

# 稳态光折变空间孤子传输的量子理论<sup>\*</sup>

江金环 王永龙 李子平

(北京工业大学应用数理学院, 北京 100022)

(2003 年 12 月 19 日收到, 2004 年 3 月 8 日收到修改稿)

稳态光折变空间孤子系统可用奇异 Lagrange 量描述, 系统含 Dirac 约束. 通常按对应原理写出孤子系统的量子对易关系和量子运动方程时, 未计及约束. 对稳态光折变空间光孤子约束系统进行 Dirac 括号量子化, 给出了系统的对易关系和量子场方程. 在线性近似下给出量子非线性薛定谔方程的微扰解, 并讨论了孤子的压缩性质.

关键词: 量子场论, 量子光学, 光折变空间孤子, 压缩效应

PACC: 0370, 4250, 4265J

## 1. 引 言

光学空间孤子是指光束在介质中传播时, 由于光束的非线性效应完全抵消光束的衍射效应而形成的一种光能量不扩散的传播状态. 早在 1964 年, Chiao 等<sup>[1]</sup>就预言光束自陷能在克尔非线性材料中形成, 但克尔非线性带给光孤子内在的非稳定性. 1992 年, Segev 和 Crosignani 等<sup>[2]</sup>从理论上分析了在一定外加电场的作用下光折变材料中光束自陷的可能性, 预言了光折变空间孤子的存在. 1993 年, 人们在光折变材料中首次观测到稳态三维空间光孤子<sup>[3]</sup>. 近 10 年来, 光折变型空间孤子以其只需很低的入射功率等优点及其在全光开关、光波导等方面的潜在应用成为了研究热点<sup>[4-8]</sup>. 目前关于孤子传输量子理论的研究大多限于时间孤子<sup>[9-14]</sup>, 而空间孤子量子理论的研究很少<sup>[15]</sup>. 本文将讨论稳态光折变空间孤子传输的量子理论. 描述稳态光折变空间光孤子传输的经典非线性薛定谔方程可由奇异 Lagrange 量导出. 按 Dirac 约束理论, 系统的正则变量间存在约束, 它的量子化不同于一般的初等量子力学按正规 Lagrange 量系统的方法<sup>[16]</sup>. 用奇异 Lagrange 量描述的光孤子系统在相空间为约束正则系统, 它的量子化应该用 Dirac 括号量子化<sup>[16, 17]</sup>. 本文应用 Dirac 约束理论, 对稳态光折变空间光孤子系统实行了 Dirac 量子化, 导出了描述空间孤子系统的场量之间的对易关系和量子传输方程. 在线性近似

下求出量子非线性薛定谔方程的微扰解, 讨论了稳态光折变空间孤子的压缩性质.

## 2. 稳态光折变空间孤子传输非线性薛定谔方程的量子化

光折变空间孤子是指在光折变材料中无衍射地向前传播的光束. 其产生过程可概括如下: 在光的照射下光折变材料内部的杂质、空穴或缺陷可被激发出自由电荷, 这些自由电荷经迁移离开光照区而定居于暗光区, 这样便在材料中形成了与光强空间分布相对应的空间电荷分布. 这些空间电荷将在材料中产生空间电荷场, 空间电荷场再通过线性电光效应使材料的折射率发生相应的变化, 在介质中形成有效的透镜或波导. 所形成的透镜或波导反过来会对光束产生一定的空间约束作用, 当这种空间约束作用与光束的衍射发散作用相互平衡时, 入射光束便会在材料中形成空间孤子. 目前已发现和研究较多的光折变空间孤子主要有三种基本的类型<sup>[4]</sup>: 准稳态孤子、屏蔽孤子和光伏孤子, 后两种为稳态孤子.

稳态光折变空间孤子传输的经典非线性薛定谔方程可统一写为<sup>[18]</sup>

$$i \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \beta(1 + \rho) \frac{u}{1 + |u|^2} + \alpha \frac{(\rho - |u|^2)u}{1 + |u|^2}, \quad (1)$$

式中,  $u$  为归一化光波包络函数,  $\rho = I_{\infty}/I_d$ ,  $\beta =$

<sup>\*</sup> 北京工业大学青年基金(批准号: JQ0607200370)资助的课题.

$\sigma E_0$ ,  $\alpha = \sigma E_p$ ,  $\sigma = (k_0 x_0) (n_c^4 r_{33} / 2)$ ,  $r_{33}$  为有效电光系数. 当  $\alpha = 0$  时, 方程描述屏蔽孤子无量纲化振幅的演化; 而当  $\beta = 0$  时, 方程描述光伏孤子无量纲化振幅的演化.

相应系统 (1) 的 Lagrange 密度为

$$\mathcal{L} = iu^* \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{1}{2} \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} - (1 + \rho) \chi \alpha + \beta \chi (1 + uu^*) + \alpha uu^*. \quad (2)$$

Lagrange 量 (2) 是奇异的. 下面分析系统在相空间的约束, 并给出其量子化<sup>[16,17]</sup>. 系统的正则动量为

$$\pi = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{u}} = iu^*, \quad (3)$$

$$\pi^* = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{u}^*} = 0. \quad (4)$$

这里  $\dot{u} = \partial u / \partial z$ . 相应系统的正则 Hamiltonian 量为

$$H_c = \int dx [\pi \dot{u} + \pi^* \dot{u}^* - \mathcal{L}] = \int dx \mathcal{H}_c, \quad (5)$$

式中

$$\mathcal{H}_c = \frac{1}{2} \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + (1 + \rho) \chi \beta + \alpha \chi (1 + uu^*) - \alpha uu^*$$

为正则 Hamiltonian 量密度. 按 Dirac 的约束理论, 由 (3) 和 (4) 式知系统有两个初级约束,

$$\phi^{01} = \pi - iu^* \approx 0, \quad (6)$$

$$\phi^{02} = \pi^* \approx 0. \quad (7)$$

这里符号“ $\approx$ ”为 Dirac 意义下的弱等. 系统的总 Hamiltonian 量为

$$H_T = \int dx [\mathcal{H}_c + \lambda_{01} \phi^{01} + \lambda_{02} \phi^{02}]. \quad (8)$$

初级约束的自洽性条件为

$$\dot{\phi}^{01} = \{\phi^{01}, H_T\} \approx 0, \quad (9)$$

$$\dot{\phi}^{02} = \{\phi^{02}, H_T\} \approx 0. \quad (10)$$

这里符号  $\{\cdot, \cdot\}$  代表场的 Poisson 括号. (9) 和 (10) 式确定两个 Lagrange 乘子  $\lambda_{01}$ ,  $\lambda_{02}$ , 不再给出新的约束. 容易看出, 系统的约束均为第二类约束, 记  $\theta^1 = \phi^{01}$ ,  $\theta^2 = \phi^{02}$ . 设  $F$  和  $G$  是正则变量的函数,  $F$  和  $G$  的 Dirac 括号定义为

$$\begin{aligned} & \{F(z, x), G(z, x')\}_D \\ &= \{F(z, x), G(z, x')\} \\ & - \int d^3 u d^3 v \{F(z, x), \theta_i(z, u)\} \\ & \times C_{ij}^{-1}(z, u, v) \{\theta_j(z, v), G(z, x')\}, \quad (11) \end{aligned}$$

其中  $C$  是以第二类约束函数的 Poisson 括号为元素构成的矩阵, 即

$$\begin{aligned} C &= \begin{bmatrix} \{\theta^1, \theta^1\} & \{\theta^1, \theta^2\} \\ \{\theta^2, \theta^1\} & \{\theta^2, \theta^2\} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & -i\delta(x-x') \\ i\delta(x-x') & 0 \end{bmatrix}. \quad (12) \end{aligned}$$

它的逆矩阵为

$$C^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix} \delta(x-x'). \quad (13)$$

经计算, 场量的 Dirac 括号为

$$\{u(x), \pi(x')\}_D = \delta(x-x'), \quad (14)$$

$$\{u^*(x), \pi^*(x')\}_D = \delta(x-x'), \quad (15)$$

$$\{u(x), u^*(x')\}_D = -i\delta(x-x'), \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \{u(x), u(x')\}_D &= \{u^*(x), u^*(x')\}_D \\ &= \{\pi(x), \pi^*(x')\}_D \\ &= 0. \quad (17) \end{aligned}$$

因此, 按 Dirac 括号量子化,  $\{\cdot, \cdot\}_D \rightarrow -i[\cdot, \cdot]$  对稳态光折变空间孤子约束系统, 相应的场算符满足对易关系

$$[\hat{u}(x), \hat{\pi}(x')] = i\delta(x-x'), \quad (18)$$

$$[\hat{u}^*(x), \hat{\pi}^*(x')] = i\delta(x-x'), \quad (19)$$

$$[\hat{u}(x), \hat{u}^*(x')] = \delta(x-x'), \quad (20)$$

$$\begin{aligned} [\hat{u}(x), \hat{u}(x')] &= [\hat{u}^*(x), \hat{u}^*(x')] \\ &= [\hat{\pi}(x), \hat{\pi}^*(x')] \\ &= 0. \quad (21) \end{aligned}$$

对仅含第二类约束的系统, 其经典运动方程为<sup>[16,17]</sup>

$$\dot{F} = \{F, H_c\}_D. \quad (22)$$

对稳态光折变空间孤子约束系统, 有

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial z} = \{u, H_c\}_D &= -i \left[ -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \beta(1 + \rho) \frac{u}{1 + |u|^2} \right. \\ & \left. + \alpha \frac{(\rho - |u|^2)u}{1 + |u|^2} \right]. \quad (23) \end{aligned}$$

过渡到量子情形, 相应的量子非线性薛定谔方程为

$$\begin{aligned} i \frac{\partial \hat{u}}{\partial z} &= -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \hat{u}}{\partial x^2} + \beta(1 + \rho) \frac{\hat{u}}{1 + |\hat{u}|^2} \\ & + \alpha \frac{(\rho - |\hat{u}|^2)\hat{u}}{1 + |\hat{u}|^2}. \quad (24) \end{aligned}$$

这种推导方法所得场的量子对易关系和场的量子运动方程与唯象地将经典非线性薛定谔方程中的场量直接看成算符所得到的结果一致.

### 3. 量子非线性薛定谔方程的微扰解

讨论孤子压缩性质是研究孤子量子理论的目的

之一,它可以通过在线性近似下求出微扰场算符进而计算量子噪声来讨论<sup>[9]</sup>.下面先求出量子非线性薛定谔方程(24)的微扰解,再讨论稳态光折变空间孤子的压缩性质.

为简单起见,只考虑空间屏蔽光孤子的情形,即令  $\alpha = 0$  则(24)式变为

$$i \frac{\partial \hat{u}}{\partial z} = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \hat{u}}{\partial x^2} + \beta(1 + \rho) \frac{\hat{u}}{1 + |\hat{u}|^2}. \quad (25)$$

我们将方程(25)线性化,令

$$\hat{u}(z, x) = u_0(z, x) + \hat{u}(z, x), \quad (26)$$

其中  $u_0(z, x)$  为方程(1)在  $\alpha = 0$  时的精确解,  $\hat{u}(z, x)$  为微扰场算符,表示量子起伏.当光子数很大时(26)式有效<sup>[19]</sup>.把(26)式代入(25)式,忽略  $\hat{u}(z, x)$  的所有高阶项,可得以下线性方程:

$$i \frac{\partial \hat{u}(z, x)}{\partial z} = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \hat{u}(z, x)}{\partial x^2}$$

$$+ \beta(1 + \rho) \gamma \hat{u}(z, x) + \beta(1 + \rho) \gamma \hat{v}^+(z, x). \quad (27)$$

这里  $\gamma = |u_0|^2$ . 把(26)式代入(20)和(21)式,得微扰场算符  $\hat{u}(z, x)$  满足的对易关系

$$[\hat{u}(z, x) \hat{v}^+(z, x')] = \delta(x - x'), \quad (28)$$

$$[\hat{u}(z, x) \hat{u}(z, x')] = [\hat{v}^+(z, x) \hat{v}^+(z, x')] = 0. \quad (29)$$

作 Fourier 变换,取  $\hat{u}(z, k) = \int \hat{u}(z, x) e^{ikx} dx$ , 变换后方程(27)变为

$$i \frac{\partial \hat{u}(z, k)}{\partial z} = \frac{k^2}{2} \hat{u}(z, k) + \beta(1 + \rho) \gamma \hat{u}(z, k) + \beta(1 + \rho) \gamma \hat{b}^+(z, -k). \quad (30)$$

方程(30)及其厄密共轭方程可用矩阵表示为

$$i \frac{\partial}{\partial z} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{u}(z, k) \\ \hat{b}^+(z, -k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -k^2/2 - \beta(1 + \rho) \gamma & -\beta(1 + \rho) \gamma \\ -\beta(1 + \rho) \gamma & -k^2/2 - \beta(1 + \rho) \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{u}(z, k) \\ \hat{b}^+(z, -k) \end{bmatrix} = 0. \quad (31)$$

设(31)式的形式解为

$$\begin{bmatrix} \hat{u}(z, k) \\ \hat{b}^+(z, -k) \end{bmatrix} = e^{iaz} \begin{bmatrix} \hat{b}_1 \\ \hat{b}_2 \end{bmatrix}, \quad (32)$$

将(32)式代入(31)式,得出系统有非平凡解的条件为

$$\det \begin{vmatrix} -\lambda - k^2/2 - \beta(1 + \rho) \gamma & -\beta(1 + \rho) \gamma \\ -\beta(1 + \rho) \gamma & -\lambda - k^2/2 - \beta(1 + \rho) \gamma \end{vmatrix} = 0. \quad (33)$$

求解(33)式得

$$\lambda(k) = \pm \sqrt{[k^2/2 + \beta(1 + \rho) \gamma] \pm [k^2/2 + \beta(1 + \rho) \gamma]}. \quad (34)$$

对于给定的初始条件  $\hat{u}(0, k), \hat{b}^+(0, -k)$  (30)式的解可设为

$$\begin{aligned} \hat{u}(z, k) &= \hat{u}(0, k) \cos \lambda z + iA \sin \lambda z, \\ \hat{b}^+(z, -k) &= \hat{b}^+(0, -k) \cos \lambda z + iB \sin \lambda z, \end{aligned} \quad (35)$$

其中  $A, B$  为待定系数.把(35)式代入(30)式可求出

$$\hat{u}(z, k) = \mu(z, k) \hat{u}(0, k) + \nu(z, k) \hat{b}^+(0, -k), \quad (36a)$$

其中

$$\begin{aligned} \mu(z, k) &= \cos \lambda z - \frac{i}{\lambda} [k^2/2 \\ &+ \beta(1 + \rho) \gamma] \sin \lambda z, \end{aligned}$$

$$\nu(z, k) = -\frac{i}{\lambda} \beta(1 + \rho) \gamma \sin \lambda z. \quad (36b)$$

对(36a)式作逆 Fourier 变换,可求出表示量子起伏的微扰场算符,

$$\begin{aligned} \hat{u}(z, x) &= \int \hat{u}(z, k) e^{-ikx} dk = \int [\mu(z, k) \hat{u}(0, k) \\ &+ \nu(z, k) \hat{b}^+(0, -k)] e^{-ikx} dk. \end{aligned} \quad (37)$$

由(34)和(36b)式知,  $\lambda(k), \mu(z, k)$  和  $\nu(z, k)$  都是  $k$  的偶函数,

$$\begin{aligned} \lambda(k) &= \lambda(-k), \\ \mu(z, k) &= \mu(z, -k), \\ \nu(z, k) &= \nu(z, -k). \end{aligned} \quad (38)$$

由(37)和(38)式可以讨论孤子的压缩性质.

### 4. 稳态光折变空间孤子的压缩性质

电磁场中一个振幅分量的压缩或噪声减少可用零差探测器来测量,为此,引入零差噪声测量算符<sup>9)</sup>

$$I = \frac{1}{\sqrt{2}} [\hat{u}(z, x) e^{i\phi} + c.c.] \\ = \frac{1}{\sqrt{2}} \int dk [\hat{b}(z, k) e^{i\phi} e^{-ikx} \\ + \hat{b}^+(z, -k) e^{-i\phi} e^{ikx}], \quad (39)$$

其中  $\phi$  为本地振荡相位. 设光以真空涨落进入光纤,即基矢为  $|0\rangle$ ,且  $|0\rangle$  为归一化的,有

$$\hat{b}(0, k) |0\rangle = 0 \quad 0 |0\rangle = 1 \quad (\text{所有 } k). \quad (40)$$

由(36)(39)和(40)式知,  $I$  为  $\hat{b}(0, k)$  和  $\hat{b}(0, -k)$  的线性算符,其作用在真空态上的平均值为零,

$$\langle I \rangle = 0 | I | 0 = 0, \quad (41)$$

即量子噪声的平均值为零. 将(36)式代入(39)式,二次量由下式给出:

$$\langle I^2 \rangle = 0 | I^2 | 0 = \int_0^{\Delta k} dk \frac{1}{2} \{ [\mu^*(k) \\ \times \mu(k) + \mu^*(-k)\mu(-k)] \\ + [\nu^*(k)\nu(k) + \nu^*(-k)\nu(-k)] \\ + e^{-2i\phi} [\mu^*(z, -k)\nu^*(z, k) \\ + \mu^*(z, k)\nu^*(z, -k)] \\ + e^{2i\phi} [\mu(z, -k)\nu(z, k) \\ + \mu(z, k)\nu(z, -k)] \}. \quad (42)$$

利用(38)式(42)式变为

$$0 | I^2 | 0 = \int_0^{\Delta k} dk \{ |\mu(k)|^2 + |\nu(k)|^2 \\ + 2R \Re [\mu(z, k)\nu(z, -k) e^{2i\phi}] \} \quad (43)$$

从(41)和(43)式可以得到

$$\langle (\Delta I)^2 \rangle = \int_0^{\Delta k} dk S(k), \quad (44)$$

其中  $S(k)$  为量子噪声功率谱,

$$S(k) = |\mu(k)|^2 + |\nu(k)|^2 \\ + 2R \Re [\mu(z, k)\nu(z, -k) e^{2i\phi}]. \quad (45)$$

若存在一本地振荡相位  $\phi$ , 使  $S(k) < 1$ , 则孤子光场的量子噪声低于真空涨落, 出现压缩态. 由(45)式可知, 波数  $k$  处的最小噪声功率谱为

$$S_{\min}(k) = [|\mu(k)| - |\nu(k)|]^2. \quad (46a)$$

这里

$$|\mu(k)| = \sqrt{1 + \frac{1}{\lambda^2} \beta^2 (1 + \rho)^2 \gamma^2 \sin^2 \lambda z},$$

$$|\nu(k)| = \frac{1}{\lambda} \beta (1 + \rho) \gamma \sin \lambda z. \quad (46b)$$

从(46)式可以看出, 屏蔽光孤子压缩性质与屏蔽参数  $\beta = \sigma E_0$  ( $E_0$  为外加电场) 相对光强  $\rho = I_{\infty} / I_d$ , 归一化强度  $\gamma$ 、传输距离  $z$  和波数  $k$  等有关. 当  $S_{\min}(k) < 1$  时, 光场处于压缩态, 此时根据(46)式就可以具体讨论自聚焦效应和衍射效应对压缩态的影响. 下面只对屏蔽亮孤子进行讨论(即  $\rho = 0$  的情况).

图1给出了  $S_{\min}(\gamma)$  随光强  $\gamma$  的变化曲线. 从图1可以看出, 当  $\gamma = 0$ ,  $S_{\min}(k) = 1$ , 即为真空相对噪声, 在光强相对较弱时,  $S_{\min}(\gamma) > 1$ , 即光场量子噪声大于真空涨落, 处于非压缩态, 由(27)式可知这部分是由于光束的衍射效应造成的. 随着光强  $\gamma$  增大(自聚焦效应增强), 存在某些  $\gamma$  值, 使  $S_{\min}(\gamma) < 1$ , 即量子噪声小于真空涨落, 此时光场处于压缩态, 且光强越大(自聚焦效应越强), 量子噪声被压缩的幅度就越大. 图2给出了  $S_{\min}(z)$  随传输距离  $z$  的变化曲线, 可以看出量子噪声的幅度基本不受传输距离  $z$  的影响.

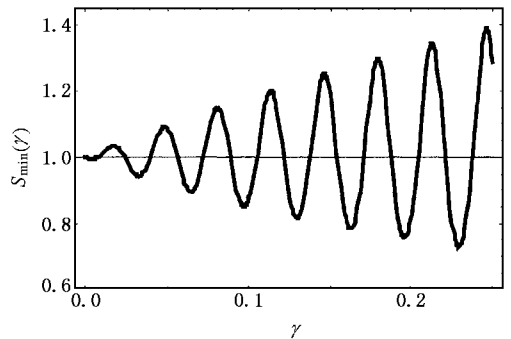


图1  $S_{\min}(\gamma)$  随  $\gamma$  的变化曲线  $\beta = 100, \rho = 0, k = 2.0, z = 1.0$

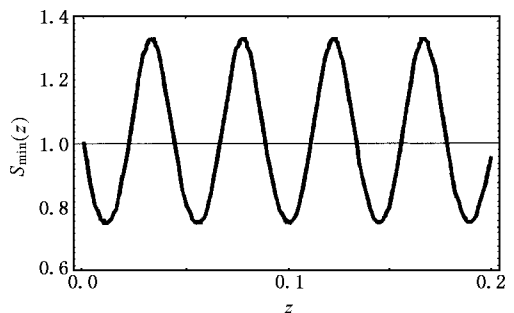


图2  $S_{\min}(z)$  随  $z$  的变化曲线  $\beta = 100, \rho = 0, k = 2.0, \gamma = 0.2$

- [ 1 ] Chiao R Y ,Garnire E ,Townes C H 1964 *Phys. Rev. Lett.* **13** 479
- [ 2 ] Segev M , Crosignani B *et al* 1992 *Phys. Rev. Lett.* **68** 923
- [ 3 ] Duree G C , Shultz J L *et al* 1993 *Phys. Rev. Lett.* **71** 533
- [ 4 ] Wang X S , She W L 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 573 ( in Chinese )  
[ 王晓生、余卫龙 2002 物理学报 **51** 573 ]
- [ 5 ] He G G , Wang X S , She W L 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2270 ( in Chinese )  
[ 何国岗、王晓生、余卫龙 2002 物理学报 **51** 2270 ]
- [ 6 ] Hou C F , Meng Q X , Gong D W *et al* 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 1836 ( in Chinese )  
[ 侯春风、孟庆鑫、宫德维等 2004 物理学报 **53** 1836 ]
- [ 7 ] Hou C F , Li S Q , Li B *et al* 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 1709 ( in Chinese )  
[ 侯春风、李师群、李 斌等 2001 物理学报 **50** 1709 ]
- [ 8 ] Liu J S 2001 *Chin. Phys.* **10** 1037
- [ 9 ] Potasek M J , Yurk B 1987 *Phys. Rev. A* **35** 3974
- [ 10 ] Potasek M J , Yurk B 1988 *Phys. Rev. A* **38** 1335
- [ 11 ] Lai Y , Haus H A 1989 *Phys. Rev. A* **40** 854
- [ 12 ] Drummond P P , Carter S J 1987 *J. Opt. Soc. Am. B* **4** 1565
- [ 13 ] Wen Y J , Yang X L , Zhang M D 1996 *Acta Phys. Sin.* **45** 394 ( in Chinese )  
[ 温扬敬、杨祥林、张明德 1996 物理学报 **45** 394 ]
- [ 14 ] Yu L , Zhao Y F , Yang B J 2002 *Acta Sin. Quant. Opt.* **8** 17 ( in Chinese )  
[ 于 丽、赵玉芳、杨伯君 2002 量子光学学报 **8** 17 ]
- [ 15 ] Lu H , Yang K *et al* 1998 *Acta Phys. Sin.* **47** 428 ( in Chinese )  
[ 陆 宏、杨 昆等 1998 物理学报 **47** 428 ]
- [ 16 ] Li Z P 1999 *Constrained Hamiltonian Systems and Their Symmetry Properties* ( Beijing : Beijing Polytechnic University Press ) ( in Chinese )  
[ 李子平 1999 约束哈密顿系统及其对称性质( 北京 : 北京工业大学出版社 ) ]
- [ 17 ] Jiang J H , Li A M , Li Z P 2003 *High Energy Physics and Nuclear Physics* **27** 489 ( in Chinese )  
[ 江金环、李爱民、李子平 2003 高能物理与核物理 **27** 489 ]
- [ 18 ] Liu J S 2002 *Phys. Lett. A* **300** 213
- [ 19 ] Haus H A , Lai Y 1990 *J. Opt. Soc. Am. B* **7** 386

## Quantum theory of steady state photorefractive spatial solitons propagation \*

Jiang Jin-Huan Wang Yong-Long Li Zi-Ping

( College of Applied Sciences , Beijing University of Technology , Beijing 100022 , China )

( Received 19 December 2003 ; revised manuscript received 8 March 2004 )

### Abstract

The system of steady state photorefractive spatial optical solitons can be described by a singular Lagrangian. To our knowledge the commutation relations and quantum equations of motion are given by using corresponding principle , however it is not satisfactory since the constraints are ignored. In this paper ,the commutation relations and quantum equations of motion are derived based on the Dirac theory of constrained systems. The perturbation solution in screening soliton case is found and the squeezing properties are discussed.

**Keywords :** quantum field theory , quantum optics , photorefractive spatial optical soliton , squeezing effect

**PACC :** 0370 , 4250 , 4265J

\* Project supported by the Youth Foundation of Beijing University of Technology ,China ( Grant No. JQ0607200370 ).