

# 半自由声场的全息重建和预测实验研究\*

毕传兴 陈心昭 陈 剑

(合肥工业大学动态测试中心,合肥 230009)  
(2003 年 10 月 27 日收到 2004 年 4 月 16 日收到修改稿)

半自由声场环境下的声源重建和声场预测研究对声全息技术走向实际应用具有非常重要的意义.在提出基于分布源边界点法的半自由声场全息重建和预测方法的基础上,对此展开了实验研究.并将重建和预测的结果与常规方法重建和预测的结果进行了比较和讨论,说明了重建预测过程中反射声压的影响和考虑反射声压的必要性,证明了所提出方法在解决半自由声场环境下存在地面反射时的声源重建和声场预测时的有效性和准确性.还提出了采用奇异值截断滤波和 Tikhonov 正则化方法来削弱测量误差的影响,从而进一步优化了重建结果,提高了全息成像的可信度.

关键词:声全息,半自由场,边界点,声辐射,反射声

PACC:4363

## 1. 引 言

近年来声全息技术已逐渐发展成为一种非常有效的声源定位和声场可视化技术.它突破了通过测量声源表面振速信息来计算声源辐射特性的传统直接方法的界限,而是将声辐射问题作为一个逆问题来研究<sup>[1]</sup>.通过测量声场中的部分信息(全息面上的复声压数据)一次性重建出声源的表面声压和法向振速信息,并根据重建的信息预测出整个三维声场辐射特性,因而在噪声和振动控制领域中具有重要的意义.

声全息技术最初是通过一个复杂的声光转换系统来实现的,由于系统本身的复杂性,以及全息成像的分辨率很低,现在除了在超声全息摄影成像系统中还能找到一点痕迹外,已基本不被采用.自 20 世纪 80 年代 Williams 等首先提出采用近场声全息的概念以来<sup>[2,3]</sup>,声全息技术在世界范围内得到了突飞猛进的发展,以此为基础的许多改进方法纷纷被提出,如 K 空间滤波法、Wiener 滤波法、反复算法以及统计最优法等.它们在一定程度上改善了重建结果,提高了全息成像的分辨率.但是由于这些方法都要求源面和全息面必须具有规则的形状(如平面、球面、圆柱面等),因而在一定程度上还是限制了其适

用的范围.为了克服这些缺点,Veronesi 和 Maynard<sup>[4]</sup>在 1989 年提出了基于边界元法的近场声全息技术,它可以不受具体形状的限制,因而可以用来分析具有复杂形状特征的内部和外部声辐射问题.这种方法在 20 世纪 90 年代得到了广泛的应用,但由于边界元法建立的系数矩阵中存在不同阶奇性积分的处理以及边界元法本身在特征波数处解的非唯一性的处理,也影响了其计算精度和计算速度.基于分布源边界点法<sup>[5-7]</sup>的声场全息重建和预测技术是在此基础上由作者提出的一种新型的声全息技术<sup>[8,9]</sup>,它继承了边界元法的优点,不受具体形状的限制,同时又有效地避开了系数矩阵的直接计算和具体的插值,也不用进行数值求积和奇异积分的处理,因而具有广泛的应用价值.

然而,无论是采用上述哪一种方法,全息测量面上存在反射声压的问题一直都在困扰着许多声全息方法研究者.在文献 2 所提到的三个亟待解决的问题中,其中就有有关全息测量时存在声压反射的问题.当然对于全息面上所包含的直达声和反射声来自于不同方向的情况,Weinreich 等<sup>[10]</sup>已提出一种较好的解决方法,即采用两个靠得很近的全息测量面同时测量,并在波数域中将其分开.但这也只解决了部分问题,对于与直达声来源于同一方向的反射声(如在半自由声场中的地面反射)测没有一个好的解

\* 国家自然科学基金(批准号:50275044)、高等学校博士学科点专项科研基金(批准号:20020359005)和安徽省自然科学基金(批准号:00047418)资助的课题.

决办法.因而国内外许多学者在实验中都通过一些避免反射的方法来削弱反射声的影响,比如在全消声室中进行全息测量<sup>[2-4]</sup>,或通过挡板将地面反射声与直达声隔开<sup>[11]</sup>,或将声源放置在离地面很高的地方进行测量<sup>[12]</sup>.虽然这些方法对声源定位有一定的作用,但是并不能准确地预测出整个声场的辐射特性,因而在一定程度上也限制了声全息技术走向实际工程应用.

本文所提出基于分布源边界点法的半自由声场环境下的全息重建和预测技术则有效地解决了来自同一方向的声压反射问题.在建立其理论模型的基础上,对此展开了实验研究,并将本方法重建和预测的结果与常规方法(忽略声压反射时)重建和预测的结果进行了比较和讨论.说明了重建预测过程中反射声的影响和考虑反射声的必要性,证明了所提出方法在解决半自由声场环境下存在地面反射时的声源重建和声场预测的有效性和准确性.本文还提出采用奇异值截断和 Tikhonov 正则化<sup>[13]</sup>的方法来削弱测量误差的影响,从而进一步优化了重建结果,提高了全息成像的可信度.

## 2. 半自由声场的全息重建和预测理论

对于振动体法向振速已知的小振幅时间谐振声场,其在无限域中引起的外部声辐射问题可以用著名的 Kirchhoff-Helmholtz 积分等式<sup>[3]</sup>描述为

$$G(r)G(r) = \int_{S_0} \left[ p(r_0) \frac{\partial G(r, r_0)}{\partial n_0} - \frac{\partial p(r_0)}{\partial n_0} G(r, r_0) \right] dS, \quad (1)$$

式中,  $G(r, r_0) = \exp(-ikR) / (4\pi R)$  为声场格林函数;  $R = |r - r_0|$  为场点  $r$  和表面结点  $r_0$  之间的距离;  $p(r_0)$  为表面声压;  $c(r)$  为实体角系数,当外表面切平面个数唯一时,  $c(r)$  为  $1/2$ ;  $\partial/\partial n_0$  为表面法向导数.

(1) 式在振动体边界上和声场中任意测量面上的离散矩阵形式可分别表示为

$$A_S p_S = B_S v_{nS}, \quad (2)$$

$$p_f = C_f p_S + D_f v_{nS}. \quad (3)$$

联合(2)(3)式有

$$p_f = (C_f A_S^{-1} B_S + D_f) v_{nS} \equiv G_v v_{nS}, \quad (4)$$

式中,  $p_S$  为振源表面声压列矢量,  $v_{nS}$  为振源表面法向振速列矢量,  $p_f$  为声场声压列矢量,  $A_S$ ,  $B_S$ ,  $C_f$  和  $D_f$  为系数矩阵,  $G_v$  为振声传递矩阵.

常规方法中振声传递矩阵  $G_v$  是直接由振源和声场中任意面之间关系来确定,而在半自由声场中由于存在地面的反射,如果仅仅通过振源和声场中测量面来建立传递矩阵,反射声被作为直达声的一部分传递到声源表面,从而使重建和预测的结果不能真实地反映声源和声场的信息.因而此时必须将直达声和反射声分离开,而由于声压为标量,现有技术很难做到这一点.本文通过建立实源和像源的组合传递矩阵,直接将反射声压纳入传递过程进行重建,从而有效地解决了此问题.

### 2.1. 组合传递矩阵的建立

在半自由声场中,实际声压为直达声压和经反射面反射的间接辐射声压叠加组成(如图1所示).设在实源表面上分布  $N$  个边界点,并在声场中选取的全息测量面上分布有  $M$  个测量点,则这  $M$  个测量点实测声压的矢量形式为

$$p_h = p_{hd} + p_{hr}, \quad (5)$$

式中,  $p_{hd}$  为直达声压,  $p_{hr}$  为反射声压.此时声场中任意点处的辐射声压可以看成是两个声源所辐射的声压之和,即实源  $S$  和像源  $S'$  共同作用的结果.像源上各结点的表面法向振速与实源上各结点的表面法向振速  $v_{nS}$  对应相等.

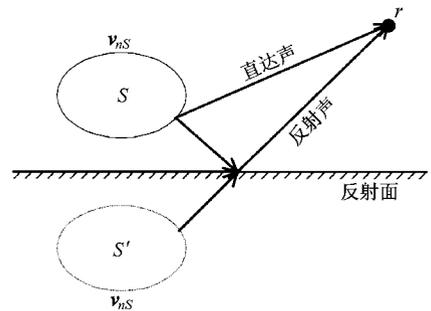


图1 半自由声场中的声场辐射示意图

如果半自由声场中反射界面为刚性面,则入射声波被完全反射,由(4)式可知,此时在全息面上的辐射声压可由实源和像源的表面法向振速描述为

$$p_h = (G_{hd} + G_{hr}) v_{nS}, \quad (6)$$

式中,  $G_{hd}$  为实源  $S$  表面法向振速与其在全息面上所辐射声压之间的  $M \times N$  阶传递矩阵,  $G_{hr}$  为像源  $S'$  表面法向振速与其在全息面上所辐射声压之间的  $M \times N$  阶传递矩阵.则实源和像源与全息面之间的组合传递矩阵为

$$G_{hv} = G_{hd} + G_{hr}. \quad (7)$$

如果半自由声场中反射界面为非完全刚性,则在入射波的作用下,界面会发生微小的变形.此时入射声波的能量部分被界面吸收,从而使反射时声压的相位和振幅都发生变化,而且对不同入射角的声波和不同的反射界面属性,其反射效果也不同<sup>[14]</sup>.下面,在充分考虑到反射界面的阻抗效应的情况下,建立了反射界面为非完全刚性条件时的组合传递矩阵.

假设反射界面的比导纳是均匀的,则反射界面上的声压反射系数可以近似地表示为<sup>[14]</sup>

$$C_r = \frac{\cos\theta - \beta}{\cos\theta + \beta}, \quad (8)$$

式中,  $\theta$  为入射角,  $\beta$  为反射界面的比导纳.

根据(8)式可以求取声压经反射界面到达全息面上  $M$  个测量点处的声压反射系数,其矩阵表达式为

$$C_r = \text{diag}(C_{r1}, C_{r2}, \dots, C_{rM}), \quad (9)$$

式中,  $C_{r1}, C_{r2}, \dots, C_{rM}$  分别表示声压经反射后到达全息面上每个测量点处的声压反射系数.则此时(5)式可以表示为

$$p_h = (G_{hvd} + C_r G_{hvr}) v_{ns}. \quad (10)$$

从而实源和像源与全息面之间的组合传递矩阵为

$$G_{hv} = G_{hvd} + C_r G_{hvr}. \quad (11)$$

## 2.2. 组合传递矩阵的特解构造

上述组合传递矩阵是通过分布源边界点法间接获取的,即通过在振源表面结点背离分析域一定距离处构造的一系列特解源(点源、面源或体源)所产生的声压和振速特解来获取<sup>[8]</sup>.首先构造实源表面法向振速特解矩阵  $v_{ns}^*$ ,它是  $N \times N$  阶的方阵( $N$  为振动体边界的结点数目),其中每一个列矢量都对应一个特解源在所有结点处所产生的一组特解.由于实源和像源关于反射面对称,因而像源的表面振速特解矩阵和实源的表面振速特解矩阵是对称相等的,无需重复构造.实际上对于同一振源,对应每个分析频率处只需对实源构造一次即可.

对于全息面上测点  $r$  处,对应实源中  $N$  个特解源所对应的声压特解行矢量为  $p_{hd}^*(r)$ ,对应像源中  $N$  个特解源所对应的声压特解行矢量为  $p_{hr}^*(r)$ ,则实源和像源在全息面上  $M$  点处所构造的  $M \times N$  阶声压特解矩阵分别为

$$p_{hd}^* = [(p_{hd}^*(r_1)) \dots (p_{hd}^*(r_2)) \dots (p_{hd}^*(r_M))], \quad (12)$$

$$p_{hr}^* = [(p_{hr}^*(r_1)) \dots (p_{hr}^*(r_2)) \dots (p_{hr}^*(r_M))], \quad (13)$$

这里,上标“T”表示矩阵转置.

将(12)和(13)式所构造的特解代入(3)式,则可得

$$(p_{hd}^*)^T = G_{hvd} v_{ns}^*, \quad (14)$$

$$(p_{hr}^*)^T = G_{hvr} v_{ns}^*. \quad (15)$$

对(14)和(15)式求逆变换后,可得实源和像源与全息面之间的传递矩阵,并将其代入(7)和(11)式,则在反射面为刚性和非刚性时,实源和像源与全息面之间的组合传递矩阵可分别表示为

$$G_{hv} = (p_{hd}^*)^T (v_{ns}^*)^{-1} + (p_{hr}^*)^T (v_{ns}^*)^{-1}, \quad (16)$$

$$G_{hv} = (p_{hd}^*)^T (v_{ns}^*)^{-1} + C_r (p_{hr}^*)^T (v_{ns}^*)^{-1}. \quad (17)$$

(16)式为(17)式的一个特例( $C_r = 1$ ).

## 2.3. 声源的重建

声源重建是利用全息面上各测点的复声压数据,通过全息面与声源表面之间的传递关系重建出声源表面信息.

由2.1节可知,实源和像源的传递矩阵都为  $M \times N$  阶,则其组合传递矩阵  $G_{hv}$  亦为  $M \times N$  阶.此时如果满足  $N \leq M$  时,利用奇异值分解法就可以唯一确定边界结点上的表面法向振速<sup>[4]</sup>.这也说明在考虑声压反射后重建声源的表面信息时,并不需要额外增加测量点的数量.此时组合传递矩阵  $G_{hv}$  的奇异值分解如下:

$$G_{hv} = U_{hv} \Sigma_{hv} W_{hv}^H, \quad (18)$$

式中,  $\Sigma_{hv} = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_N)$  为对角阵,其对角元素为奇异值  $\sigma_i$ ,且满足  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_N \geq 0$ ;  $U_{hv}$  和  $W_{hv}$  为列矢量相互正交的酉矩阵,即  $u_i^H u_j = \delta_{ij}$ ,  $w_i^H w_j = \delta_{ij}$ ;  $\delta_{ij}$  为狄拉克常量.

通过求取组合传递矩阵的广义逆即可重建出表面法向振速列矢量  $v_{ns}$  为

$$v_{ns} = G_{hv}^+ p_h = W_{hv} \Lambda_{hv}^{-1} U_{hv}^H p_h, \quad (19)$$

式中,上标“+”和“H”分别为广义逆和表示厄米特矩阵共轭.

## 2.4. 重建结果的正则化处理

实际上,在整个声场全息重建和预测的过程中,关键是准确地重建振源的表面法向振速信息.而在实际测量时,测量声压的幅值和相位常常会存在一定的误差,如果直接采用上述公式重建往往仍会存在较大的误差.因而减小误差的影响,是基于分布源

边界点的声场全息重建和预测技术走向工程实际应用的一个关键. 本文提出采用截断奇异值滤波和 Tikhonov 正则化两种方法应用于声全息重建过程中, 用以改进重建表面法向振速的效果.

根据奇异值分解原理可将(19)式详细表示成以下形式:

$$\mathbf{v}_{nS} = \sum_{i=1}^N \frac{\mathbf{w}_i^H \mathbf{p}_h}{\sigma_i} \mathbf{u}_i. \quad (20)$$

由(20)式可知, 如果组合传递矩阵中分解出一些较小的奇异值, 在重建求逆时, 其倒数就会变得非常大. 此时的重建过程对全息面上测量声压的误差非常敏感, 即使存在一个很小的误差, 也可能使重建的结果完全失真. 这也是所有逆问题中存在的一个共同问题. 因而必须采取滤波手段以减小等式中对重建结果贡献小而又对误差非常敏感的各项的影响, 加上滤波因子后的结果可以表示为

$$(\mathbf{v}_{nS})_{\text{reg}} = \sum_{i=1}^N f_i \frac{\mathbf{w}_i^H \mathbf{p}_h}{\sigma_i} \mathbf{u}_i, \quad (21)$$

式中  $f_i$  为滤波系数. 截断奇异值滤波实际上就是将(21)式中较小的奇异值项直接赋为零, 即当  $\sigma_i < \alpha\sigma_1$  时, 就令  $f_i$  为零. 此时的滤波系数为

$$\begin{aligned} f_i &= 1 & (\sigma_i \geq \alpha\sigma_1), \\ f_i &= 0 & (\sigma_i < \alpha\sigma_1), \end{aligned} \quad (22)$$

式中  $\alpha$  为截断系数比. 截断后的重建结果可表示为

$$(\mathbf{v}_{nS})_{\text{reg}} = \sum_{i=1}^k \frac{\mathbf{w}_i^H \mathbf{p}_h}{\sigma_i} \mathbf{u}_i, \quad (23)$$

式中  $k$  为截断点. 此时的奇异值对角阵变成

$$\bar{\Sigma}_{\text{hw}} = \text{diag}(\sigma_1 \ \sigma_2 \ \dots \ \sigma_k \ 0 \ \dots \ 0). \quad (24)$$

则可知截断滤波后的组合传递矩阵为

$$\bar{\mathbf{G}}_{\text{hw}} = \mathbf{U}_{\text{hw}} \bar{\Sigma}_{\text{hw}} \mathbf{W}_{\text{hw}}^H. \quad (25)$$

在文献[15]中, 已经证明截断滤波后的组合传递矩阵  $\bar{\mathbf{G}}_{\text{hw}}$  是所有秩为  $k$  的矩阵中最靠近组合传递矩阵  $\mathbf{G}_{\text{hw}}$  的矩阵. 此时通过滤掉较小的奇异值从而减小了误差的影响. 但是系数  $\alpha$  的选取非常关键, 如果选得过小会丢失大量有用的信息, 如果过大并不能起到滤波的作用. 对于此系数的选取目前还没有最好的方法, 一般可以根据实际声场中的信噪比来确定<sup>[16]</sup>.

另外, Tikhonov 正则化方法也是目前最有效的一种重建修正方法. 对于标准的 Tikhonov 正则化方法(21)式中滤波系数为

$$f_i = \frac{\sigma_i^2}{\sigma_i^2 + \lambda^2}. \quad (26)$$

滤波之后的重建结果  $(\mathbf{v}_{nS})_{\text{reg}}$  满足使残余范数  $\|\mathbf{G}_{\text{hw}} \mathbf{v}_{nS} - \mathbf{p}_h\|$  和单边约束  $\|\mathbf{L}(\mathbf{v}_{nS} - \mathbf{v}_0)\|$  的加权组合等式最小, 即

$$\min \{ \|\mathbf{G}_{\text{hw}} \mathbf{v}_{nS} - \mathbf{p}_h\|_2^2 + \lambda^2 \|\mathbf{L}(\mathbf{v}_{nS} - \mathbf{v}_0)\|_2^2 \} \quad (27)$$

式中  $\lambda$  为正则化参数,  $\mathbf{L}$  为罚矩阵,  $\mathbf{v}_0$  为表面法向振速的初始估计. 正则化参数  $\lambda$  控制着重建结果对误差扰动的影响, 因而准确地选取  $\lambda$  也是影响重建结果的一个关键. 此处可通过根据  $\lg \|\mathbf{G}_{\text{hw}} \mathbf{v}_{nS} - \mathbf{p}_h\|_2$  和  $\lg \|\mathbf{L}(\mathbf{v}_{nS} - \mathbf{v}_0)\|_2$  绘制的  $L$  曲线来确定<sup>[17]</sup>.

## 2.5. 声场的预测

根据 2.4 节正则化处理后的重建振源表面法向振速  $(\mathbf{v}_{nS})_{\text{reg}}$ , 进一步对声场进行预测. 同样, 应用分布源边界点法分别构造实源和像源在任意场点  $r$  处声压特解向量  $\mathbf{p}_{\text{rd}}^*(r)$  和  $\mathbf{p}_{\text{fr}}^*(r)$ , 则实源和像源在场点  $r$  处的组合传递矩阵为

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_{\text{fr}}(r) &= \mathbf{G}_{\text{rd}}(r) + \mathbf{G}_{\text{fr}}(r) \\ &= [\mathbf{p}_{\text{rd}}^*(r)]^T (\mathbf{v}_{nS}^*)^{-1} + [\mathbf{p}_{\text{fr}}^*(r)]^T (\mathbf{v}_{nS}^*)^{-1} \\ &= \{ [\mathbf{p}_{\text{rd}}^*(r)]^T + [\mathbf{p}_{\text{fr}}^*(r)]^T \} (\mathbf{v}_{nS}^*)^{-1}. \end{aligned} \quad (28)$$

根据正则化处理后的重建振源表面法向振速, 由(3)和(28)式可得场点  $r$  处的声压为

$$\mathbf{p}_r(r) = \{ [\mathbf{p}_{\text{rd}}^*(r)]^T + [\mathbf{p}_{\text{fr}}^*(r)]^T \} (\mathbf{v}_{nS}^*)^{-1} (\mathbf{v}_{nS})_{\text{reg}}. \quad (29)$$

同理, 可以通过构造实源和像源在场点处的质点振速特解向量  $\mathbf{v}_{\text{rd}}^*(r)$  和  $\mathbf{v}_{\text{fr}}^*(r)$  来预测场点  $r$  处的质点振速为

$$\mathbf{v}_r(r) = \{ [\mathbf{v}_{\text{rd}}^*(r)] + [\mathbf{v}_{\text{fr}}^*(r)] \} (\mathbf{v}_{nS}^*)^{-1} (\mathbf{v}_{nS})_{\text{reg}}. \quad (30)$$

进而可以根据预测的声压和质点振速信息来计算有功声强  $\mathbf{I}(r)$  和声功率  $W$  等声学量.

## 3. 实验研究

为了验证本文所提出的基于分布源边界点法的半自由声场环境下的全息重建和预测方法的有效性和正确性, 本文选取一个实际声源作为研究对象进行分析, 并对应用本文方法的重建和预测的结果和忽略声压反射而直接进行重建和预测的常规方法的结果作了比较.

实验是在如图 2 所示半消声室中完成的. 实验研究对象为步步高家庭影院用组合扬声器系列后置环绕音箱辐射声场; 音箱的外观尺寸为  $0.14 \text{ m} \times 0.15 \text{ m} \times 0.32 \text{ m}$ , 其中扬声器纸盘中心与音箱上表

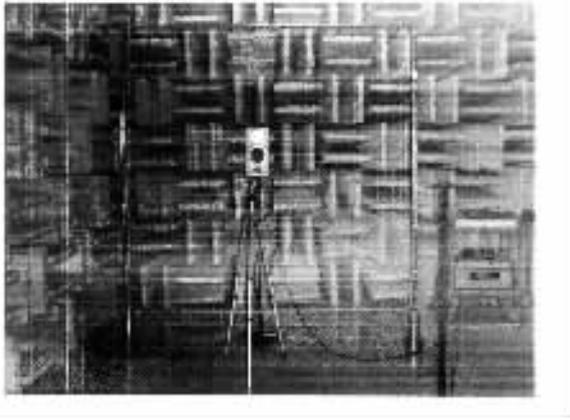


图 2 实验测量装置图

面的距离为 0.185 m,左右两边对称分布;信号源为步步高 DVD 视盘机 DV935 播放的 400 Hz 的单频声,并采用步步高 AV220 声频功率放大器进行放大,测量采集装置为成都中科 IDTS-4516U 型 16 通道数据采集器,北京声望技术公司的 MP201 系列前置放大器加 1.3 cm 压电传声器和 BSWA MC1116 型信号调理器。

由于实验所在半消声室的地面吸声系数小于 0.01,因而在本文分析过程中近似地将反射界面视为完全反射,即认为反射界面为刚性表面.实验中选取的测量参数为:全息测量面为平行于音箱前表面的 1m × 1m 的平面,测量面上均匀地分布 21 × 21

个测点,并与音箱前表面的距离为 0.2 m,测量面下端距离地面的高度为 0.8 m,其中心对准音箱上扬声器的纸盘中心;在声源音箱外表面上共分布 294 个结点,其结点分布如图 3 所示。

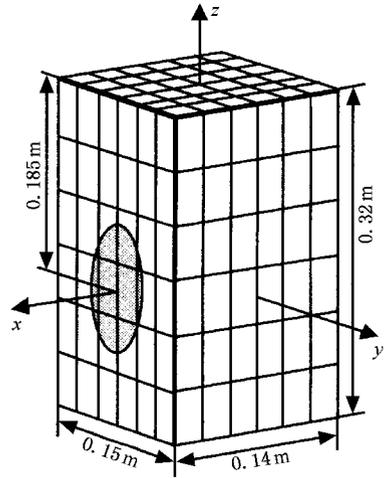


图 3 扬声器结构尺寸及表面结点分布图



实验测量的全息面上 21 × 21 个测点处的声压幅值和相位分布如图 4 所示.从测量值显示图可知,全息面上相位和幅值都存在一定的误差,因而在应用此信息重建声源表面振速信息时,必须要通过重建结果的修正方法对控制误差的影响.本文在重建时采用的 Tikhonov 正则化方法进行修正。

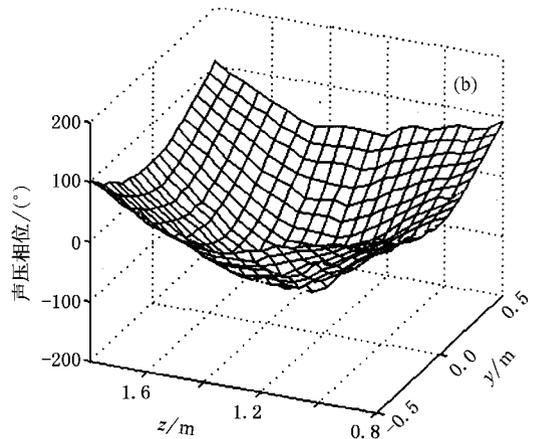
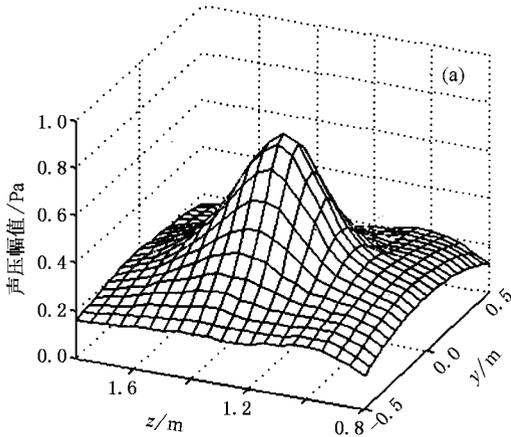


图 4 全息面上声压幅值(a)和相位(b)分布图

根据测量全息面上的复声压数据重建的声源表面的振速幅值分布如图 5 所示.重建的结果表明,采用本文方法和常规方法时都能给出声源表面振动位置信息.通过对图 5(a)和(b)的比较,在采用半自由声场的全息重建方法所重建的结果比常规方法忽略

反射影响而直接重建的结果显然更具对称性,更能反映声源表面的实际振动信息.图 5(b)还显示,振源表面振速分布明显有偏下的趋势,这也说明了全息面测量的声压有来源于声源下方其他源的作用,即地面反射的影响。

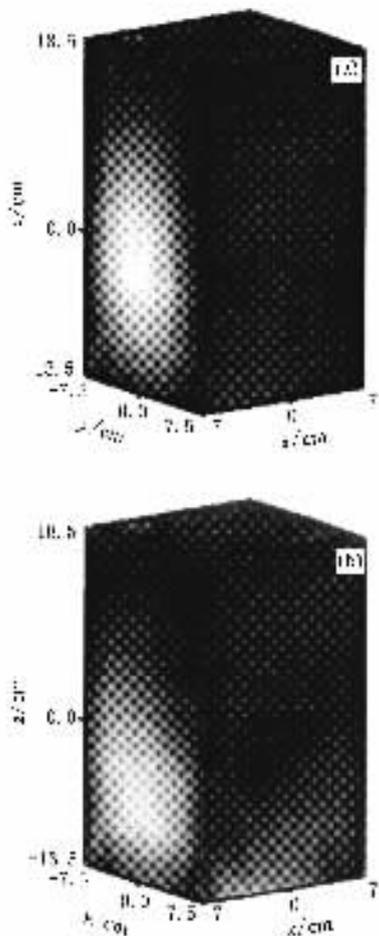


图5 重建声源表面法向振幅分布 (a)本文方法, (b)常规方法

根据上述重建的声源表面信息,对声源在声场中辐射情况进行预测.首先选取一个近场预测面,预测面位于全息面向声源方向平移 0.1 m 处.采用本文预测方法和常规预测方法所得该预测面的  $z$  方向

有功声强分布如图 6 所示.图 6(b)显示声源正前方  $z$  方向有功声强为零.实际上,由于存在地面反射的影响,在声源正前方有功声强不可能为零,图 6(a)则准确地显示出这一点.另选取分布在该预测面上矩形区域  $\{0.12 \text{ m} \leq z \leq 0.145 \text{ m}, -0.1 \text{ m} \leq y \leq 0.1 \text{ m}\}$  内的  $5 \times 6$  个预测点,将通过本文预测方法与常规方法预测的声压幅值结果和实际测量的结果比较如图 7 所示.两种方法所得结果和实际测量结果基本一致,但采用本文的半自由声场的预测方法所得的结果和实际测量的结果符合更佳.对此可以从其误差分布图(图 8)清楚地看出.此处,定义声压幅值误差为

$$\eta = \frac{\|p\| - \|p_{\text{mea}}\|}{\|p_{\text{mea}}\|} \times 100\%, \quad (31)$$

式中  $p$  为预测声压,  $p_{\text{mea}}$  为实际测量声压.

另外,通过半自由场的预测方法可以预测出该预测面上反射声压在总声压中所占的百分比如图 9 所示.图 9 显示,在预测面上反射声压幅值在总声压中所占比例在靠近地面处已达 30%.实际上,随着测量面与声源的距离越远,反射声压所占的比例也将随之增加.显然,忽略地面的反射而将其作为直达声压的一部分来考虑,会大大影响预测的精度.而采用本文所提出半自由声场的全息重建和预测方法则不存在此问题.

就本文所提出的方法的有效性和准确性,对近场面的预测已初见端倪,在对远场进行预测时,其效果更加明显.现选取远场面为全息面背离声源方向平移至距声源前表面 0.88 m 处.如图 10 所示,根据本文方法计算的反射声压占总声压的比例最小处都已经超过 20%,最大处则已达到 70%.显然,离声源

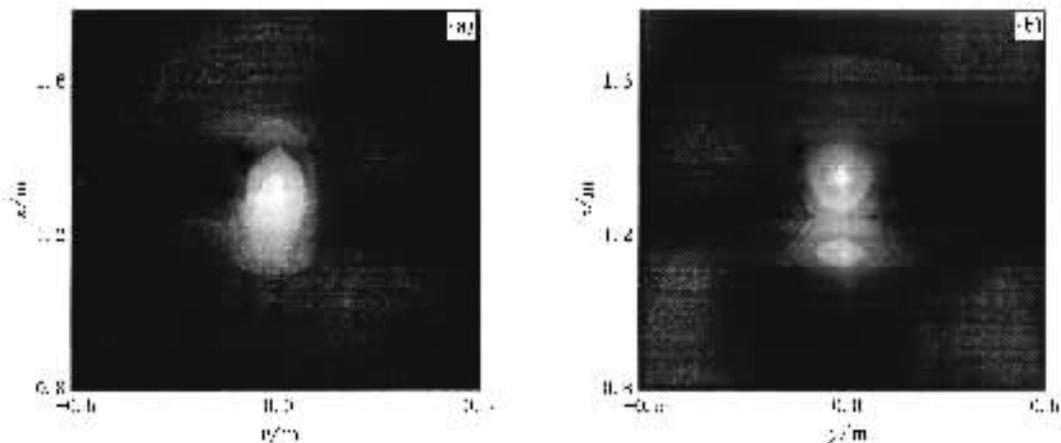


图6 距声源前表面 0.1 m 处预测面上  $z$  方向有功声强 (a)本文方法 (b)常规方法

越远的地方反射声压所占的比例越高,这时采用常规的方法已经完全失效.如图 11 所示,在采用常规方法所预测的 0.88 m 处预测面上的  $z$  向有功声强和采用半自由声场预测方法的结果已经严重偏离.通过在该预测面上中心线上某几个点的测量值表明(表 1)采用本文的方法预测的该面上声压最大值

点已经向下偏移的趋势和实际测量相符,而且测量的声压幅值也和实际测量相一致,但是采用常规方法所获得的结果不仅预测值不符而且所反映的趋势也大相径庭.这进一步说明本文所提出方法的有效性、准确性和必要性,尤其是在远场预测时其作用愈加明显.

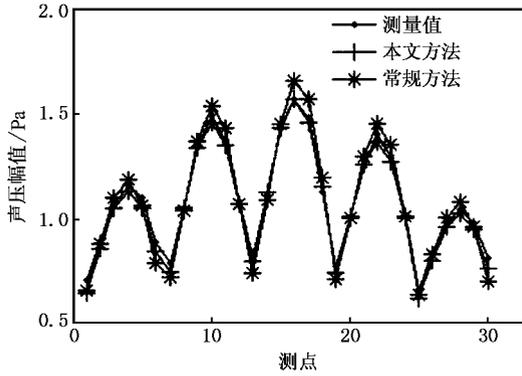


图 7 预测离声源前表面 0.1 m 处 30 个测点的声压幅值与理论值之间的比较

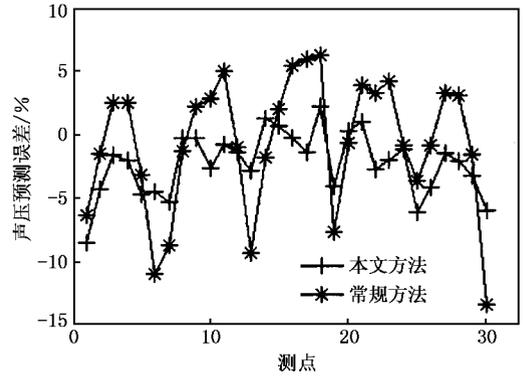


图 8 本文方法与常规方法预测离声源前表面 0.1 m 处 30 个测点的声压幅值误差比较

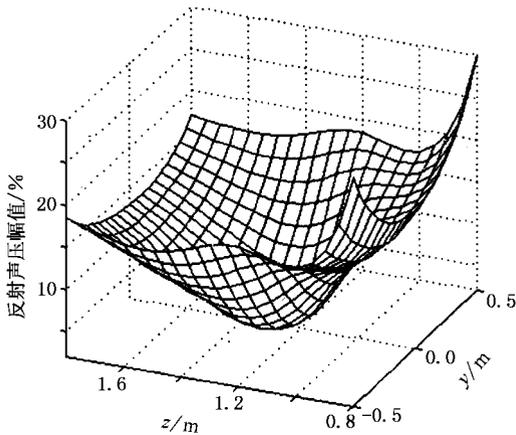


图 9 距声源前表面 0.1 m 处预测面上反射声压占总声压的百分比

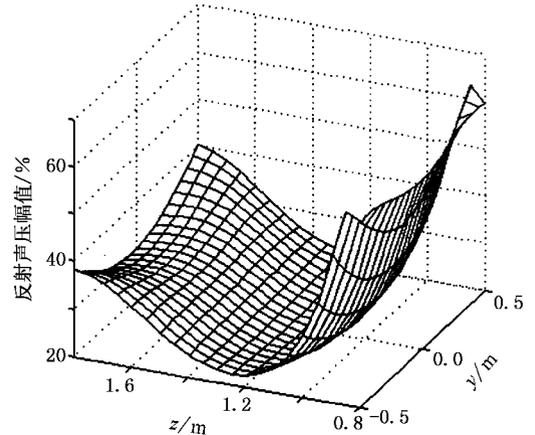


图 10 距声源前表面 0.88 m 处预测面上反射声压占总声压的百分比

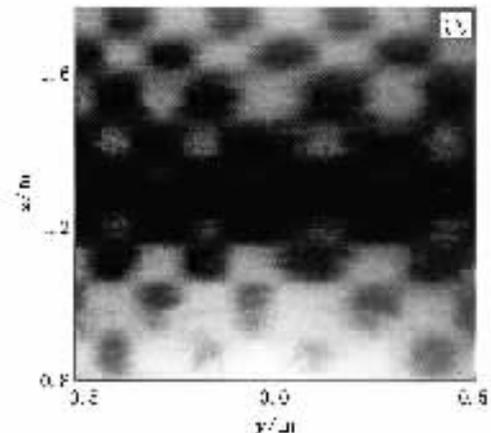
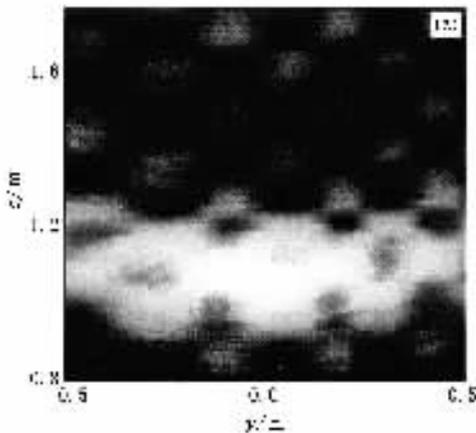


图 11 距声源前表面 0.88 m 处预测面上  $z$  向有功声强比较 (a)本文方法 (b)常规方法

表 1 距声源前表面 0.88 m 处测量面上某些点的  
声压幅值预测结果与测量结果比较

坐标( $y, z$ )m	测量值/Pa	本文方法 预测值/Pa	常规方法 预测值/Pa
( 0 ,1.4 )	0.1436	0.1439	0.1454
( 0 ,1.3 )	0.1698	0.1699	0.1456
( 0 ,1.2 )	0.1907	0.1899	0.1442
( 0 ,1.1 )	0.1926	0.1921	0.1420

## 4. 结 论

1) 基于分布源边界点法的半自由声场全息重建和预测方法采用分布源边界点法构造系统传递矩阵, 有效地避开了变量插值、数值计算和奇异积分的

处理, 与边界元法相比, 具有计算速度快、计算精度高、计算稳定性好等优点.

2) 基于分布源边界点法的半自由声场全息重建和预测方法有效地解决了常规方法当存在声压反射时不能准确地进行声源重建和声场预测问题, 尤其是在反射声压所占比例较大时其作用愈加明显.

3) 在实际测量时, 测量面上声压的幅值和相位都会存在一定的误差, 通过采用奇异值截断滤波和 Tikhonov 正则化方法可以大大削弱测量误差的影响, 从而可以进一步改进重建和预测的精度, 提高了全息成像的可信度.

4) 实验结果进一步说明了在半自由声场环境下采用本文方法的必要性, 并验证了其有效性和准确性, 对声全息技术走向实际工程应用具有重要的意义.

- [ 1 ] You Y X , Miao G P 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 270 ( in Chinese )  
[ 尤云祥、缪国平 2002 物理学报 **51** 270 ]
- [ 2 ] Williams E G , Maynard J D , Skudrzyk E 1980 *J. Acoust. Soc. Am.* **68** 340
- [ 3 ] Maynard J D , Williams E G , Lee Y 1985 *J. Acoust. Soc. Am.* **78** 1395
- [ 4 ] Veronesi W A , Maynard J D 1989 *J. Acoust. Soc. Am.* **85** 588
- [ 5 ] Zhang S Y , Chen X Z 1999 *J. Sound Vib.* **228** 761
- [ 6 ] Zhang S Y , Chen X Z 1998 *J. Vib. Eng.* **11** 395 [ in Chinese ] 张胜勇、陈心昭 1998 振动工程学报 **11** 395 ]
- [ 7 ] Zhang S Y , Chen X Z 1999 *Acta Acust.* **24** 149 ( in Chinese ) [ 张胜勇、陈心昭 1999 声学学报 **24** 149 ]
- [ 8 ] Bi C X , Chen J , Chen X Z *et al* 2003 *Chin. J. Mech. Eng.* **39** 81 ( in Chinese ) [ 毕传兴、陈 剑、陈心昭等 2003 机械工程学

报 **39** 81 ]

- [ 9 ] Bi C X , Chen J , Chen X Z 2004 *Sci. China E* **47** 216
- [ 10 ] Weinreich G , Arnold E B 1980 *J. Acoust. Soc. Am.* **68** 404
- [ 11 ] Seybert A F , Hamilton D A , Hayes P A 1998 *Noise Control Eng. J.* **46** 77
- [ 12 ] Zhang D J , Xia X H , Yan J *et al* 1999 *Acta Acust.* **17** 436 ( in Chinese ) [ 张德俊、夏献华、鄢 锦等 1992 声学学报 **17** 436 ]
- [ 13 ] Tikhonov A N 1963 *Dokl. Akad. Nauk. SSR* **151** 501
- [ 14 ] Morse P M , Ingard K U 1968 *Theoretical Acoustics* ( Princeton : Princeton University Press )
- [ 15 ] Demmel J W 1997 *Applied Numerical Linear Algebra* ( California : SIAM Publishing Co. ) p30
- [ 16 ] Williams E G , Brian H H 2000 *J. Acoust. Soc. Am.* **108** 1451
- [ 17 ] Hansen P C , O 'Leary D P 1993 *SIAM J. Sci. Comput.* **14** 1487

# Experimental study on the holographic reconstruction and prediction of semi-free field<sup>\*</sup>

Bi Chuan-Xing   Chen Xin-Zhao   Chen Jian

( *Dynamic Measuring Center , Hefei University of Technology , Hefei 230009 , China* )

( Received 27 October 2003 ; revised manuscript received 16 April 2004 )

## Abstract

The study on the holographic reconstruction and prediction of a semi-free field is valuable for the practical applications of the acoustic holography technique. On the basis of the proposed holographic reconstruction and prediction method of semi-free field in the inverse distributed source boundary point method an experiment is carried out in a semi-free field. The reconstructed and predicted results in the proposed method are compared with those in the conventional method. The influence of the reflected sound in the reconstruction procedure is analyzed , and the effectiveness and correctness of the proposed method are validated. In addition , considering the sensitivity of the system equations to the measurement errors of pressures on the hologram surface in the experiment , the truncated singular value decomposition method and the Tikhonov regularization method are adopted to stabilize the problem. By choosing the appropriate regularization parameters and filter factors , the influence of errors can be decreased to the least , and the reconstructed and predicted quantities of acoustic field and the reliability of the holographic images are improved.

**Keywords** : acoustic holography , semi-free field , boundary point , acoustic radiation , reflected sound

**PACC** : 4363

---

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant No. 50275044 ) , the Doctoral Program Foundation of Institution of Higher Education of China ( Grant No. 20020359005 ) , and the Natural Science Foundation of Anhui Province , China ( Grant No. 00047418 ) .