

计算机网络的长程相关特性^{*}

刘 锋¹⁾ 山秀明²⁾ 任 勇²⁾ 张 军¹⁾ 马正新²⁾

¹⁾ 北京航空航天大学电子信息工程学院, 北京 100083)

²⁾ 清华大学电子工程系, 北京 100084)

(2003 年 2 月 21 日收到, 2003 年 5 月 30 日收到修改稿)

针对一种计算机网络模型, 利用节点排队长度累计量的均方涨落函数, 研究了网络节点在时间上的长程相关特性. 结果表明, 随着负载的增加, 网络节点数据包排队长度在时间上由自由流状态的不相关或短程相关逐渐演变为临界和拥塞时的长程相关, 关联范围逐渐增大, 长程关联特性开始显现. 在自由流状态时, 节点的不相关或短程相关, 并且有一致的数值为 0.5 的幂指数这一典型特征. 而在临界状态时, 节点数据包排队长度长程相关, 有大于 0.5 的幂指数为特征. 并且随网络规模的增大, 节点间的群体作用逐渐显著, 幂指数呈下降趋势.

关键词: 计算机网络, 相变, 长程相关, 幂律

PACC: 0540J, 8980J

1. 引言

因特网 (internet) 集现代通信技术和现代计算机技术于一身, 将各种各样的物理网络联接起来, 构成一个整体, 是计算机之间进行国际信息交流和实现资源共享的良好手段. 在技术牵引和应用驱动下, internet 技术在不断的发展, 其规模也在不断扩大, 已成为一个巨大的复杂系统^[1-7].

统计表明, 计算机网络中存在着广泛的幂律现象, 如业务量的自相似性、数据包延时变化的 $1/f$ 特性及处理器利用率的幂律分布等^[8-10]. 网络业务呈现的自相似现象使得人们开始思索, 在 internet 复杂的表象下, 是否隐藏着某些简洁的秩序与结构, 进而去寻找和探讨 internet 在发展和演化中的某些动态规律和不变特征, 以对网络的各种复杂现象产生的物理机理进行合理的解释.

Willingers 等人认为当大量重拖尾分布的 ON/OFF 过程进行叠加时, 业务量就会呈现自相似的特性^[11]. 然而, 这一类解释明显地忽略了业务源竞争网络资源表现出的局部相互作用及其对网络整体的影响. 相变的概念已经被引入来解释数据包传输时间和流密度的波动^[12-16], 研究表明网络中存在着自

由流和拥塞相两种相态, 并随网络负载的增加, 网络整体逐渐由自由流过渡到拥塞状态, 在其相变临界点处存在幂律特性, 并以此来解释网络中的幂律现象. 文献 [7] 通过分析网络节点数据包排队长度在空间上的互相关函数, 发现节点排队长度的互相关特性中存在着明显的相变现象, 并且在临界点附近其功率谱有一致的幂律特性. 我们在一维端到端的网络元胞自动机模型中也发现了传输时间和排队长度的相变现象及其功率谱在临界点处的幂律特性^[16].

本文针对和文献 [14] 和 [7] 相同的一类二维网络模型, 利用节点排队长度累计量的均方涨落函数, 研究了网络中节点在时间上的长程相关特性. 随着网络负载的增加, 网络节点数据包排队长度在时间上由自由流状态的不相关或短程相关逐渐演变为临界和拥塞时的长程相关, 关联范围逐渐增大, 整体长程相关特性开始显现. 在自由流状态时, 节点数据包排队长度不相关或短程相关, 并且有一致的数值为 0.5 的幂指数这一典型特征, 而在临界状态时, 节点数据包排队长度长程相关, 这时有大于 0.5 的幂指数为特征.

2. 网络模型与传输规则

在研究二维网络的相变现象时, Takayasu 等

* 国家自然科学基金 (批准号 90204004), 国家 863 计划 (批准号 2002AA717017) 和清华大学信息学院 985 基础创新研究基金资助的课题.

人^[18]最早应用渗流(percolation)中的 Cayley 树模型,并用接触过程(contact process)解释了 Cayley 树模型在临界点附近堵塞的传播.1998 年 Ohira 和 Sawatari 等人^[13]提出一个非周期边界条件的二维网络模型,其中终端全部分布在网络边沿,中间节点全部是只能中继传输数据包的路由节点.边沿的终端产生包含目的终端地址的数据包,经过中间路由由节点中继传输后,最终到达边沿的目的终端.通过改变网络负载(终端数据包的注入速率),发现网络中存在相变现象.然而,由于该模型边界条件不是周期的,所以被传输的数据包在网络中的分布是不均匀的,网络中心部分节点较堵塞.针对这一问题, Sole 等人^[19]和 Fuks 等人^[14]分别提出了各自的改进模型.在 Sole 等人的模型中,终端按一定比例随机分布在网络中,终端可以产生和消除数据包,其他节点均为只能传递而不能产生或消除数据包的路由节点. Fuks 等人的模型中,网络的每个节点既是可以产生和消除数据包的终端,又是中继的路由节点.改进的两种模型可选择周期的或非周期的边界条件.和文献[7]研究节点之间的关联特性类似,我们采用文献[14]的模型并选择周期边界条件,其模型如图 1 所示.因为在周期的边界条件下,其节点完全等同,便于处理.在对整个因特网进行研究时,可以将其视为周期边界条件,在实际上便于处理,这种假设在理论上也是合理的.

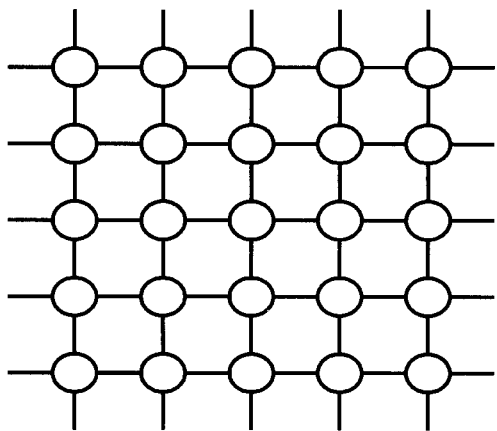


图 1 二维网络模型

在图 1 所示的模型^[14]中,设 L 为系统的规模(即每行/列的节点数),则网络中的总共有 $N = L^2$ 个节点.节点的位置用矢量 r 表示为

$$r = i\hat{c}_x + j\hat{c}_y \quad (1)$$

其中 \hat{c}_x 和 \hat{c}_y 分别为笛卡儿单位矢量, $i, j = 1, \dots, L$.

L . 每个节点以直接相连的四个节点为邻居,其邻域表示为

$$\mathcal{C}(r) = \{r - \hat{c}_x, r + \hat{c}_x, r - \hat{c}_y, r + \hat{c}_y\}. \quad (2)$$

每一时步的数据包产生、转发和消亡规则如下:

1) 每一时步,每个节点以一定概率 λ 产生数据包,其目的节点从其他节点中随机选取,且新产生的数据包置放在节点数据包队列的最后面.

2) 每一时步,每个节点从其数据包队列的最前面取出一个数据包,按照路由策略从该节点的邻域节点中选取一个节点并转发该数据包.转发过去的数据包排在该邻域节点数据包队列的最后面.如果有几个数据包同时到达同一个节点,则它们随机排序.

3) 每一时步,所有数据包的传输时间都增加一.

4) 如果数据包到达其目的节点,则该数据包就此消亡.

其中概率 λ 也称作数据包的产生概率或注入概率,数据包是网络的负载.各节点都有一个缓存区,将来不及转发的数据包暂存.每一时步各节点将排在缓存区最前面的一个数据包传送到 $\mathcal{C}(r)$ 中之一.这里假设节点缓存区足够大.

图 1 所示模型在周期边界条件下,对于两个节点 $r_1 = (i_1, j_1)$ 和 $r_2 = (i_2, j_2)$,当 r_1 和 r_2 之间有直接连接时,则其距离为 1.当节点 r_1 和 r_2 不直接相连时其距离可由下式计算得出:

$$d_p(r_1, r_2) = L - \left| |i_2 - i_1| - \frac{L}{2} \right| - \left| |j_2 - j_1| - \frac{L}{2} \right|, \quad (3)$$

它和通过图论中的最短路径计算出来的距离结果一致,但计算更为简单.

数据包路由采用确定性策略:如果 $\mathcal{C}(r)$ 中离目的节点距离最近的只有一个,则选择该节点;如果 $\mathcal{C}(r)$ 中离目的节点距离最近的可能不止一个,这种情况下选择排队长度最短的,而若排队长度又相同,则随机地选取其中之一.这实际上是一个全局的最短路径路由策略.

3. 相变现象和长程相关特性

对网络中的相变问题以及自由流和堵塞状态的判别标准,已有文献采用数据包流密度^[18]、节点的排队长度^[12]以及数据包 RTT 时间^[20,18]等等.文献[17]通过比较系统输入数据包数量和单个路由节点的平均最大容量来区分系统的自由流和堵塞状态.

文献 14]根据网络节点的数据包平均排队长度和数据的平均传输时间模拟仿真了网络的相

变现象,并讨论了路由策略对相变临界点 λ_c 的影响.这里根据文献 14]所作的仿真结果如图 2 所示.

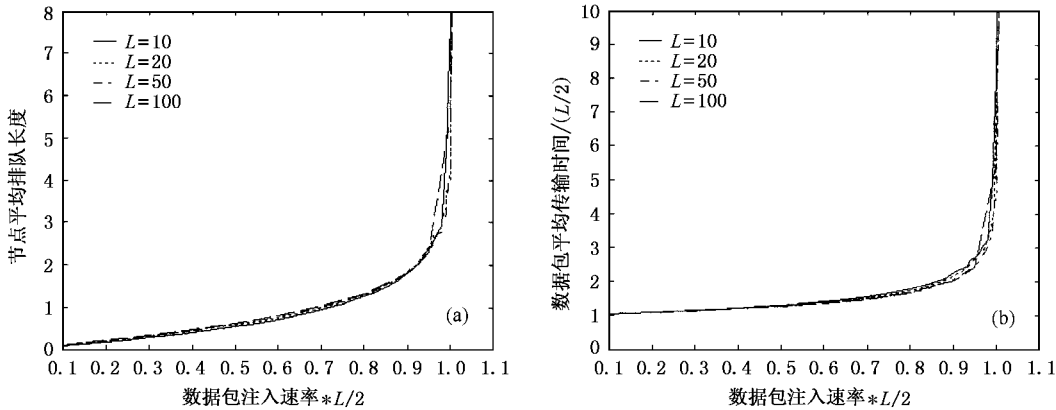


图 2 (a)规则网络模型排队长度随注入速率变化图 (b)规则网络模型数据包平均传输时间随注入速率变化图.在周期边界条件下,系统规模分别为 $L=10, 20, 50, 100$, 其数据为系统经过 2×10^4 时步的过渡过程后,采样 1×10^4 时步得到

这里,考察节点数据包的排队长度在时间上的长程相关特性.主要利用节点排队长度累计量的均方涨落函数,来分析节点在时间上的长程关联特性^[21,19].对于给定节点 r ,我们用 $q(r, t)$ 表示 t 时刻节点 r 的数据包排队长度.如果略去节点 r ,则 t 时刻数据包排队长度表示为 $q(t)$.我们设节点的数据包排队长度在时间段 $[1, k]$ 上的累积量为 $Q(k) = \sum_{t=1}^k q(t)$, k 为时间间隔.

进一步,定义其涨落函数为 $\Delta Q(\tau) \triangleq Q(t_0 + \tau) - Q(t_0)$, 其中 $t_0 = 1, 2, \dots$ (4)

定义 $\Delta Q(\tau)$ 涨落的均方根为 $F(\tau) \triangleq [\overline{(\Delta Q(\tau))^2} - \overline{\Delta Q(\tau)}^2]^{1/2}$, (5) 并且其中 $\overline{\Delta Q(\tau)}$ 表示 $\Delta Q(\tau)$ 对所有可能的 t_0 的平均值,其中 $t_0 = 1, 2, \dots$.

具体算法为:1)确定一个时间间隔 τ 的集合;2)从 $t_0 = 1$ 到 $t_0 = 2, \dots$, 开始遍历所有的 t_0 ;3)对每个 t_0 计算出 $\Delta Q(\tau)$;4)计算出 $\Delta Q(\tau)$ 的均值及其平方的均值,并得出 $F(\tau)$.

显然 $F(\tau)$ 是一个累计量的均方涨落函数, τ 可被看作为一个滑动的窗口.随考虑的“窗口” τ 大小的增加,涨落函数 $F(\tau)$ 也应该增加.更确切的说,对一个稳态时间序列而言,涨落函数 $F(\tau)$ 和 τ 满足如下的幂律关系:

$$F(\tau) \propto \tau^H, \tag{6}$$

其中,标度指数 H 被称为 Hurst 指数.当 $H = 1/2$ 时,

表示时间序列 $q(t)$ 不相关或短程相关;当 $H \neq \frac{1}{2}$, 表示时间序列长程相关(long-range correlation). $F(\tau) \propto \tau^{-H}$ 的幂律行为意味着没有特征的时间标度,即大的涨落和小的涨落产生的机理是相同的.对于具有分形特性的序列, Hurst 指数也和其分形维数密切相关^[22].

首先解释一下 $F(\tau)$ 和自相关函数 $C(\tau)$ 理论上的关系.理论上 $F(\tau)$ 和数据包排队长度的自相关函数 $C(\tau)$ 满足

$$C(\tau) = \overline{q(t_0)q(t_0 + \tau)} - \overline{q(t_0)}^2, \tag{7}$$

且有

$$F^2(\tau) = \sum_{i=1}^{\tau} \sum_{j=1}^{\tau} C(j-i). \tag{8}$$

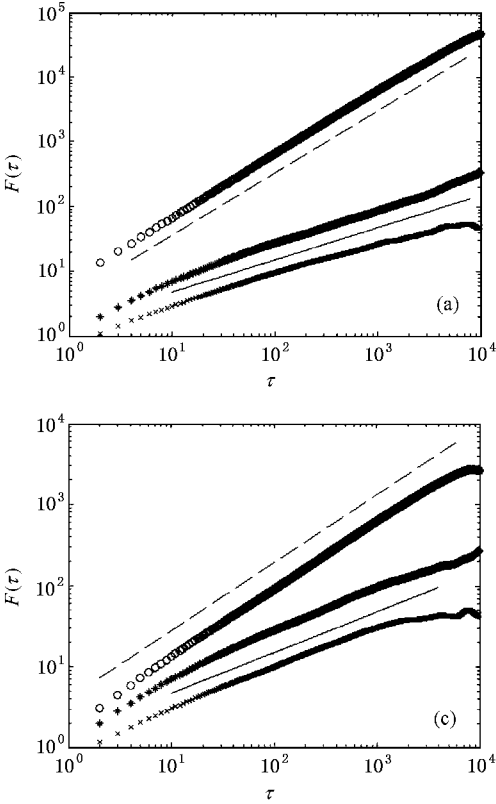
对于自相关函数 $C(\tau)$ 的简单形式,可以通过如下三种简单情况的分析,以简单说明用 $F(\tau)$ 来表示长程相关特性的合理性.

- 1) 若数据包排队长度 $q(t)$ 完全不相关,则有 $C(\tau) = \begin{cases} 1, & \tau = 0 \\ 0, & \tau = 1 \end{cases}$, 从而有 $F(\tau) \propto \tau^{1/2}$.
- 2) 若 $q(t)$ 短程相关,当自相关函数满足 $C(\tau) \propto e^{-\frac{\tau}{R}}$ (有限正数 R 为其关联作用的特征范围)时,仍有 $F(\tau) \propto \tau^{1/2}$ 成立, $F(\tau)$ 的渐近行为和序列完全不相关时一致.
- 3) 若 $q(t)$ 长程相关,则有 $F(\tau) \propto \tau^H$, 其中 $H \neq \frac{1}{2}$.

需要说明的是,实际中 $q(t)$ 相关时的自相关函

数 $\alpha(\tau)$ 未必是随 τ 指数衰减的,也可能是其他更复杂的形式.这里只是以这种简单情形为例进行说明用 $F(\tau)$ 来表示长程相关特性的合理性.

以上给出的是理论上的分析结果,其中(4)式和(5)式则给出了具体的计算方法.



4. 仿真结果及其分析

为验证节点数据包排队长度在时间上的相关特性,我们根据实际的计算结果和理论上的结论进行

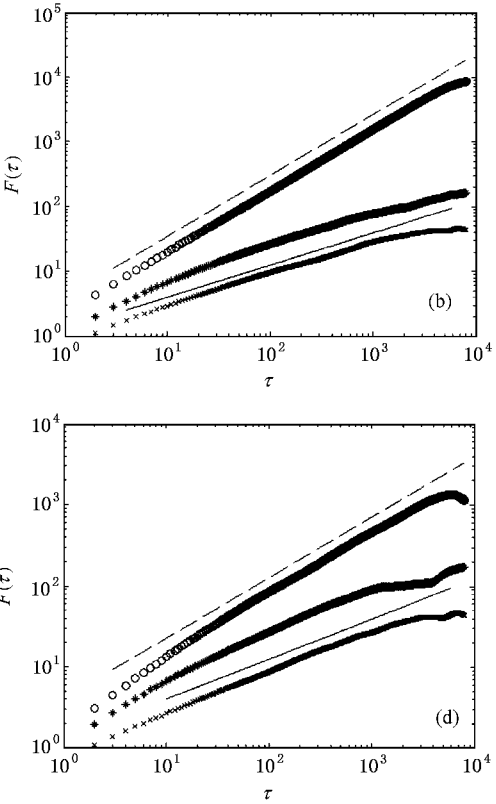


图3 节点数据包排队长度在时间上的相关特性图 (a)(b)(c)和(d)分别对应着网络规模 $L=10, 20, 50$ 和 100 .其数据包注入速率分别为 $0.5\times, 0.9\times, 1.0\times$ 倍的临界注入速率 $(\frac{2}{L})$,所有实线的斜率均为 0.5 ,而四个图中虚线的斜率为 $0.96, 0.94, 0.84$ 和 0.75 .节点是随机选取的

比较,进而判断实际的相关特性.针对不同的网络规模,我们的仿真结果如图3所示.

当数据包注入速率分别为 0.5 倍的临界注入速率时,每个节点的平均队列长度约为 0.5 (见图2(a)),数据包有一个发一个,排队长度几乎不相关或相关性很弱,得到 $F(\tau)-\tau$ 的双对数坐标曲线斜率近似为 $\frac{1}{2}$.当数据包注入速率分别为 0.9 倍的临界注入速率时,每个节点的平均队列长度约为 2 (见图2(a)),数据包排队长度短程相关,得到 $F(\tau)-\tau$ 的双对数坐标曲线斜率也近似为 $\frac{1}{2}$.当数据包注入速率分别为临界注入速率时,每个节点的平均队列长度在 $3-14$ 之间变化(见图2(a)),数据包排队长度

长程相关,得到 $F(\tau)-\tau$ 的双对数坐标曲线斜率近似为 $H(0.5 < H < 1.0)$.

图3表明我们的仿真结果和关于长程相关特性的理论分析结论一致.节点数据包排队长度的相关特性的理论分析表明,当节点数据包产生速率小于节点处理能力(临界注入速率),即当数据包产生速率为 $0.5, 0.9$ 倍临界注入速率时,节点数据包排队长度不相关或短程相关,这时 $F(\tau)$ 的幂指数近似为 0.5 ,而当节点处于临界状态时,即节点数据包产生速率接近于节点处理能力时,节点数据包排队长度长程相关,这时 $F(\tau)$ 的幂指数 H 介于 0.5 和 1 之间.

由于在周期边界条件下其任意两个节点的平均距离为 $L/2$,也就是网络的特征路径长度或平均最

短距离为 $L/2$, 文献 [14] 在理论上说明其临界注入负载概率 $\lambda_c = \frac{2}{L}$. 本文的仿真结果也验证了该理论结论的正确性.

在图 3 中, $F(\tau) \propto \tau^H$ 的 H 随 L 增大而下降, 表明的是网络规模对 $F(\tau)$ 的影响: 随网络规模 L 的增大, 节点间局部相互作用导致的整体影响逐渐显著. 随着网络规模 L 的增大, 网络中节点的数目增多, 数据包从源节点需经过更多的节点才能到达目的节点. 而临界概率 λ_c 随网络规模 L 的增大而减小, 单个节点的数据包产生和消亡对网络整体行为的影响降低, 数据包平均排队长度的整体特性会更依赖于网络中的其他节点, 网络所有节点的群体行为与作用更为明显.

而在图 3 所示的双对数坐标图中, $F(\tau)$ 在 τ 大时略有下降 (见图 3(b)–(d)), 主要是受数据量的影响. 数据量的影响在于在仿真中选取的是有限长度的数据. 当 τ 较大且 t_0 较大时, 在计算 $\Delta Q(\tau)$ 和 $F(\tau)$ 时使用的数据量相对小了很多, 因此 $F(\tau)$ 略有下降, 其结果的准确性也相对减小, 数据量的影响就开始表现出来.

在网络中, 数据包进入节点, 根据局部路由规则转发出去, 又变成另一个节点的输入, 如此反复, 直至该数据包消亡. 节点之间相关行为就是通过这样彼此间相互传递数据包产生的. 在数据包从端到端的传递过程中, 节点间的局部相互作用逐渐扩散到全局, 并且随系统负载的增加, 其整体的影响逐渐明显, 节点间的整体行为与特性也逐渐涌现. 因此, 对于单个节点的数据包排队长度来说, 它们在时间上由不相关逐渐演变到长程相关, 其长程相关特性表明的是节点间的整体涌现行为与特性, 也是节点间相互作用的体现与结果.

由于所使用机器的性能问题, 本文的仿真规模只到 $L = 100$, 总节点数为 10000, 更大网络规模时的

情形非常的类似. 而且从 internet 的自治系统级的网络结构^[23]来看, 其总节点的数目为 10^4 数量级 (截止到 1999 年 12 月统计结果为 6374), 我们的仿真结果有一定的代表性.

5. 结 论

因特网继续高速发展, 已经商业化并走向全球化, 其应用越来越广, 业务种类也不断增加, 渗透到人们日常生活的很多方面. 对这样一个巨大的复杂网络的管理和控制, 并且使之高效安全运行, 已经成为当前面临的一个重要问题. 传统的研究方法过于强调孤立节点或单业务连接等局部性能的优化, 忽略了对系统整体行为以及相应控制和管理策略的研究. 此外, 从网络协议设计和优化的角度出发, 将绝大部分控制功能置于端系统实现局部性能优化的传统控制机理很难适应大规模、高性能网络发展的要求. 这样从系统的整体行为角度对计算机网络进行分析和研究具有重要的理论意义和实用价值. 因此, 借助于某些简单的网络模型研究网络的系统行为, 既能反映网络的某些整体上的统计特性, 又容易实现, 可以较好的理解网络的复杂动态行为. 进一步的深入研究, 将有利于网络拥塞的理解和相应对策的探讨, 将有助于网络管理与控制等关键技术的发展.

本文针对一类二维网络模型, 利用节点排队长度累计量的均方涨落函数分析了节点数据包排队长度在时间上的长程相关特性, 发现在自由流状态时, 节点数据包排队长度不相关或短程相关, 并且有一致的数值为 0.5 的幂指数这一典型特征; 而在临界状态时, 节点数据包排队长度长程相关, 这时有大于 0.5 的幂指数特征. 这一点比单纯从数据包的排队长度和传输时间得到的相变现象对网络的理解更为深刻, 因为排队长度在时间上的长程相关是从网络整体上呈现的一种行为特性.

- [1] [http://discuss.santafe.edu/Internetcs/stories/storyReader\\$13](http://discuss.santafe.edu/Internetcs/stories/storyReader$13)
- [2] Strogatz S H 2001 *Nature* **410** 268
- [3] <http://www.santafe.edu/sfi/research/focus/networkDynamics/projects/Internet.html>
- [4] Albert R, Barabasi A 2002 *Reviews of Modern Physics* **74** 47
- [5] Park K 2000 *Self-Similar Network Traffic and Performance Evaluation* (ed.) (Wiley-Interscience)

- [6] Yuan J, Ren Y, Shan X 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 398 (in Chinese) [袁 坚、任 勇、山秀明 2000 物理学报 **49** 398]
- [7] Yuan J, Ren Y, Liu F, Shan X 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 1221 (in Chinese) [袁 坚、任 勇、刘 锋、山秀明 2001 物理学报 **50** 1221]
- [8] Carlson J M and Doyle J 1999 *Phys. Rev. E* **60** 1412
- [9] Willingersm W, Paxson V 1998 *Notices of the American Mathematical Society* **45** 961

- [10] Harchol-Balter M , Crovella M , Murta C 1999 *Journal of Parallel and Distributed Computing* **59** 204
- [11] Willingers W , Taqqu M S , Shennans R , Wilson D V 1997 *IEEE/ACM Trans. on Networks* **5** 71
- [12] Tretyakov A Y , Takayasu H , Takayasu M 1998 *Physica A* **253** 315
- [13] Ohira T , Sawatari R 1998 *Phys. Rev. E* **58** 193
- [14] Fuks H , Lawniczak A T 1999 *Mathematics and computers in simulation* **51** 101
- [15] Takayasu M , Fukuda K , Takayasu H 1999 *Physica A* **274** 140
- [16] Takayasu M , Takayasu H , Fukuda K 2000 *Physica A* **277** 248
- [17] Liu F , Ren Y , Shan X 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1175 (in Chinese) [刘 锋、任 勇、山秀明 2002 物理学报 51 1175]
- [18] Takayasu M , Takayasu H , Sato T 1996 *Physica A* **233** 824
- [19] Sole R V , Valverde S 2001 *Physica A* **289** 595
- [20] Csabai I 1994 *J. Phys. A* **27** L417
- [21] Stanley H E , Buldyrev S V , Goldberger A L and *et al* 1994 *Physica A* **205** 214
- [22] Mandelbrot B B 1982 *The Fractal Geometry of Nature* [W H Freeman & Co , San Francisco , USA] [Translated in Chinese in 1992]
- [23] Pastor-Satorras R , Vázquez A , Vespignani A 2001 *Phys. Rev. Lett.* **87** 258701

Long-range correlation in computer network^{*}

Liu Feng¹⁾ Shan Xiu-Ming²⁾ Ren Yong²⁾ Zhang Jun¹⁾ Ma Zheng-Xin²⁾

¹⁾ School of Electronics and Information Engineering , Beihang University , Beijing 100083 , China)

²⁾ Department of Electronics Engineering , Tsinghua University , Beijing 100084 , China)

(Received 21 February 2003 ; revised manuscript received 30 May 2003)

Abstract

The long-range correlation of nodes in a computer network model is studied with the mean square fluctuation function of cumulative variable of queue lengths. It is shown that the queue lengths of the data packets of nodes change their temporal independence on or short-range correlation in the free flow state to long-range correlation in the critical and congested state with increasing system loading. The range of correlation enlarges and the collective long-range correlation emerges. In a free flow , the nodes are independent of each other or short-range correlative , and there exists a typical characteristic power exponent of 0.5. At the critical state , the nodes are long-range correlative , and there exists a typical characteristic power exponent bigger than 0.5. Moreover , the collective interaction becomes obvious and the power exponent decreases with enlarging network scale.

Keywords : computer network , phase transition , long-range dependence , power-law

PACC : 0540J , 8980J

^{*} Project supported by the National Natural Sciences Foundation of China (Grant No. 90204004) , the National High Technology 863 Programs of China (Grant No. 2002AA717017) and the 985 Basic Research Foundation of the School of Information Science Technology of Tsinghua University.