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} + 2\gamma_k\right) N_k = \mathrm{i} G_k \tilde{R} \sigma_k^* + \mathrm{i} G_k^* \tilde{R}^* \sigma_k - \mathrm{i}4\sum_{q\in Q}{}' S_{kq}(\sigma_q \sigma_k^* - \sigma_q^* \sigma_k). \quad (8)$$

联立(6),(7),(8)式及其共轭式,可得

$$\left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} + 2\gamma_k\right)(|c_k|^2 - |c_{-k}|^2) = 0,$$

$$\left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} + 4\gamma_k\right)(N_k^2 - |\sigma_k|^2) = 0.$$

这样,在 k-半空间存在一个区域 Q,使得在 Q 中当 $t \gg 1/4\gamma_k$ 时,有

$$|c_k| = |c_{-k}| \quad N_k = |\sigma_k|.$$

再导入自旋波的波矢 K 与静磁场之间的相位角 θ_k 使得 $\sigma_k = N_k \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\theta_k - \pi/2)}$,则方程(6),(7),(8)被简化为

$$\left\{\mathrm{i}\left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} + \Gamma\right) + (\omega_p - \tilde{\omega}_R)\right\}\tilde{R} = -\sum_{q\in Q}{}' G_q N_q \mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta_q} + F, \quad (9)$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\theta_k - G_k(\tilde{R}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\theta_k} + \tilde{R}^*\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta_k}) - (\omega_p - 2\tilde{\omega}_k) + 4\sum_{q\in Q}{}' S_{kq} N_q \cos(\theta_k - \theta_q) = 0, \quad (10)$$

$$\left\{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} + 2\gamma_k - \mathrm{i} G_k(\tilde{R}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\theta_k} - \tilde{R}^*\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta_k}) + 4\sum_{q\in Q}{}' S_{kq} N_q \sin(\theta_k - \theta_q)\right\} N_k = 0. \quad (11)$$

以下为了简化起见只讨论单模近似的情况,这样有

$$\sum_q{}' G_q N_q \to G \cdot N,$$

$$\sum_q{}' S_{kq} N_q \to S \cdot N,$$

$$\sum_q{}' T_{kq} N_q \to T \cdot N,$$

其中,N 是 k-半空间上的磁激子对的数目. 由此据方程(9),(10),(11)可得磁激子对的运动方程为

$$\left\{\mathrm{i}\left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} + \Gamma\right) + (\omega_p - \tilde{\omega}_R)\right\}\tilde{R}$$

$$= -GN\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta} + F, \tag{12}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\theta - G(\tilde{R}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\theta} + \tilde{R}^{*}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}) - (\omega_p - 2\tilde{\omega}_k) + 4SN = 0, \tag{13}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}N + 2\gamma_k N - \mathrm{i}NG(\tilde{R}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\theta} - \tilde{R}^{*}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}) = 0. \tag{14}$$

$$\tilde{\omega}_R \equiv \omega_R + 2T^{(R)}N,$$

$$\tilde{\omega}_k \equiv \omega_k + 4TN + T_k^{(R)}|\tilde{R}|^2.$$

3. 谐振腔品质因数与磁激子的不稳定态阈值场的关系

首先根据磁激子的运动方程来推导不稳定态的阈值场表达式. 当磁激子的数目因驱动功率和磁激子衰减之间的平衡而达到稳定态($\mathrm{d}/\mathrm{d}t = 0$)时,运动方程由不依赖于时间的函数 $\tilde{R}^{(0)}$, $\tilde{R}^{(0)*}$, $\theta_k^{(0)}$ 和 $N_k^{(0)}$ 来描述,而且区域 Q 应当包括方程的振荡解 $\omega_p = 2\tilde{\omega}_k$. 因此由方程(12),(13)(14),有

$$(\mathrm{i}\Gamma + \Delta\tilde{\omega})\tilde{R}_0 = -\frac{1}{2}GN_0\mathrm{e}^{\mathrm{i}\vartheta_0} + F, \tag{15}$$

$$hV_k\sin(\theta_0 - \theta_R) = -\tilde{S}N_0, \tag{16}$$

$$hV_k\cos(\theta_0 - \theta_R) = \gamma_k + (\eta^{\mathrm{rd}} + \eta^{\mathrm{in}})N_0, \tag{17}$$

其中

$$\sin\theta_R \equiv \frac{\Delta\tilde{\omega}_R}{\sqrt{\Gamma^2 + \Delta\tilde{\omega}_R^2}}, \tag{18}$$

$$\Delta\tilde{\omega}_R \equiv \omega_P - \tilde{\omega}_R, \tag{19}$$

$$\tilde{S} \equiv \frac{G^2\Delta\tilde{\omega}_R}{2(\Gamma^2 + \Delta\tilde{\omega}_R^2)}, \tag{20}$$

$$\eta^{\mathrm{rd}} \equiv \frac{G^2\Gamma}{2(\Gamma^2 + \Delta\tilde{\omega}_R^2)} \approx 2\pi\hbar QV_K^2/V_R, \tag{21}$$

$$hV_k \equiv \frac{FG}{\sqrt{\Gamma^2 + \Delta\tilde{\omega}_R^2}}, \tag{22}$$

这里 V_K 是磁激子与微波场

$$h = (\beta_R P_{\mathrm{in}}Q/\omega_P\bar{V})^{1/2} = \mathrm{i}(2\pi\hbar\omega_P/\bar{V})^{1/2}(R + R^{*})$$

的有效耦合参量[15]. 式中 P_{in} 是输入微波能量, $Q \equiv \omega_R/2\Gamma$ 是谐振腔的品质因数, $\bar{V}_R$ 是谐振腔的体积, $\beta_R \sim 10—100$ 是依赖于谐振腔结构的数值因子. 联立(16)和(17)式可得激励出的磁激子数表达式

$$(hV_k)^2 = (\tilde{S}N_0)^2 + \{\gamma_k + (\eta^{\mathrm{in}} + \eta^{\mathrm{rd}})N_0\}^2. \tag{23}$$

这里引入非线性参量 $\eta = \eta^{\mathrm{in}} + \eta^{\mathrm{rd}}$ 是同时考虑了磁性介质在激励振荡时的两部分非线性特性: η^{in} 和 η^{rd} 分别代表内部的磁激子与磁激子以及磁激子与微波谐振腔光子的非线性相互作用而引起的辐射衰减.

现在推导当驱动功率进一步增加而使磁激子的振幅出现自激振荡时的磁激子数表达式. 应用微扰法于磁激子的运动方程,取 $\delta\tilde{R}$, $\delta\theta$ 和 $\delta N \propto \exp(\lambda t)$ 并代入(12)—(14)式及其共轭式,同时考虑未达自激振荡时的磁激子动态稳定态表达式(15)—(17),有

$$\det\begin{vmatrix} \lambda + \Gamma - \mathrm{i}\Delta\tilde{\omega}_R & 0 & C & \mathrm{i}D \\ 0 & \lambda + \Gamma + \mathrm{i}\Delta\tilde{\omega}_R & C^{*} & -\mathrm{i}D^{*} \\ 2D^{*} & 2D & \lambda + 2\gamma_K & 2(2T + S) \\ -2\mathrm{i}C^{*} & 2\mathrm{i}C & -2SN_0^2 & \lambda \end{vmatrix} = 0, \tag{24}$$

其中

$$C = \frac{1}{2}GN_0\mathrm{e}^{\mathrm{i}\vartheta_0},$$

$$D = -\frac{1}{2}G\mathrm{e}^{\mathrm{i}\vartheta_0} + T^{(R)}\tilde{R}_0.$$

一旦 $\lambda = \mathrm{Re}(\lambda) + \mathrm{i}\,\mathrm{Im}(\lambda)$ ($\mathrm{Im}(\lambda)$ 是振荡频率)有一个正的实部,即 $\mathrm{Re}(\lambda) > 0$,则激励系统将从动态稳定态变为自激振荡(阈值场 $h_{\mathrm{osc}}^{/\!/}$)的不稳定态. 由方程(24)并代入 $\lambda = 0$ 的条件,可解得磁激子振幅出现自激振荡时的磁激子数表达式

$$\tilde{S}(2T + \tilde{S})N_0^2 + \{\gamma_K + (\eta^{\mathrm{in}} + \eta^{\mathrm{rd}})N_0\}(\eta^{\mathrm{in}} + \eta^{\mathrm{rd}})N_0 = 0. \tag{25}$$

考虑到 $hV_k = \gamma_k$,由(23)和(25)式这两种不稳定态阈值点的磁激子数表达式进一步可得

$$h_{\mathrm{c}}^{/\!/} = \frac{-(\tilde{S}N_0)^2 - ((\eta^{\mathrm{in}} + \eta^{\mathrm{rd}})N_0)^2}{2(\eta^{\mathrm{in}} + \eta^{\mathrm{rd}})N_0}, \tag{26}$$

$$h_{\mathrm{osc}}^{/\!/} = \frac{-(2T\tilde{S}N_0^2) - (\tilde{S}N_0)^2 - ((\eta^{\mathrm{in}} + \eta^{\mathrm{rd}})N_0)^2}{(\eta^{\mathrm{in}} + \eta^{\mathrm{rd}})N_0}. \tag{27}$$

因此有

$$\frac{h_{\rm osc}^{/\!/}}{h_{\rm c}^{/\!/}} = \frac{2(d^2 + \kappa^2)}{1 + \kappa^2}, \tag{28}$$

式中

$$d^2 \equiv 2T/\tilde{S} + 1,$$

$$\kappa \equiv (\eta^{\rm in} + \eta^{\rm rd})/\mid \tilde{S} \mid \propto Q.$$

(28)式给出了不稳定态的阈值场对微波谐振腔 Q 值的依赖性.考虑到 $h_{\rm osc}/h_{\rm c} > 1$,并利用下列实验参数[16,17]:

$$S = T = 2\pi \cdot (-0.16)\,{\rm MHz},$$

$$\gamma_k/2\pi = 0.18\,{\rm MHz},$$

$$\omega_p/2\pi = 9.45\,{\rm GHz},$$

$G^2/(2\Gamma \mid T \mid) = 5$,以及铁磁体 YIG 的直径 0.84 mm,计算的结果为

$$\kappa \equiv (\eta^{\rm in} + \eta^{\rm rd})/\mid \tilde{S} \mid \sim 10^{-3} Q,$$

这说明只要 $Q \geqslant \overline{Q} \sim (2-9)10^3$ 则不稳定态就会发生,结论与文献[16]的图 2 中所显示的实验结果较为一致.

4. 结 论

根据推导出的平行泵情况下磁激子的 Suhl 不稳定态以及自激振荡出现时的阈值场表达式,并考虑磁激子–磁激子以及磁激子–光子的两种非线性相互作用过程,我们计算了不稳定态的阈值场对微波谐振腔 Q 值的依赖性,结果与实验数据基本一致.

[1] Wang L 2000 *Chin*. *Phys*. **9** 685

[2] Tan M Q, Tao X M and Bao C N 2000 *Chin*. *Phys*. **9** 55

[3] Hou B H, Xu Y X, Han S Y, Yi S and Shen B G 1999 *Acta Phys*. *Sin*. **48** 527 (in Chinese) [侯碧辉、睢云霞、韩世莹、易 俗、沈保根 1999 物理学报 **48** 527]

[4] Xu Y, Su G, Xue D S, Zuo W and Li F S 2003 *Acta Phys*. *Sin*. **52** 1 (in Chinese). [徐 岩、苏 刚、薛德胜、左 维、李发伸 2003 物理学报 **52** 1]

[5] L'vov V S 1994 *Wave Turbulence under Parametric Excition* (Berlin: Springer-Verlag)

[6] Wang F, Sun G Q, Kong X M, Shan L, Jin X and Zhang H 2001 *Acta Phys*. *Sin*. **50** 1590 (in Chinese) [王 峰、孙国庆、孔祥木、单 磊、金 新、张 宏 2001 物理学报 **50** 1590]

[7] Guo Y, Gu B L, Yoshiyuki K 2000 *Acta Phys*. *Sin*. **49** 1820 (in Chinese) [郭 永、顾秉林、川添良幸 2000 物理学报 **49** 1820]

[8] Gao Y, Zhang Y M and Chen H 2000 *Acta Phys*. *Sin*. **49** 1586 (in Chinese) [高 阳、章豫梅、陈 鸿 2000 物理学报 **49** 1586]

[9] Kalafati Y D and Safonov V L 1989 *Sov*. *Phys*. *-JETP* **68** 1162

[10] Safonov V L and Yamazaki H 1996 *J*. *Magn*. *Magn*. *Mater* **161** 275

[11] Li Y Y and Li G D 1962 *Physics of Ferrites* (Beijing: Science Press) Chap. 9 (in Chinese) [李荫远、李国栋 1962 铁氧体物理学(北京 科学出版社)第九章]

[12] Liao S B 1998 *Ferrimagnetics* (Beijing: Science Press) Chap. 14 (in Chinese) [廖绍彬,铁磁学(北京 科学出版社)第十四章]

[13] Zakharov V E, L'vov V S and Starobinets S S 1975 *Sov*. *Phys*. *Usp*. **17** 896

[14] Bryant P H and Jeffries C D 1988 *Phys*. *Riev*. A **38** 4223

[15] Tulin V A 1979 *Sov*. *J*. *Low Temp*. *Phys*. **5** 455

[16] Yamazaki H, Yunoki Y, Mino M, Mitsudo S, Safonov V L 1992. *J*. *Magn*. *Magn*. *Mater* **104–107** 1059

[17] Shi Q 1998 *Doctor Thesis* (Okayama University, Japan)

Effect of microwave cavity Q-value on the threshold of instability and autooscilations *

Shi Qing-Fan[1)]　Zheng Jun-Juan[2)]　Wang Qi[3)]

[1)] (Department of Applied Physics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

[2)] (Institute of Physics, Chinese Academy of Sciencies, Beijing 100080, China)

[3)] (Department of Physics, Yancheng teacher 's College, Yancheng 224002, China)

(Received 17 October 2003; revised manuscript received 1 December 2003)

Abstract

Based on the theory developed by Safonov and Yamazaki in nonlinear radiation damping of parametrically excited spin waves (J. MMM. **161** (1996) 275), we calculate the effect of microwave cavity Q-value on the threshold of instability and autooscilations of microwave absorption, considering both processes of nonlinear magnon-magnon interaction and magnon-photon interaction. The result is basically consistent with experimental data.

Keywords: magnon, resonator, radiation damping

PACC: 7530D, 7650

* Project supported by the Foundation of the Ministry of Education of China for Returned Overseas Scholars (Grant No. LQ2000-2).