

各向异性黏弹性介质伪谱法波场模拟^{*}

杜启振

(石油大学(华东)地球资源与信息学院, 东营 257061)

(石油大学中国石油天然气集团公司物探重点实验室, 北京 102249)

(胜利油田有限公司物探研究院博士后科研工作分站, 东营 257022)

(2004 年 1 月 31 日收到, 2004 年 4 月 13 日收到修改稿)

当地震信号通过复杂地球介质时, 地层除了表现为各向异性, 还表现为内在的黏弹性特征. 因此, 为准确描述地震波在地球介质中的传播特征, 理想的地球介质模型应该能够模拟岩石的各向异性特征和衰减特征. 给出了各向异性黏弹性介质模型的波动方程, 推导了伪谱法波场正演模拟的递推公式, 并利用伪谱法实现了地震波波场数值模拟. 表明了该介质模型中地震波场特征与各向异性主轴方位和介质的黏滞性参数之间的关系.

关键词: 黏弹性, 各向异性, 伪谱法

PACC: 9130R

1. 引言

以水平层状介质理论为基础的地震勘探技术在过去几十年中发展很快, 形成了一套比较完善的层状介质地震勘探方法技术体系. 随着隐蔽油气藏勘探的需要, 理论研究者向传统的均匀层状介质理论发起了冲击, 不少大学和研究机构开展了复杂介质情况下地震波传播规律的研究, 如科罗拉多矿院、斯坦福大学、英国联邦地质调查局等. 一方面, 在地层中, 因应力作用或因自然(如天然地震)和人为因素(如油气、煤的人为开发)等的影响, 引起地质体结构的变化, 从而形成了地层的各向异性. Crampin^[1]提出了具有水平对称轴的均匀模型(代表具有竖向平行裂隙的岩石), 该介质模型只有一个旋转对称轴, 可用五个独立常量来表示其刚度矩阵. 固体岩石中裂隙竖向平行分布的介质模型又称为方位各向异性(EDA)介质. Gupta^[2,3]指出由于地壳沉积的非各向同性的应力场的存在控制了裂隙的排列方向, 那么在地震波传播过程中也会出现类似的影响(尤其是横波). Crampin^[4]指出方位各向异性介质中存在横波分裂或横波双折射, 横波分裂是方位各向异性介质的最主要特征之一, 这将方位各向异性的理论推进了一大步. 另一方面, 当地震信号通过薄层层状

介质时, 除了表现为各向异性, 地层还表现为内在的黏弹性特征. 因此, 理想的地球介质模型应该能够模拟岩石的各向异性特征和衰减特征. Bio^[5]认为地球介质参数随频率变化而变化的物理机制是造成介质衰减的内在原因. 基于标准线性固体模型, Carcione^[6]引入了新的各向异性黏弹性本构关系, 用此种方法可以研究纵波和快、慢横波的黏弹性特征. 在此基础上, 杜启振等^[7]给出了以各向异性主轴方位为参数的各向异性黏弹性介质波动方程, 并采用有限元方法^[8]进行了波场模拟. 张中杰等^[9]建立了方位各向异性介质中考虑非弹性效应的地震波动方程组, 研究了地震波速度、衰减与品质因子 Q 值的方位各向异性. 针对各向异性黏弹性介质, Zhang 等^[10]进行了多分量波场模拟.

由此可知, 各向异性和黏弹性是地球介质的两大主要特征. 各向异性黏弹性介质模型比均匀层状弹性介质模型更能准确地描述实际地质结构和地层性质. 基于各向异性黏弹性介质模型的黏弹性波传播理论, 自然也就更能适应越来越复杂的油气储藏勘探的实际需要. 研究地震波传播的传统数值模拟方法主要有: 有限差分法、有限元法、傅氏变换法、伪谱法等. 伪谱法是 Gazdag^[11]和 Kosloff 等^[12]发展起来的一种算法, 它通过对空间坐标的偏微分实施快速傅氏变换, 避免了对空间坐标的差分运算, 只在时

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 40304008)、国家高技术研究发展计划(批准号: 2004AA616050)和石油大学中国石油天然气集团公司物探重点实验室开放基金(批准号: GPKL0407)资助的课题.

间上作差分计算. 由于伪谱法可以看成是高阶网格差分法当其空间差分精度的阶数达到无穷时的极限情况, 故伪谱法可视为传统的有限差分法的一种推广. 因此, 伪谱法作为一种极具吸引力的方法活跃于波动地震学的数值计算领域. 但迄今为止, 利用伪谱法研究各向异性黏弹性介质中的地震波传播规律鲜有报道, 因此有必要开展这项工作, 以期获得地震波场的方位变化特征和衰减特征, 从而建立起地震波在各向异性黏弹性介质中的传播规律.

2. 各向异性黏弹性介质波动方程

为便于使用伪谱法进行波场模拟, 下面对各向异性黏弹性介质波动方程作简要描述. 需强调指出的是, 由于各向异性黏弹性本构关系中出现了卷积积分, 这是波动方程实现的最大困难.

2.1. 本构关系

考虑各向异性黏弹性介质的本构关系^[6], 坐标旋转以后得到以各向异性主轴方位为参数的应力应变关系方程^[13]

$$T_l(t) = R_{ll}R_{JK} \left\{ [A_{LK} + A_{LK}^{(v)}x_v(0)]S_f(t) + A_{LK}^{(v)} \sum_{l=1}^{L_v} E_{ll}^{(v)}(t) \right\}. \quad (1)$$

这里 R 为旋转矩阵^[11], t 表示时间变量, $x_v(0) (v = 1, 2)$ 表示在时间 $t = 0$ 时的弛豫函数, 即非弛豫模量, $v = 1$ 对应于纵波, $v = 2$ 对应于横波; $T_l(t) (l = 1, \dots, 6)$ 表示应力分量; $S_f(t) (f = 1, \dots, 6)$ 表示应变分量; A_{LK} 和 $A_{LK}^{(v)} (L, K = 1, \dots, 6; v = 1, 2)$ 分别表示非弛豫空间函数和弛豫空间函数; $\phi_{il}(t) (v = 1, 2; l = 1, \dots, L_v)$ 表示第 l 个弛豫机制的响应函数; $L_v (v = 1, 2)$ 分别表示纵波和横波的弛豫机制的总数; $\tau_{el}^{(v)}$ 和 $\tau_{el}^{(v)} (l = 1, \dots, L_v; v = 1, 2)$ 分别表示材料的第 l 个机制的应力和应变弛豫时间. 上述变量和函数的具体表达式参见文献 [6].

记忆变量 $E_{ll}^{(v)}(t)$ 为^[6]

$$E_{ll}^{(v)}(t) = \phi_{il}(t) * S_f(t) = \int_0^t \phi_{il}(0) e^{-(t-\tau)\tau_{el}^{(v)}} S_f(\tau) d\tau. \quad (2)$$

在弱黏滞性条件下^[14], 采用时间增量法求解该非线性方程, 从而可以避免卷积运算. 因此, 可得其近似计算公式为^[7]

$$E_{ll}^{(v)}(t + \Delta t) = e^{-\Delta t/\tau_{el}^{(v)}} E_{ll}^{(v)}(t) + \phi_{il}(0) S_f(t) \tau_{el}^{(v)} (1 - e^{-\Delta t/\tau_{el}^{(v)}}). \quad (3)$$

令

$$H_{IJ} = R_{ll}R_{JK} [A_{LK} + A_{LK}^{(v)}M_w], \quad (4a)$$

$$H_{IJ}^{(v)} = R_{ll}R_{JK} A_{LK}^{(v)}. \quad (4b)$$

重新整理 (1) 式, 得到观测坐标系下本构关系^[8]

$$T_l(t) = H_{IJ} S_f(t) + H_{IJ}^{(v)} \sum_{l=1}^{L_v} E_{ll}^{(v)}(t). \quad (5)$$

2.2. 波动方程

将几何关系代入本构方程 (5) 中, 然后将得到的本构关系代入运动方程, 得以各向异性主轴方位为参数的各向异性黏弹性介质的波动方程^[7]

$$\nabla_{il} H_{IJ} \nabla_{Jj} u_j + \nabla_{il} H_{IJ}^{(v)} \sum_{l=1}^{L_v} E_{ll}^{(v)} + \rho f_i = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}. \quad (6)$$

3. 伪谱法波场数值模拟

3.1. 递推公式

本文以二维均匀各向异性黏弹性介质中的波场正演问题为例, 即 $\frac{\partial}{\partial y} = 0$, 推导出伪谱法波场模拟递推公式. 首先在空间域作离散: $x \rightarrow j\Delta x$, 其中 $j = 1, 2, 3, \dots, N_x$; $z \rightarrow m\Delta z$, 其中 $m = 1, 2, 3, \dots, N_z$. 这里, N_x 和 N_z 分别是 x 和 z 方向的采样点数, 它们均为 2 的整数次幂. Δx 和 Δz 分别是 x 和 z 方向的空间采样. 对于空间导数, 采用傅里叶变换的方法求解, 傅氏变换一般是对整个模型空间进行的. 而对于时间导数, 则采用二阶精度的中心差分法求解. 若用 $F^{-1}[\cdot]$ 表示 xoz 空间二重傅里叶逆变换, 则可得各向异性黏弹性介质波动方程的伪谱法的递推公式,

$$u^{n+1} = 2u^n - u^{n-1} + (\Delta t)^2 f - \frac{(\Delta t)^2}{\rho} \times F^{-1} \left[C\tilde{u}^n + \sum_{l=1}^{L_v} V^{(v)} \tilde{E}_l^{(v),n} \right], \quad (7a)$$

$$\tilde{E}_l^{(v),n} = e^{-\Delta t/\tau_{el}^{(v)}} \tilde{E}_l^{(v),n-1} + \phi_{il}(0) \tau_{el}^{(v)} \times (1 - e^{-\Delta t/\tau_{el}^{(v)}}) K\tilde{u}^{n-1}, \quad (7b)$$

其中 u 是质点位移向量, \tilde{u} 表示位移变量 u 的二重空间傅里叶变换, $\tilde{E}_l^{(v)} (v = 1, 2)$ 是记忆变量 $E_{ll}^{(v)}$ 的空间傅里叶变换, f 是体力向量, C 代表非弛豫

(弹性)矩阵, $V^{(v)}$ ($v = 1, 2$)代表弛豫(黏滞性)矩阵, K 代表波数矩阵. 矩阵定义如下:

$$C = \begin{pmatrix} k_x^2 H_{11} + k_z^2 H_{55} & k_x^2 H_{16} + k_z^2 H_{45} & k_x k_z (H_{13} + H_{55}) \\ k_x^2 H_{16} + k_z^2 H_{45} & k_x^2 H_{66} + k_z^2 H_{44} & k_x k_z (H_{36} + H_{45}) \\ k_x k_z (H_{13} + H_{55}) & k_x k_z (H_{36} + H_{45}) & k_x^2 H_{55} + k_z^2 H_{33} \end{pmatrix}, \quad (8a)$$

$$V^{(1)} = \begin{pmatrix} k_x H_{11}^{(1)} & 0 & k_x H_{13}^{(1)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_z H_{13}^{(1)} & 0 & k_z H_{33}^{(1)} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (8b)$$

$$V^{(2)} = \begin{pmatrix} k_x H_{11}^{(2)} & 0 & k_x H_{13}^{(2)} & k_z H_{45}^{(2)} & k_z H_{55}^{(2)} & k_x H_{16}^{(2)} \\ k_x H_{16}^{(2)} & 0 & 0 & k_z H_{44}^{(2)} & k_z H_{45}^{(2)} & k_x H_{66}^{(2)} \\ k_z H_{13}^{(2)} & 0 & k_z H_{33}^{(2)} & k_x H_{45}^{(2)} & k_x H_{55}^{(2)} & 0 \end{pmatrix}, \quad (8c)$$

$$K^T = \begin{pmatrix} k_x & 0 & 0 & 0 & k_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_z & 0 & k_x \\ 0 & 0 & k_z & 0 & k_x & 0 \end{pmatrix}. \quad (8d)$$

3.2. 波场正演模拟

选取正演区域的大小为 $N_x \times N_z = 64 \times 64$ (N_x 和 N_z 分别为 x 和 z 方向的离散采样点数), 离散网格间隔均为 5 m, 时间步长为 $\Delta t = 1$ ms. 震源位于模型的中央位置, 即(32, 32)处, 并且震源只在该点处起作用. 震源函数采用 Ricker 子波, 选取子波长度为 33 ms, 子波函数如下:

$$\begin{aligned} f_x(t) &= 0, \\ f_y(t) &= 0, \\ f_z(t) &= [1 - 2(\pi f_0 t)^2] \exp[-(\pi f_0 t)^2], \end{aligned} \quad (9)$$

其中, 主频 $f_0 = 60$ Hz.

模型材料的有关参数^[6]见表 1, 采用伪谱法进行波场模拟, 观测系统采用中点激发两边接收的方式, 得到了地震波双程传播时间 $t_0 = 100$ ms 时的不同各向异性主轴方位($0^\circ, 30^\circ, 150^\circ$)的波场传播快照^[15](图 1—图 3). 图 4 给出了各向异性主轴方位为 30° 时, 不同地震波双程传播时间(t_0 分别为 70 和 80 ms)的波场快照(y 方向)^[15].

3.3. 特征分析

3.3.1. 横波分裂现象

在方位各向异性介质中, 由于两类横波速度大小之间存在差异, 所以随着传播时间的增大, 黏弹性横波会分裂成两种横波, 一种称之为快横波, 另一种

称之为慢横波. 由上述结果可见, 由于定向排列裂隙的存在(见图 2(a)), 即在各向异性主轴方位为 30° 时 y 方向位移的波场快照图上, 由内到外依次可以看到慢横波、快横波和准纵波.

表 1 各向异性黏弹性页岩介质的材料性质

弹性模量 C/GPa	c_{11}	26.4
	c_{12}	12.7
	c_{13}	6.11
	c_{33}	15.6
	c_{55}	4.38
	c_{66}	6.84
密度 $\rho/\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$		2170
弛豫时间 τ/s	$\tau_\epsilon^{(1)}$	0.0332577
		0.0033257
	$\tau_\sigma^{(1)}$	0.0304655
		0.0030465
	$\tau_\epsilon^{(2)}$	0.0352443
		0.0029370
	$\tau_\sigma^{(2)}$	0.0287482
		0.0023957

3.3.2. 方位特征差异

由于介质方位各向异性的存在, 使得慢横波、快横波和准纵波波速表现出方位各向异性特征. 比较图 1(a)(b)和(c)可知, 在各向异性主轴方位为 0°

的波场快照图上,准纵波的波前为一长轴在垂直方向上的椭圆,说明准纵波垂直方向的波速大于横向波速,并且此时横波没有发生分裂,只存在极化方向在射线平面内的横波,而在各向异性主轴方位为 30°

的波场快照图中,准纵波和准横波的波前接近圆形,说明此时纵、横波各自沿各方向的传播速度接近;在各向异性主轴方位为 150°的波场快照图中,黏弹性波沿垂直方向传播要快于沿横向的传播,但比 0°方

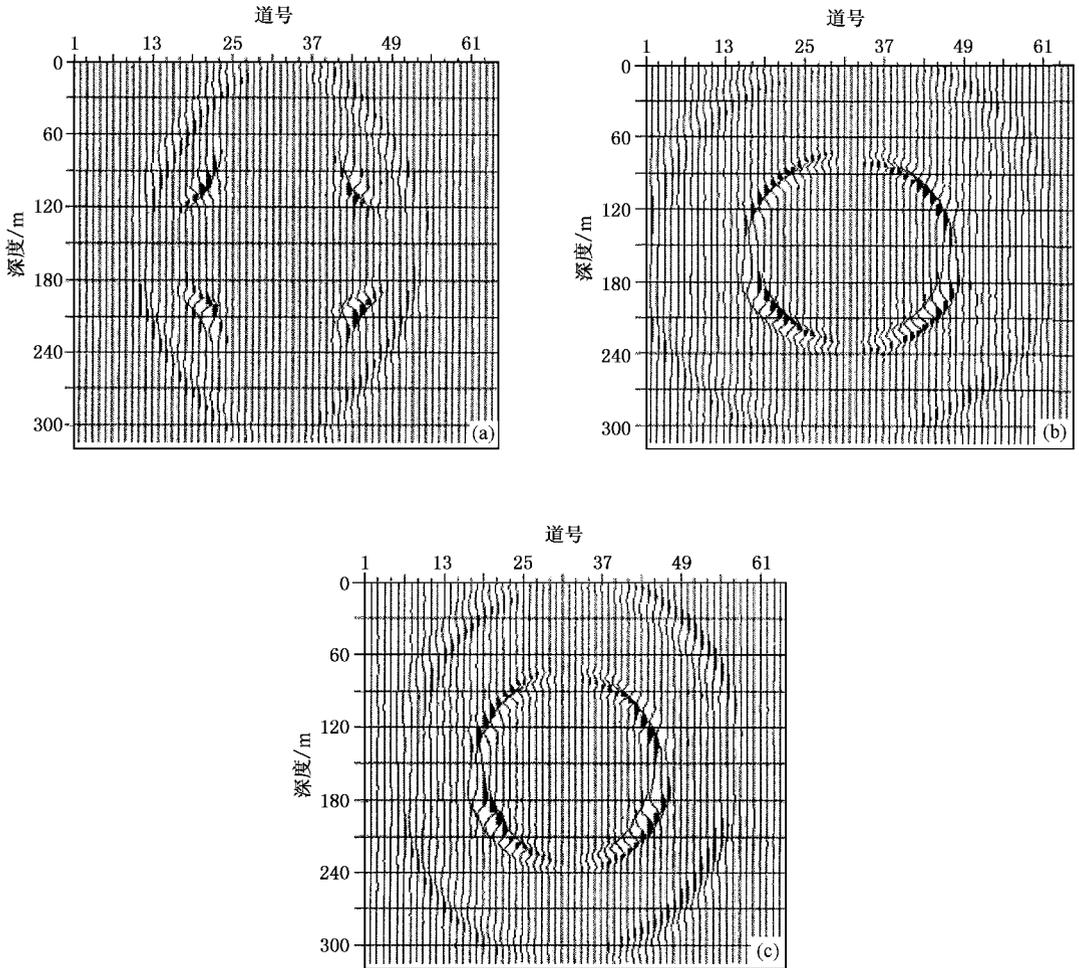


图 1 地震波双程传播时间 $t_0 = 100$ ms 时的 x 方向波场传播快照 (a) 0°方位角 (b) 30°方位角 (c) 150°方位角

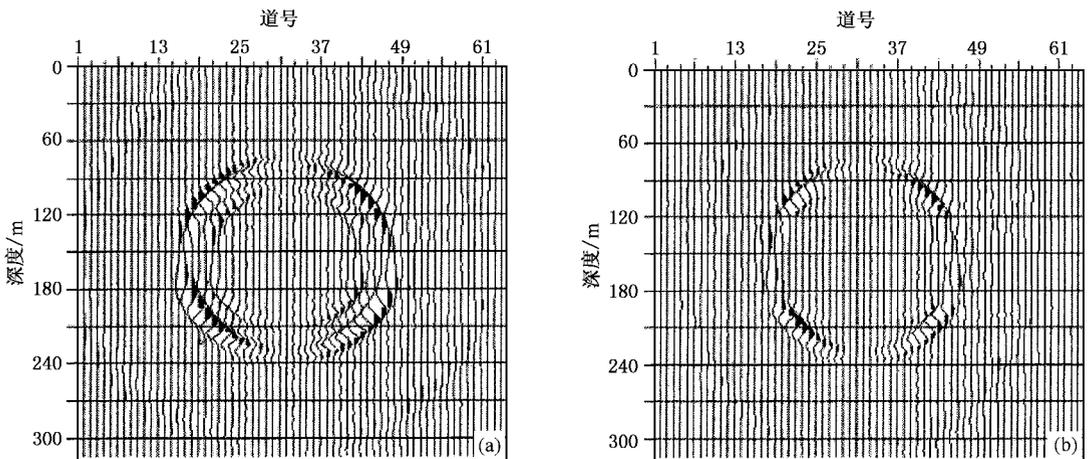


图 2 地震波双程传播时间 $t_0 = 100$ ms 时的 y 方向波场传播快照 (a) 30°方位角 (b) 150°方位角

位黏弹性波传播得要慢一些。

3.3.3. 黏弹性波的衰减与弛豫时间关系密切

图 4 给出了各向异性主轴方位为 30° 时的不同垂直双程传播时间(t_0 分别为 70 和 80 ms)的波场传

播快照(y 方向测线),从中可以看到黏弹性对准纵波和准横波造成的衰减,即准纵波和准横波的振幅强度在传播过程中逐渐减弱。实际上,黏弹性波的衰减与材料的弛豫时间密切相关。一般而言,材料

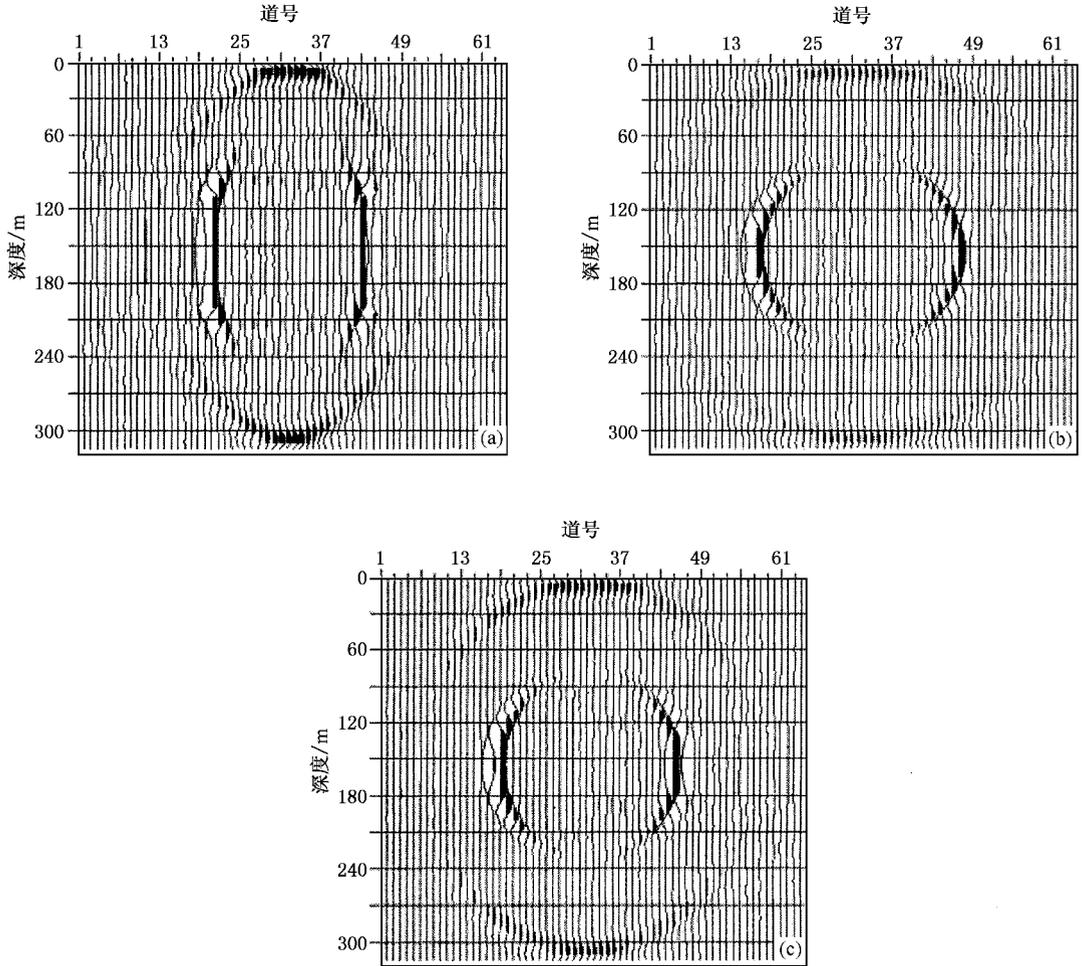


图 3 地震波双程传播时间 $t_0 = 100$ ms 时的 z 方向波场传播快照 (a) 0° 方位角 (b) 30° 方位角 (c) 150° 方位角

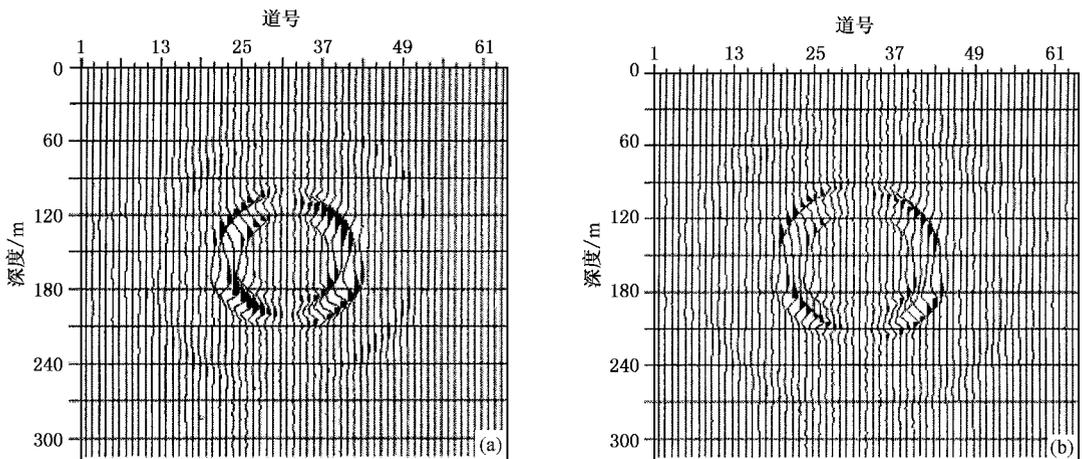


图 4 地震波在不同双程传播时间的 y 方向波场传播快照 (a) $t_0 = 70$ ms (b) $t_0 = 80$ ms

的应变弛豫时间 τ_ϵ 不小于应力弛豫时间 τ_σ , 而当 $\tau_\epsilon \rightarrow \tau_\sigma$ 时, 介质性质接近于弹性性质(参见文献 [6]). 表 1 给出了各向异性黏弹性页岩介质的弛豫时间参数, 由于材料的应变弛豫时间不等于应力弛豫时间, 所以纵、横波在波场传播过程中, 其振幅均存在不同程度的衰减.

4. 结 语

本文推导了伪谱法波场正演模拟的递推公式,

并利用伪谱法进行了地震波波场数值模拟. 结果表明, 伪谱法能有效地对各向异性黏弹性介质中地震波场的方位变化特征和衰减特征进行数值模拟, 波场丰富清晰. 本文提出的模拟理论研究可望作为开发实际地球介质正演模拟程序的基础, 例如地震波在各向异性黏弹性介质分界面上的反射与透射问题等. 另一个潜在的可能使用是应用在由于黏弹性和各向异性对天然地震观测造成影响的正演模拟, 使用条件是各向异性地层的品质因子比较低.

-
- [1] Crampin S 1984 *Geoph. J. R. Astr. Soc.* **76** 135
- [2] Gupta I N 1973 *Bull. Seis. Soc. Am.* **63** 1157
- [3] Gupta I N 1973 *Science* **182** 1129
- [4] Crampin S 1985 *Geophysics* **50** 343
- [5] Biot M A 1962 *The Journal of the Acoustical Society of America* **34** 1254
- [6] Carcione J M 1990 *Geophys. J. Int.* **101** 739
- [7] Du Q Z, Yang H Z 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 2801 (in Chinese)
[杜启振、杨慧珠 2004 物理学报 **53** 2801]
- [8] Du Q Z, Yang H Z 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2010 (in Chinese)
[杜启振、杨慧珠 2003 物理学报 **52** 2010]
- [9] Zhang Z J, Teng J W, He Z H 1999 *Sci. Chin. E* **29** 569 (in Chinese) [张中杰、滕吉文、贺振华 1999 中国科学 E **29** 569]
- [10] Zhang Z J, Wang G J, Harris J M 1999 *Physics of the Earth and Planetary Interiors* **114** 25
- [11] Gazdag J 1978 *Geophysics* **43** 1342
- [12] Kosloff D, Baysal E 1982 *Geophysics* **47** 1402
- [13] Du Q Z, Yang H Z 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2101 (in Chinese)
[杜启振、杨慧珠 2002 物理学报 **51** 2101]
- [14] Futterman W I 1962 *J. Geophys. Res.* **67** 5279
- [15] Du Q Z 2003 *Ph. D. Thesis* (Beijing : Tsinghua University) p56 (in Chinese) [杜启振 2003 博士学位论文 (北京 : 清华大学) 第 56 页]

Wavefield forward modeling with the pseudo-spectral method in viscoelastic and azimuthally anisotropic media^{*}

Du Qi-Zhen

(*School of Earth Resources and Information, University of Petroleum (East China), Dongying 257061, China*)

(*Key Laboratory of Geophysical Prospecting of China National Petroleum Corporation, University of Petroleum, Beijing 102249, China*)

(*Postdoctoral Scientific Research Workstation Branch, Geophysical Research Institute of Shengli Oilfield Company Ltd., Dongying 257022, China*)

(Received 31 January 2004; revised manuscript received 13 April 2004)

Abstract

When a seismic signal propagates through a realistic medium in the Earth, in addition to anisotropy, the layers may show intrinsic viscoelastic behavior. Thus, an accurate description of wave propagation requires a rheology that accounts for the anisotropic and viscoelastic behavior of rocks. On this basis, the pseudo-spectral recursive formulae of viscoelastic and azimuthally anisotropic media are derived. Wavefield forward modeling with the pseudo-spectral method was carried out in viscoelastic and azimuthally anisotropic media. The numerical results from the pseudo-spectral method clearly show that seismic wavefield is closely related with the viscoelasticity and the azimuth of the principal axes of anisotropy.

Keywords : viscoelasticity, anisotropy, pseudo-spectral method

PACC : 9130R

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 40304008), the National High Technology Development Program of China (Grant No. 2004AA616050), and the China National Petroleum Corporation (Grant No. GPKL0407).