

随机延迟概率对交通流的影响*

陈燕红¹⁾ 薛郁¹⁾²⁾

¹⁾ 广西大学物理系, 南宁 530004)

²⁾ 上海大学上海市应用数学与力学研究所, 上海 200072)

(2003 年 6 月 25 日收到, 2004 年 3 月 15 日收到修改稿)

考虑影响随机延迟概率的几种因素: 当车速预期大于车距时, 车辆处于减速状态, 对前车状态变化的随机延迟反应较大, 具有的延迟概率较大; 当车速预期等于车距时, 车辆处于平稳跟随行驶状态, 具有的延迟概率较小; 当车速预期小于车距时, 车辆处于加速状态, 其延迟概率最小. 计算机数值模拟得到的基本图不同于 NaSch 模型的基本图, 在基本图上出现阻塞的范围内存在两个不同的区域, 分别对应于具有不同激波速度的交通阻塞. 同时, 研究了交通阻塞到消散的滞后现象.

关键词: 交通流, 元胞自动机模型, 基本图, 交通阻塞

PACC: 0550, 0520, 6470

1. 引言

近年来, 由于在交通问题中观察到非平衡相变和各种非线性现象, 因而引起了人们的极大关注^[1]. 人们先后提出了各种各样的交通流模型^[2], 其中包括元胞自动机模型、跟驰模型、气体动力学模型和流体动力学模型, 而且还报告了大量的交通实际观测现象^[3,4]. 实际交通是非常复杂的, 除了各种车辆相互作用和车辆个体随机行为之外, 还要考虑到其他方面的因素. 道路交通容量是一个很重要的量, 它不是固定不变的, 必须考虑它的随机属性^[5]. 人们建立了很多的交通流模型和研究方法来解释观测到的现象, 传统的交通研究方法主要是引入基本图来描述观测到的流量-密度关系和确定不稳定的交通流区域.

最近的研究指出, 对交通模型除此之外还要能够描述非线性现象及其特性^[2]. 元胞自动机理论是一个描述非线性现象的强有力理论. 近年来, 应用元胞自动机理论的交通流模型越来越多地应用于实际交通流系统的模拟研究, 其突出的特点就是能够反映车辆的随机行为, 而且易于并行计算. 最著名的元胞自动机交通流模型是 Nagel 和 Schreckenberg

提出的 NaSch 模型^[6], Fukui 和 Ishibashi 提出的 FI 模型^[7]和 Biham, Middleton 和 Levine^[8]提出的二维元胞自动机 BML 模型.

NaSch 模型利用非常简单的规则就能描述实际交通中常常遇到的基本交通现象, 诸如阻塞自发形成等现象, 与 Treiterer 实际观测的交通阻塞的自发形成非常符合^[3]. NaSch 模型是一个随机的离散模型, 时间、空间和状态离散, 其中考虑了车辆加速、减速、随机减速和车辆位置更新的四个过程. 车辆速度 $v_n(t) \in [0, v_{\max}]$, 车辆随机地分布在长度为 L 的一维离散的格点链上, 每一格点最多仅能由一个车辆所占据, 车辆状态将以下列规则演化^[6].

(1) 加速过程:

$$v_n \rightarrow \min(v_n + 1, v_{\max}).$$

(2) 减速过程:

$$v_n \rightarrow \min(v_n, g_n).$$

(3) 以概率 p 随机延迟过程:

$$v_n \rightarrow \max(v_n - 1, 0).$$

(4) 位置更新:

$$x_n \rightarrow x_n + v_n.$$

这里, 以 $x_n(t)$ 表示第 n 个车辆在 t 时刻的位置; $v_n(t)$ 表示第 n 个车辆在 t 时刻的速度, v_{\max} 表示最大速度; $g_n(t)$ 表示第 n 个车辆在 t 时刻与前方紧邻车

* 国家自然科学基金(批准号: 10362001, 10202012, 19932020)和广西壮族自治区自然科学基金(批准号: 0342102)资助的课题.

辆的间距 $g_n(t) = x_{n+1}(t) - x_n(t) - l$; p 表示车辆延迟刹车概率,以模拟车辆的不确定性减速行为. 虽然应用 NaSch 模型所进行的数值模拟与真实的交通行为符合得较好,但是在同样条件下所作的数值模拟给出的最大交通流量明显小于实测数据^[9],而且不能描述在临界点附近存在亚稳态等复杂现象. Kerner^[4]认为,交通流模型必须具有如下的性质: (1) 宽幅运动阻塞相具有特征参数,它的宽度明显大于阻塞相的波前宽度. (2) 处于亚稳态的交通流大于宽幅运动阻塞相的流量.

针对 NaSch 模型的不足,人们引入慢启动 (slow-to-start) 规则以及考虑前车状态的影响,对 NaSch 模型作进一步的改进,先后提出速度相关的随机延迟减速 (VDR) 模型^[10]、 T^2 模型^[11]、BJH 模型^[12]、两步模型^[13]以及计及前车速度模型^[14,15]. 在 VDR 模型^[10]中,采取的方法是利用延迟概率与车辆速度有关,以确定车辆的慢启动过程. 这不同于 NaSch 模型中延迟概率是常数的情况. 延迟概率定义如下:

$$p_0 \equiv p(v=0) \gg p(v>0) \equiv p. \quad (1)$$

其具有下述演化的并行更新规则^[10].

(0) 确定延迟概率:

当车速 $v=0$ 时,延迟概率

$$p = p_0;$$

否则,延迟概率

$$p = p(v).$$

(1) 加速过程:

$$v_n \rightarrow \min(v_n + 1, v_{\max}).$$

(2) 减速过程:

$$v_n \rightarrow \min(v_n, g_n).$$

(3) 以概率 p 随机延迟过程:

$$v_n \rightarrow \max(v_n - 1, 0).$$

(4) 位置更新:

$$x_n \rightarrow x_n + v_n.$$

该规则描述了静止车辆 ($v=0$) 延缓启动的实际过程,以此模拟处于阻塞相下游的车辆以概率 p_0 的延迟启动. 减速-启动规则不仅产生亚稳态和滞后现象,而且出现车辆高度聚集区域与稀疏区域的分界面^[10]. VDR 模型的研究表明随机延迟概率对交通流的状态变化起很大的作用,而且能反映出交通的非线性现象.

然而, VDR 模型采取的方法并未能完全反映车辆的随机性. 实际上,车辆的随机性不仅存在于延迟启动过程,往往在行驶过程中其随机行为就非常

明显. 车辆的随机行为既受到本身车速变化的影响,又受到车速与车间距关系的影响. 因此,本文中我们考虑影响随机延迟概率的几种因素,探讨延迟概率与车速和车间距的关系,以研究当车辆对前车状态变化所引起的随机延迟反应对交通流的作用.

2. 模型、数值模拟和分析

在 NaSch 模型中,其演化规则的第 3 步是将车辆三种不同的行为模式简化为一步的计算步骤^[16],这三种不同的行为模式是:最大速度行驶的涨落、延缓加速度和对刹车减速的过度反应. 在实际交通中,最大速度行驶的涨落和延缓加速度的概率是不同于刹车反应的概率,而且当前车变慢,跟随车速预期大于车间距时,跟随车为了避免碰撞保证安全常常处于减速状态,往往以较大的概率 p_b 随机减速. 当跟随车速预期等于车间距时,将有一部分车辆保持车速不变处于跟随状态使得车流平稳,而另一部分车辆为了保证安全行驶,将以概率 p_f 延缓车速. 当跟随车速预期小于车间距时将加速行驶,只有很小一部分车辆以概率 p_a 延缓加速. 延迟概率可以表示为 $p = p(v_n, g_n)$,在这三种情形下, $p_a < p_f < p_b$. 这样,我们就得到以下的演化规则.

(0) 确定延迟概率:

当车速 $v < g_n$ 时,延迟概率

$$p(v_n, g_n) = p_a;$$

当车速 $v = g_n$ 时,延迟概率

$$p(v_n, g_n) = p_f;$$

当车速 $v > g_n$ 时,延迟概率

$$p(v_n, g_n) = p_b.$$

(1) 加速过程:

$$v_n \rightarrow \min(v_n + 1, v_{\max}).$$

(2) 为了避免碰撞,确定减速过程:

$$v_n \rightarrow \min(v_n, g_n).$$

(3) 以概率 p 刹车减速、跟随行驶的涨落和延缓加速的随机延迟过程:

$$v_n \rightarrow \max(v_n - 1, 0).$$

(4) 位置更新:

$$x_n \rightarrow x_n + v_n.$$

用长度为 L 的一维离散的格点链来表示一条单向车道,根据上述规则进行数值模拟,可以得到描述交通过程的基本图 ($\rho - q$). 数值模拟的实际道路

长度 L 为 7.5 km,用 1000 个格点来表示,相当于每个格子的大小对应的实际道路长度是 7.5 m,车辆的速度分布在 $0-v_{\max}$ 范围,位置随机分布在 1000 个一维离散的格点上,边界为周期边界条件,最大速度 $v_{\max} = 5$ (以每秒格为单位,全文同)相当于实际车速 135 km/h, N 是分布在 L 上的车辆总数, v_i 是第 i 辆车的速度.

车辆密度 ρ 、平均速度 V 和平均车流量 q 的计算公式如下:

$$\rho = \frac{N}{L}, \quad (2)$$

$$V = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i(t) = \frac{1}{T} \sum_{t=t_0}^{t=T+t_0-1} v_i(t), \quad (3)$$

$$q = \rho V. \quad (4)$$

在进行数值模拟时,我们选取 $p_b = 0.75$, $p_t = 0.2$, $p_a = 0.05$,每一次运行取 2×10^4 时间步进行数值模拟,开始的 $t_0 = 10^4$ 时间步不进行统计,以便消除暂态的影响,以后的 $T = 10^4$ 的每一时间步中对速度 $v_i(t)$ 进行统计,将经过 10^4 时间步的速度进行时间平均,这样就得到每一次运行的平均速度 V . 取样本数为 30,即基本图上的每一个点是 30 次运行的平均值.

数值模拟得到的基本图如图 1 所示. 从图 1 可以看出,该模型不同于 NaSch 模型,所得到的交通流容量比在同样条件下 NaSch 模型的要大 10%,而且存在两个不同的区域: $\rho_{c_1}-\rho_{c_2}$ 和大于 ρ_{c_2} . 这两个区域的交通特征是不一样的,在区域 $\rho_{c_1}-\rho_{c_2}$ 是凹曲线,而大于 ρ_{c_2} 的区域是凸曲线,即基本图是具有不同激波速度的凹凸曲线. 在 $\rho_{c_1}-\rho_{c_2}$ 区域,

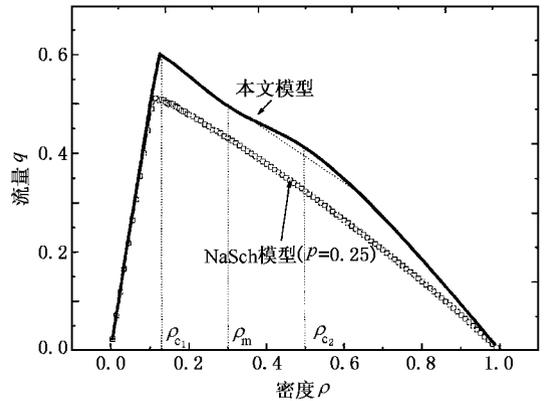


图 1 数值模拟得到基本图($v_{\max} = 5, L = 10^3$) 新模型的最大流量大于 NaSch 模型的最大流量,而且存在 $\rho_{c_1}-\rho_{c_2}$ 和大于 ρ_{c_2} 两个不同的区域

$q_*(\rho_l) \rho_l > q_*(\rho_r) \rho_r$,而在大于 ρ_{c_2} 区域, $q_*(\rho_l) \rho_l \leq q_*(\rho_r) \rho_r$,这表明有两种不同类型的交通阻塞,在凹部分的车流较快但激波波速较慢,在凸部分的车流较慢但激波波速较快^[17,18],说明该模型得到的基本图具有各向异性的特征.

图 2(a)和(b)分别为密度在 $\rho_{c_1}-\rho_{c_2}$ 区域和大于 ρ_{c_2} 区域的车辆行驶时空图. 空间位置范围为 400—600,时间步为 16800—17000. 由图 2 可以看出,在密度 $\rho \approx 0.168 > \rho_{c_1}$ 时,出现速度为零的阻塞,该阻塞传播方向与车速相反,而且是不稳定共存态,与 NaSch 模型的时空图类似^[16]. 在密度 $\rho \approx 0.75 > \rho_{c_2}$ 时,出现很多速度为零的互相间隔的稳定阻塞区域,与车速方向相反,即形成了时停时走(stop-and-go)交通波.

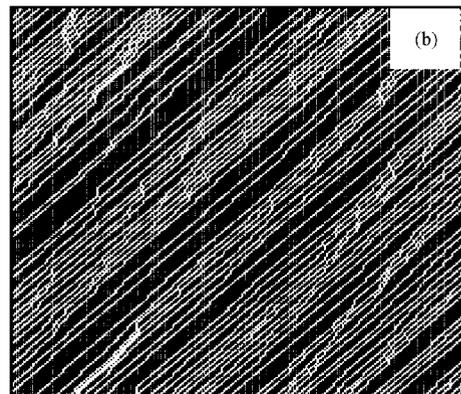
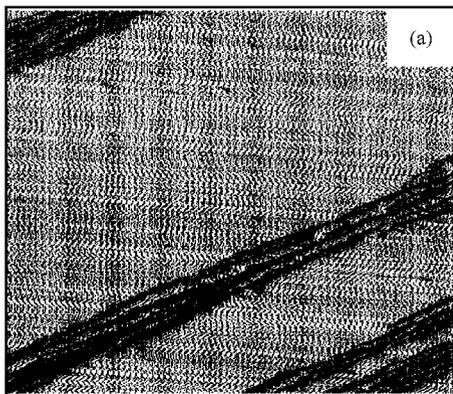


图 2 车辆行驶的时空斑图 (a) $\rho \approx 0.168$ (b) $\rho \approx 0.75$. 车辆由左向右行驶,时间由上而下

为了研究凹部分的车流稳定性,当密度 $\rho(\geq \rho_m)=0.3$,在暂态消除后演化时步为 5×10^3 时,给车流施加一个小扰动,增加 25 辆车 $\Delta\rho = 0.025$,这样我们得到的时空斑图如图 3(b)所示.与未施加小扰动的时空斑图(图 3(a))进行比较后,可以看出,施加小扰动后车流密度增加到 0.325,处于大于 ρ_{c_2} 的凸部分.在施加小扰动之处,存在两个不同的区域:一是车流较慢而阻塞密度波向后传播较快,另一个是车流较快而阻塞向后传播较慢.对于未施加小扰动的时空斑图(图 3(a)),仅存在一个车流较快而阻塞较慢地向后传播的区域.这符合实际交通中阻塞车流密度越大车速变得越慢,阻塞状态向后传播

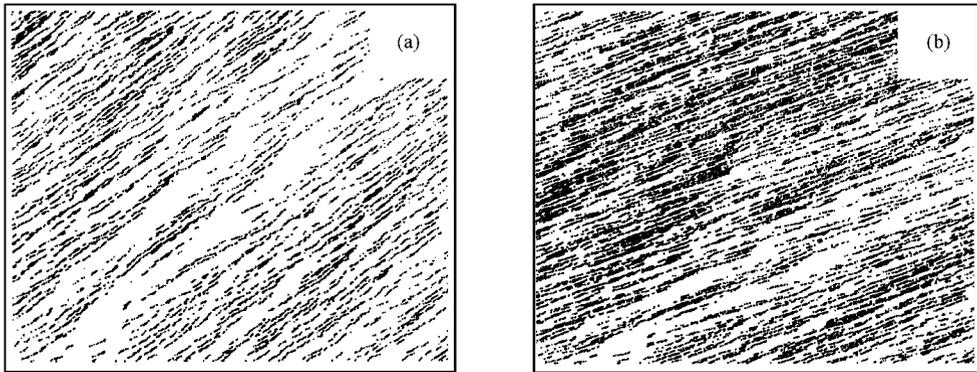


图 3 密度 $\rho_m = 0.3$ 时车辆行驶的时空斑图(a)和施加小扰动的时空斑图(b) 车辆由左向右行驶,时间由上而下

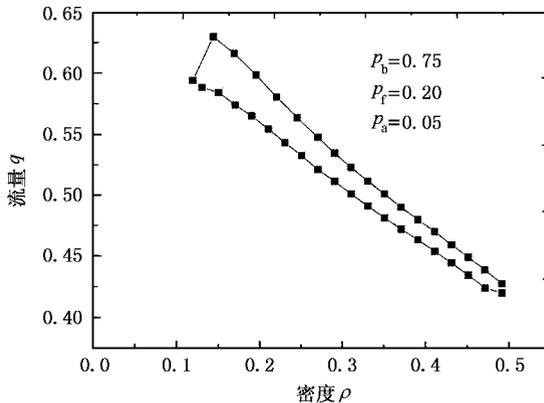


图 4 交通阻塞到消散过程中存在的滞后现象

3. 车流状态分析

考虑到影响随机延迟概率的几种因素后,所得的基本图就完全不同于 NaSch 模型,原因在于当不同密度时车辆处于不同的状态,就会有不同的随机

越快的特征.从车辆在不同状态时的分布情况看,在密度等于 ρ_m 时,加速车数量在减小而跟随车和减速车数量在增加;在密度大于 ρ_m 时,跟随车和减速车增加的数量不一样,在 $\rho \approx 0.7$ 附近,跟随车超过减速车的数量,而减速车数量却在减少.因此,在基本图上就存在凹凸部分.如果选取 $p_b = 0.5$, $p_f = 0.25$, $p_a = 0.25$,那么得到与 NaSch 模型一样的基本图.模拟过程中,在密度 $\rho = 0.10$,暂态消除后运行时步为 5×10^3 时,逐步加入 20 辆车,直到密度 $\rho = 0.50$,然后逐步地减少 20 辆车,结果发现如图 4 所示的交通滞后现象.这与实际交通阻塞到消散过程中存在滞后现象相符合.

延迟作用.考虑车流密度为 ρ 在三种情况下车辆数的分布,这三种情况是车辆速度小于车间距、等于车间距和大于车间距,分别对应加速状态、跟随状态和减速状态.定义如下的车辆数平均分布:

车辆数平均分布 = 每种情况下的车辆数 / 总车辆数.根据上述定义可以得到图 5,将本文模型的车辆数平均分布与 NaSch 模型、VDR 模型进行比较.从图 5 可以发现,不同的模型在这三种情况下影响车辆行为是各不相同的,所占的比例分布不相同.在密度很小时车速小于车间距的情况出现较多,在高密度情况下跟随状态的车辆占较大的比例,当车辆从加速状态转化到跟随状态越多时车流量也就越大.对于 NaSch 模型,当密度在 $\rho \approx 0.13-0.20$ 之间时,出现车速小于车间距的车辆数较快减少,车辆开始从加速状态转化到跟随状态.对于本文新模型,当 $\rho \approx 0.15-0.20$ 之间时,车速小于车间距的车辆数发生急剧下降,车辆开始从加速状态转化到跟随状态,但是转化的车辆数变化小于 NaSch 模型,这样就可以得到较大的流量.在中间密度区域,车辆从加速

状态转化到跟随状态增多. 对 NaSch 模型, 当密度 $\rho \geq 0.40$ 时, 跟随状态车辆大于加速状态的车辆, 减速状态的车辆数保持平稳变化. 这种情况表明, 在 NaSch 模型中将出现车辆相互跟随, 形成车队, 局域出现阻塞. 在密度 $\rho \geq 0.80$ 时, 将出现密集车队, 形成稳定的阻塞. 而对于本文模型, 只有当密度 $\rho \approx 0.7$ 时, 跟随状态车辆才超过加速状态的车辆, 刹车状态的车辆数向跟随状态转化. 当密度 $\rho \geq 0.7$ 时, 车辆相互跟随, 密集车队出现, 出现稳定的阻塞. 图

(c) 为 VDR 模型. 由于 VDR 模型引入了慢启动规则^[9], 其基本图(图 5(d))反映了交通滞后效应和亚稳态, 且具有很大的交通流容量. 从车辆分布图上可以发现, 在密度 $\rho < 0.12$, 车流处于畅行状态. 在密度 $\rho = 0.12-0.20$ 附近, 从加速快速转化到跟随状态的车辆增多, 反映交通流流量很大. 在密度 $\rho > 0.20$, 车辆相互跟随, 逐渐形成密集车队, 车流就由共存态发展到阻塞态^[5], 交通流流量随之减小.

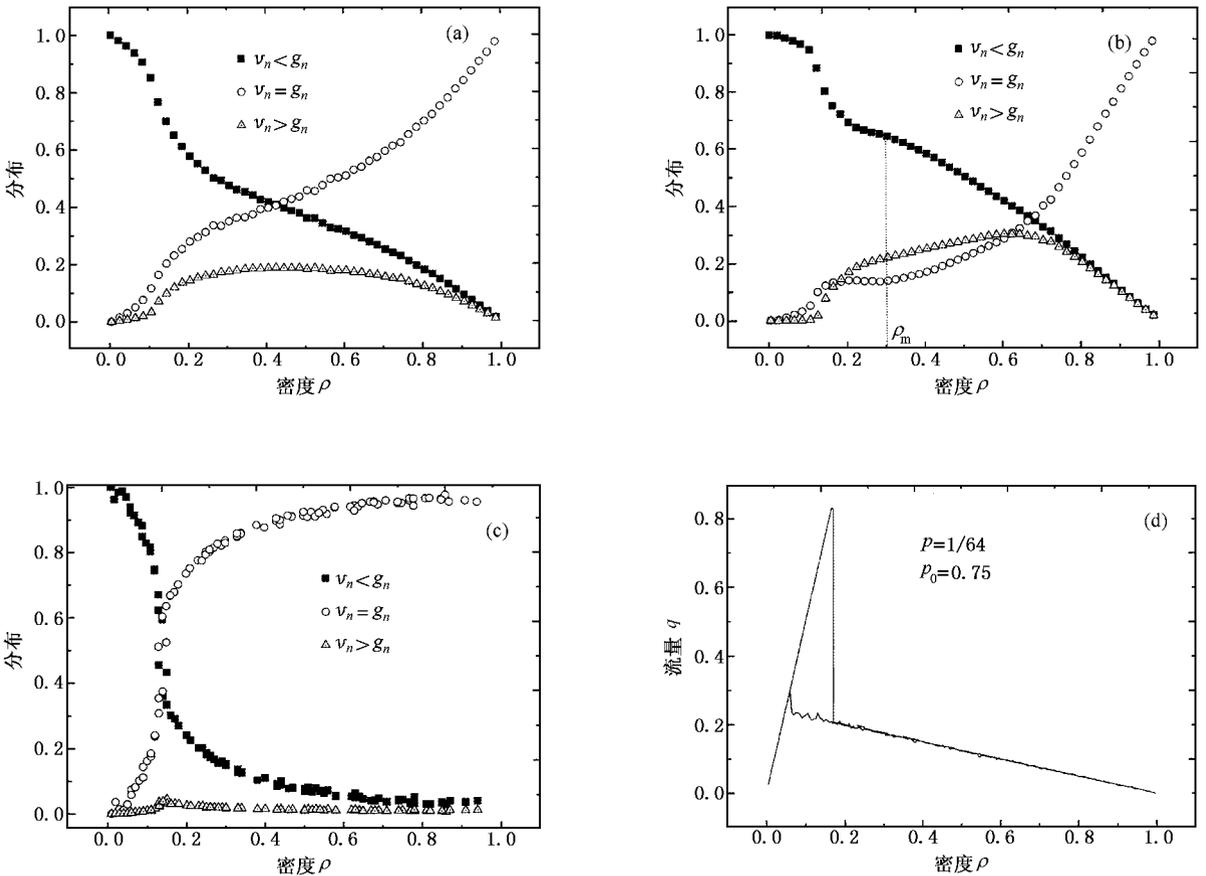


图 5 平均车辆比例分布图 (a) NaSch 模型($p = 0.25$), (b) 本文模型($p_b = 0.75, p_f = 0.2, p_a = 0.05$), (c) VDR 模型($p_0 = 0.75, p = 1/64$)及基本图(d)

因此, 在交通流 NaSch 模型的基础上, 有必要研究车辆处于加速状态、跟随状态和减速刹车状态下不同的随机反应, 考虑它们对交通流不同的影响. 计算机数值模拟表明, 得到的基本图与 NaSch 模型不同, 交通容量要比 NaSch 模型大, 而且在基本图上阻塞范围内出现两个不同的区域, 分别对应两种不同类型的

交通阻塞: 共存阻塞态和堵塞态. 时空图表明, 本文的新模型在低密度情况下与 NaSch 模型相同, 在高密度情况下则不相同. 从车辆处于加速、跟随和减速刹车状态的分布结果表明, 从加速到跟随的车辆变化越多, 反映的交通流容量越大; 从交通阻塞到消散过程中存在交通滞后.

- [1] Kerner B S , Rehborn H 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 3797
- [2] Helbing D 2001 *Rev. Mod. Phys.* **73** 1067
- [3] Treiterer J 1975 *Ohio State Technical Report* PB **246** 94
- [4] Kerner B S 2001 *Networks Spatial Econ.* **1** 35
- [5] Jost D 2002 *Ph. D. Thesis*(Zürich Zürich University and ETH)
- [6] Nagel K and Schreckenberg M 1992 *J. Phys. (France)* **12** 2221
- [7] Ishibashi Y , Fukui M 1994 *J. Phys. Soc. Japan* **63** 2882
- [8] Biham O , Middleton A A , Levine D 1992 *Phys. Rev. A* **46** R6124
- [9] Wagner P 1996 *Traffic and Granular Flow* (Singapore : World Scientific)
- [10] Barlovic R , Santen L , Schadscheider A *et al* 1998 *Eur. Phys. J.* **B 5** 793
- [11] Takayasu M , Takayasu H 1993 *Fractals* **1** 860
- [12] Benjamin S C , Johnson N F , Hui P M 1996 *J. Phys. A : Math. Gen.* **29** 3119
- [13] Dong L Y , Xue Y , Dai S Q 2002 *Appl. Math. Mech.* **23** 363
- [14] Tan H L , Liu M R , Kong L J 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2713 (in Chinese) [谭惠丽、刘慕仁、孔令江 2002 物理学报 **51** 2713]
- [15] Xue Y , Dong L Y , Dai S Q 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 445 (in Chinese) [薛 郁、董力耘、戴世强 2001 物理学报 **50** 445]
- [16] Nagel K 1995 *Ph. D. Thesis* (Cologne : University of Cologne)
- [17] Zhang H M 2003 *Trans. Res. B* **37** 561
- [18] Zhang H M 2001 *Networks Spatial Econ.* **1** 9

Effects of the stochastic delay probability on traffic flow ^{*}

Chen Yan-Hong¹⁾ Xue Yu^{1,2)}

¹⁾ Department of Physics , Guangxi University , Nanning 530004 , China)

²⁾ Shanghai Institute of Applied Mathematics and Mechanics , Shanghai University , Shanghai 200072 , China)

(Received 25 June 2003 ; revised manuscript received 15 March 2004)

Abstract

Considering the effects of different factors on the stochastic delay probability , we have classified the delay probability into three cases. The first case , corresponding to the deceleration state , has a large delay probability if anticipant velocity is larger than the gap between the successive cars. The second one , corresponding to the leader following stably , has an intermediate delay probability if the anticipant velocity is equal to the gap. The last is the one with acceleration with the minimum delay probability. The fundamental diagram obtained by the numerical simulation shows the different properties compared with that by the NaSch model , in which there exist two different jamming regions corresponding to the coexistent congestion and jamming with different properties of shock wave.

Keywords : traffic flow , cellular automaton model , fundamental diagram , traffic jam

PACC : 0550 , 0520 , 6470

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10362001 , 10202012 , 19932020) and the Natural Science Foundation of Guangxi Zhuang Autonomous Region , China (Grant No. 0342102) .