

随机性参数自适应的混沌同步*

李国辉¹⁾ 徐得名¹⁾ 周世平²⁾

¹⁾ 上海大学通信与信息工程学院, 上海 200072)

²⁾ 上海大学理学院, 上海 200436)

(2003 年 3 月 26 日收到, 2003 年 4 月 23 日收到修改稿)

对两个不同参数的混沌系统进行随机性参数自适应控制, 选取合适的控制律和反馈系数, 导致其同步. 以 Henon 映射为例进行数值模拟, 结果表明, 由于控制周期和反馈系数的随机变化, 具有一定的实用意义.

关键词: Henon 映射, 混沌同步, 随机性自适应控制

PACC: 0545

1. 引 言

近来, 混沌的同步与控制及其在保密通信的应用^[1,2] 得到广泛的关注. 混沌同步大多集中在相同混沌系统, 即两系统的动力学方程和参数相同. 在实际应用中, 从噪声和干扰以及系统硬件来看, 很难找到两个参数完全一致的系统, 因此, 两个不同参数混沌系统的同步具有更加实际意义^[3].

参数自适应控制通过调整系统参量使之达到同步. 始于 OGY 法^[4], 其优点是不需要建立系统的严格的数学方程, 而使系统的所有变量自由变化. 文献^[3,5] 讨论了不同参数的混沌同步. 近年来, 使用间歇性控制法实现了混沌同步^[6,7], 与连续控制方法相比, 间歇控制可以以较低的代价满足同步需要. 本文在文献^[6] 的基础上, 对受控系统中的某一参量进行随机控制, 而使整个系统的所有变量自由变化, 当系统同步后, 受控系统的参量与驱动系统完全一致. 在混沌同步过程中, 由于控制律非常简单, 仅是同步误差的线性函数, 反馈系数的变化较自由(本文让它随机变化), 可以不定时(随机) 地施加控制信号, 这些大大减少了对系统硬件的要求.

2. 随机性参数自适应控制原理

考虑两个非线性系统

$$x_{n+1} = f(x_n, p_c), \quad (1)$$

$$y_{n+1} = f(y_n, p_n), \quad (2)$$

其中状态变量 $x, y \in R^m$, 系统参数 $p_c, p_n \in R^r$, $f: R^{m+r} \rightarrow R^m$. 两参数 p_c, p_n 不相等, 显然它们的轨迹是毫不相干的. 混沌同步的目的就是通过某些方式使得

$$\lim_{n \rightarrow \infty} |y_n - x_n| = 0, \quad (3)$$

便称受控系统(2)和参考系统(1)实现了同步.

间歇性参数自适应控制同步法便是通过对响应系统(2)的参数 p_n 间歇性地引入控制律

$$p_n = \alpha(\cdot), \quad (4)$$

$\alpha(\cdot)$ 为控制律, 使(3)式成立, 即可实现同步. 此时

$$\lim_{n \rightarrow \infty} p_n = p_c. \quad (5)$$

为简单起见, 将(4)式设为

$$p_n = p_{n-1} + \delta(n - jN) \cdot k_n \cdot (y_n - x_n), \quad (6)$$

其中 k_n 为反馈系数, N 为随时间变化的任意整数, 称为驱动周期, 当 $N \equiv 1$ 即为连续控制情形. δ 函数

$$\delta(n - jN) = \begin{cases} 1, & n = jN, \\ 0, & n \neq jN, \end{cases} \quad (7)$$

并令 $\delta p_n = p_n - p_c$, 同步误差 $e_n = y_n - x_n$, 则

$$\delta p_n = \delta p_{n-1} + \delta(n - jN) \cdot k_n \cdot e_n, \quad (8)$$

$$e_n = f(x_{n-1}, p_{n-1}) - f(x_{n-1}, p_c) = J e_{n-1}, \quad (9)$$

J 为 Jacobian 矩阵, 这样只要 J 使得(9)式渐进稳定, 即实现了同步误差 $\lim_{n \rightarrow \infty} |e_n| = 0, \lim_{n \rightarrow \infty} \delta p_n = 0$, 即

* 国家自然科学基金(批准号 60371033)、上海市重点学科(批准号 2001-44)和上海市教委青年项目(批准号 03AQ87)资助的课题.

$\lim_{n \rightarrow \infty} p_n = p_c$. 整个系统结构框图如图 1 所示,放大器的放大倍数为可调.

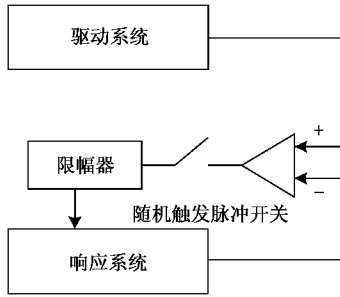


图 1 随机性参数自适应控制框图

3. 数值模拟结果

以 Henon 映射为例进行混沌同步和参数识别.

Henon 映射的参数自适应同步系统

$$x_1(n+1) = x_2(n),$$

$$x_2(n+1) = 1 + bx_1(n) - a(x_2(n))^2,$$

$$y_1(n+1) = x_2(n),$$

$$y_2(n+1) = 1 + bx_1(n) - a_n(x_2(n))^2, \quad (10)$$

式中参数 $a = 1.4, b = 0.3, x_0 \in (-1.5, 1.5)$, 设响应系统的参量自适应控制满足

$$a_{n+1} = a_n + k_n \cdot (y_2(n+1) - x_2(n+1)). \quad (11)$$

定理 对(10)式的混沌系统在参量自适应律(11)式控制下, 设 $e_i(n) = y_i(n) - x_i(n), i = 1, 2$,

如果 $0 < k_n < \frac{8}{9}$ 则

$$\begin{cases} \lim_{n \rightarrow \infty} e_i(n) = 0, & (12a) \\ \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a. & (12b) \end{cases}$$

证明 定 $\delta a_n = a_n - a, e_i(n) = y_i(n) - x_i(n)$,

则由(10)式得

$$e_1(n+1) = 0, \quad (13a)$$

$$e_2(n+1) = (a - a_n)(x_2(n))^2, \quad (13b)$$

$$e_2(n+1) = -\delta a_n(x_2(n))^2. \quad (14)$$

将(11)式两边同时减去 a 得

$$\begin{aligned} \delta a_{n+1} &= \delta a_n + k_n \cdot (y_2(n+1) - x_2(n+1)) \\ &= \delta a_n + k_n \cdot e_2(n+1). \end{aligned}$$

将(14)式代入上式,

$$\begin{aligned} \delta a_{n+1} &= \delta a_n(1 - k_n(x_2(n))^2) \\ &= \delta a_0 \prod_{i=1}^n [1 - k_i(x_2(n))^2]. \quad (15) \end{aligned}$$

由于 $|x_2| < 1.5, 0 < k_n < \frac{8}{9}$, 因此 $|1 - k_i(x_2(n))^2| < 1$, 即 $\lim_{n \rightarrow \infty} \delta a_{n+1} = 0, \lim_{n \rightarrow \infty} a_{n+1} = a$. 联合(13)和(14)式, 有

$$\lim_{n \rightarrow \infty} e_i(n) = 0.$$

定理得证.

任取 $x_1(0) = 1.23, x_2(0) = 1.346, y_1(0) = 0.58, y_2(0) = -1.3, a_0 = 0.8$, 从迭代次数 $n = 100$ 开始进行同步控制, $k_n \in (0, 0.7)$ 的均匀分布随机数, $N \in (0, 20)$ 的均匀分布随机整数. 图 2 为连续驱动参量时的同步情况, 由图 2(a) 看出系统很快达到同步, 图 2(b) 分别表示受控参量变化情况和随机驱动反馈系数 k_n , 当达到同步时 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_{n+1} = a$. 图 3 为随机驱动参量时的同步情况, 比较图 2(a) 和图 3(a) 可以看出, 与连续驱动相比, 由于采取间歇驱动, 系统达到同步的时间增加, 这是以牺牲到达同步的时间为代价. 同时, 图 3(b) 的受控参量趋于 a 的时间也较长, 图 3(b) 还表示了 $(0, 20)$ 的均匀分布的随机驱动周期 N . 从图 3 我们发现, 由于反馈系数 k_n 和驱动周期 N 的随机性, 因此灵活性较大, 这大大减小了对系统硬件的要求. 当然, 为了缩短到达同

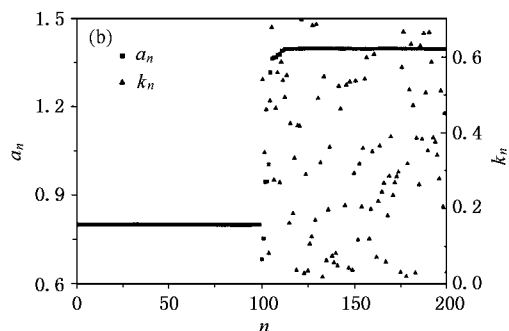
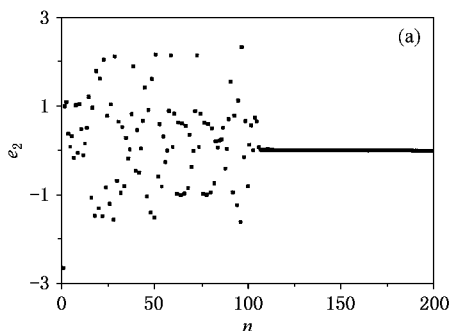


图 2 连续驱动 ($N=1$) 参量同步时的同步误差 $e_2(n)$, 参量 a_n 和反馈系数 k_n

步的时间, k_n 的绝对值应尽可能大, 驱动周期 N 应尽可能小, 这也是符合混沌控制规律的, 因为反馈系

数 k_n 实际代表控制强度, 而 N 小, 表示愈接近连续参量自适应情况.

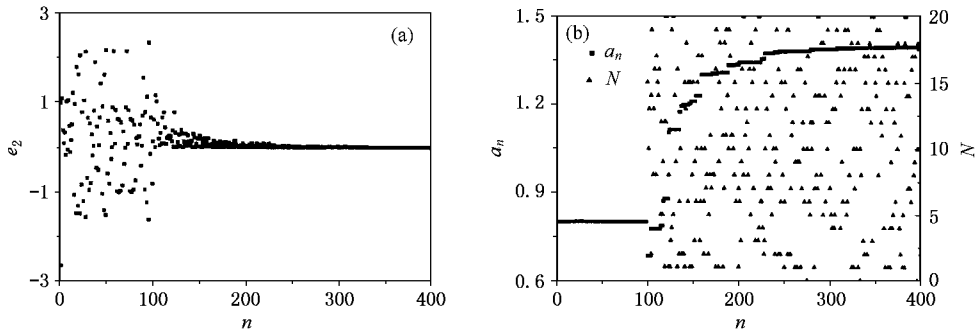


图3 随机驱动参量同步时的同步误差 $e_2(n)$ 、参量 a_n 和驱动周期 N

4. 结 论

本文用随机性参数自适应法从控制角度出发研究两个不同参数的混沌系统的同步问题, 并以Henon

混沌映射为例进行数值模拟. 它具有以下优点: 控制律非常简单, 仅是同步误差的线性函数; 由于控制周期和反馈系数的随机变化, 可以不定时地施加控制信号, 大大减少了对系统硬件的要求.

- [1] Cuomo K M and Oppenheim A V 1993 *Phys. Rev. Lett.* **71** 65
 [2] Li J F and Li N 2002 *Chin. Phys.* **11** 9
 [3] Yang T *et al* 2001 *Information and Control* **30** 456 (in Chinese)
 [杨 涛等 2001 信息与控制 **30** 456]
 [4] Ott E, Grebogi C and Yorke J A 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 1196
 [5] He M F *et al* 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 830 (in Chinese)

- [贺明峰等 2000 物理学报 **49** 830]
 [6] Dai D and Ma X K 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 1237 (in Chinese)
 [戴 栋、马西奎 2001 物理学报 **50** 1237]
 [7] Li G H, *et al* 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 2123 (in Chinese) [李国辉等 2000 物理学报 **49** 2123]

Chaos synchronization by using random parametric adaptive control method^{*}

Li Guo-Hui¹⁾ Xu De-Ming¹⁾ Zhou Shi-Ping²⁾

¹⁾(School of Communication and Information Engineering , Shanghai University , Shanghai 200072 , China)

²⁾(School of Science , Shanghai University , Shanghai 200436 , China)

(Received 26 March 2003 ; revised manuscript received 23 April 2003)

Abstract

Synchronization of two chaotic systems with different parameters using the random parametric adaptive control algorithm is proposed. Under the appropriate control law and feedback coefficient , the synchronization is achieved. To make this method realizable , Henon map is taken as a typical numerical example. The characteristic of random control period and flexible feedback coefficient shows its practicality.

Keywords : Henon map , chaos synchronization , random adaptive control

PACC : 0545

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60371033) , the Key Disciplinary Development Program of Shanghai (Grant No. 2001-44) and the Younger Foundation of Shanghai Municipal Commission of Education (Grant No. 03AQ87).