

连续混沌信号的离散余弦变换域二次实时滤波预测^{*}

张家树¹⁾ 李恒超¹⁾ 肖先赐²⁾

¹⁾西南交通大学信号与信息处理四川省重点实验室,成都 610031)

²⁾电子科技大学电子工程学院,成都 610054)

(2003 年 8 月 29 日收到,2003 年 11 月 21 日收到修改稿)

提出了少参数二阶 Volterra 滤波器的一种离散余弦变换(DCT)域二次滤波实现结构及其 NLMS 自适应算法,并用这种 DCT 域二次滤波预测器研究了三种连续混沌信号的非线性实时多步预测性能.仿真研究结果表明(1)这种 DCT 域二次滤波预测器比少参数二阶 Volterra 滤波器的一步预测均方误差性能提高了 100 倍,表明这种实现结构简单、易实现,且具有更好的收敛性能(2)采用这种滤波预测器对三种连续混沌时间序列的实时多步预测性能明显优于局域法的多步预测性能.

关键词:混沌,实时预测,NLMS 自适应算法

PACC:0545

1. 引 言

经过近 20 多年的不断探索,人们已提出了多种预测混沌时间序列的预测方法,主要包括:全局预测法^[1-3]、局域预测法^[4-6]和非线性自适应预测法^[7-15].与全局预测法、局域预测法相比,非线性自适应预测法在工程应用中具有更多的优点,受到人们的关注,并出现了将局域预测法与非线性自适应预测法相结合的局域自适应预测^[16,17]等预测方法.然而,现有的非线性自适应预测法仍需要一定的训练时间^[6-15],而实时预测问题在工程应用中更具有应用前景,目前尚未见到有关报道.

在混沌时间序列的非线性自适应预测中,Volterra 滤波器因其输出是其滤波器核的线性函数,易于用现有的线性分析工具来分析其滤波性能^[12],已经成为最广泛使用的预测模型之一^[7-15].然而,使用 Volterra 滤波器表示非线性系统时,随着 Volterra 滤波器的阶数或记忆单元 m 增大,Volterra 滤波器的滤波系数将按幂次快速增加,相应所需的计算次数亦成幂次快速增加,使其工程实现变得越来越难^[7-9,12].因此,实际使用的 Volterra 滤波器的非线性阶次往往未超过二阶^[12].

减小 Volterra 滤波器实现复杂性的一种可能办

法是尽可能减少 Volterra 滤波器的非线性乘积耦合项.近年来人们按照这一原则,已经提出了多种近似实现结构,不过这些方法虽然能够降低计算复杂性,但由于这些预测器的滤波系数与输出之间的线性关系已不存在,导致其自适应存在稳定性、收敛到局部极值而非全局最优等问题.为此,本文在文献^[15]的少参数二阶 Volterra 滤波器的乘积耦合近似实现结构基础上,提出了一种基于离散余弦变换(DCT)的 DCT 域二次滤波预测实现结构,该预测器结构的滤波参数与输出之间关系仍为线性关系,且不存在算法收敛问题,实现简单,并用它研究一些低维混沌时间序列的实时预测性能.结果表明本文方法的实时预测性能更好.

2. 基于 DCT 的正交二次滤波预测器

已有研究结果表明:二阶 Volterra 滤波器(SOVF)能够预测一些低维混沌时间序列^[12],但 SOVF 的非线性耦合项较多时,工程实现比较困难.正如 Koh 和 Powers 指出^[18]:在很多实际应用中,应在滤波性能和计算复杂性之间进行平衡,且他们认为 SOVF 只是在线性滤波器的基础上引入二次滤波器所构成,而线性滤波器和二次滤波器可分别独立进行优化来实现最优的 SOVF.为此,他们研究了二

^{*}国家自然科学基金(批准号:60272096)、国家部级“十五”计划项目(批准号:41104010101)及西南交通大学基础研究基金(批准号:2001B08)资助的课题.

次滤波器的线性滤波器的乘积耦合近似实现问题. 对应的 SOVF 线性化近似可表示为

$$\begin{aligned}
 y(n) &= h_0 + \sum_{i=0}^{m-1} a(i)x(n-i) \\
 &+ \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=i}^{m-1} b(i,j)x(n-i)x(n-j) \\
 &= h_0 + \sum_{i=0}^{m-1} a(i)x(n-i) \\
 &+ \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{m-1} g_1(i)g_2(j)x(n-i)x(n-j).
 \end{aligned} \quad (1)$$

从(1)式可以看出, SOVF 的这种近似实现的滤波器结构所需的滤波器参数为 $3m+1$. 与 SOVF 所需的滤波系数 $O(m^2)$ 和需要 $O(m^2)$ 的非线性状态扩展运算相比, 其复杂性确实大大减小.

在乘积耦合实现方式中, $b(i,j)$ 分解成 $g_1(i)$, $g_2(j)$ 的分解本身不具备惟一性, $g_1(i)$, $g_2(j)$ 的乘积耦合在原理上易于陷入二次滤波 MSE 表面上的局部极小点, g_1 , g_2 不易通过迭代收敛, 但在很多感兴趣的应用领域, 其 MSE 的收敛性似乎能保证迭代技术的实用性^[18].

SOVF 作为一个整体而言, 减小它复杂性的线性滤波器的乘积耦合近似实现结构本身还可通过引入常数项来进一步减小其滤波系数和计算复杂性^[13], 文献 15 将(1)式重新定义如下:

$$\begin{aligned}
 y(n) &= \left(h_{1,0} + \sum_{i=1}^m h_{1,i}x(n-i) \right) \\
 &\times \left(h_{2,0} + \sum_{j=1}^m h_{2,j}x(n-j) \right) \\
 &+ c(n),
 \end{aligned} \quad (2)$$

其中 $h_{1,i}$ 和 $h_{2,j}$ ($i, j = 0, 1, \dots, m$), 分别为两个线性滤波器的滤波系数. 文献 15 的研究结果表明, 这种乘积耦合结构在一定条件下近似表示 SOVF, 并能够稳定收敛, 已成功用于低维混沌时间序列的非线性自适应预测和混沌控制^[19]. 但这种结构所需的滤波系数总个数为 $2m+2$, 且滤波器系数与预测输出仍为非线性关系, 当自适应算法的收敛参数选得不当时, 也存在稳定收敛问题. 同时, 也容易陷入局部极小值而不能收敛全局最小, 使其自适应预测性能往往不能达到最优的预测性能.

为了进一步减少自适应滤波器待定参数和保证滤波器系数与预测输出的线性关系, 使其预测性能达到全局最优, 将(2)式改写为矩阵形式为

$$\begin{aligned}
 y(n) &= [A^T(n)X(n)] \times [B^T(n)X(n)] \\
 &= X^T(n)A(n)B^T(n)X(n) \\
 &= X(n)H(n)X(n),
 \end{aligned} \quad (3)$$

其中

$$\begin{aligned}
 X(n) &= [1x(n)x(n-1)\dots x(n-m+1)]^T, \\
 A(n) &= [a_0 a_1 a_2 \dots a_m]^T, \\
 B(n) &= [b_0 b_1 b_2 \dots b_m]^T.
 \end{aligned}$$

由于 $[A^T(n)X(n)]$ 为标量, 因此, 有

$$[A^T(n)X(n)]^T = [X^T(n)A(n)],$$

$H(n) = A(n)B^T(n)$ 为 $(m+1) \times (m+1)$ 的方阵. 根据矩阵理论中西相似度变换法, 可用酉矩阵 Q 将满秩矩阵 $H(n)$ 对角线化, 即

$$\begin{aligned}
 H(n) &= \begin{bmatrix} a_0 b_0 & a_0 b_1 & \dots & a_0 b_m \\ a_1 b_0 & a_1 b_1 & \dots & a_1 b_m \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_m b_0 & a_m b_1 & \dots & a_m b_m \end{bmatrix} \\
 &= Q^T \begin{bmatrix} \lambda_0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_m \end{bmatrix} Q \\
 &= Q^T \Lambda Q,
 \end{aligned} \quad (4)$$

其中 Λ 为对角线矩阵, 它的元素就是 $H(n)$ 的特征值.

酉矩阵 Q 的列矢量为矩阵 $H(n)$ 特征值所表示的特征矩阵的正交集. 酉矩阵 Q 性质是 $Q^T Q = Q Q^T = I$, 实对称矩阵 $Q^T = Q$. 因此, 将(4)式代入(3)式, 可得

$$\begin{aligned}
 y(n) &= X(n)H(n)X(n) \\
 &= X^T(n)Q\Lambda QX(n) \\
 &= \sum_{i=0}^m \lambda_i x_{si}^2(n),
 \end{aligned} \quad (5)$$

其中 λ_i 为矩阵 $H(n)$ 的特征值,

$$\begin{aligned}
 X_s &= QX(n) \\
 &= [x_{s0}(n), x_{s1}(n), \dots, x_{sm}(n)]^T.
 \end{aligned}$$

满足(4)和(5)式的酉矩阵 Q 的正交变换很多, 如正交小波变换、Hartley 变换、Walsh 变换、离散傅里叶变换、DCT 等, 考虑到 DCT 为实数, 且有成熟的快速算法, 此处我们选择 DCT 来实现其正交变换, 图 1 给出(5)式所对应的非线性自适应预测滤波器结构. 可见, 这种结构的待定参数仅为 $m+1$, 待定系数与输出为线性关系, 因此, 现有各种线性自适应算法可直接用来做实时预测.

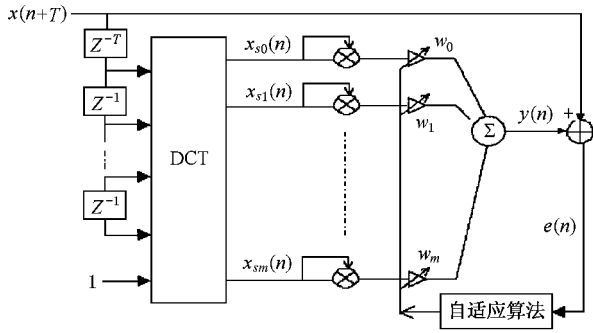


图 1 少数二阶 Volterra 自适应滤波器的 DCT 域实现结构

设 $x(n)$ 和 $y(n)$ 分别表示未知系统在时刻 n 的系统输入和预测输出值, w_i 表示预测模型的待定参数, 则在时刻 n 的超前 T 步预测瞬时平方误差为

$$e^2(n) = [x(n+T) - y(n)]^2 \\ = [x(n+T) - \sum_{i=0}^m w_i x_{si}^2(n)]^2. \quad (6)$$

按照最小均方误差算法原理^[20], 自适应调整滤波器系数的 NLMS 算法为

$$u(n+1) = u(n) + \mu e(n) \frac{X_s^2(n)}{\|X_s^2(n)\|}, \quad (7)$$

其中控制收敛的辅助常数 μ 为 $0 < \mu < 2$.

3. 预测性能与参数选择仿真研究

下面就这种 DCT 域二次滤波近似实现结构对三种连续混沌时间序列的实时预测性能进行仿真实验研究. 实验中每一种连续混沌序列分别用四阶 Runge-Kutta 算法求解, 获得 9000 点数据, 取其最后 6000 点数据作为实验数据, 然后对这些混沌序列进行归一化处理 $a \rightarrow a + 1$ ($a > 0$) 之间(在所有仿真研究中, $a = 0.3$), 不做训练直接对混沌预测进行实时预测.

以预测均方误差作为评测标准, 其定义为

$$\text{MSE} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N |x(k) - \hat{x}(k)|^2. \quad (8)$$

实验 1 一步预测性能研究

下面给出采用这种 DCT 域二次滤波近似实现结构对 Mackey-Glass 时延微分方程和混沌 Lorenz 系统、混沌 Rössler 系统的 x 分量混沌序列进行实时预测的具体实验研究结果. 其中真实值为 $x(n \setminus \circ)$, 预测值为 $x_p(n \setminus \times)$, 输入维数 $m = 3$, NLMS 算法中辅助收敛参数 $\mu = 1.95$. 其预测的均方误差取收敛后的 500—1500 点按 8 式进行计算. 为了便于考

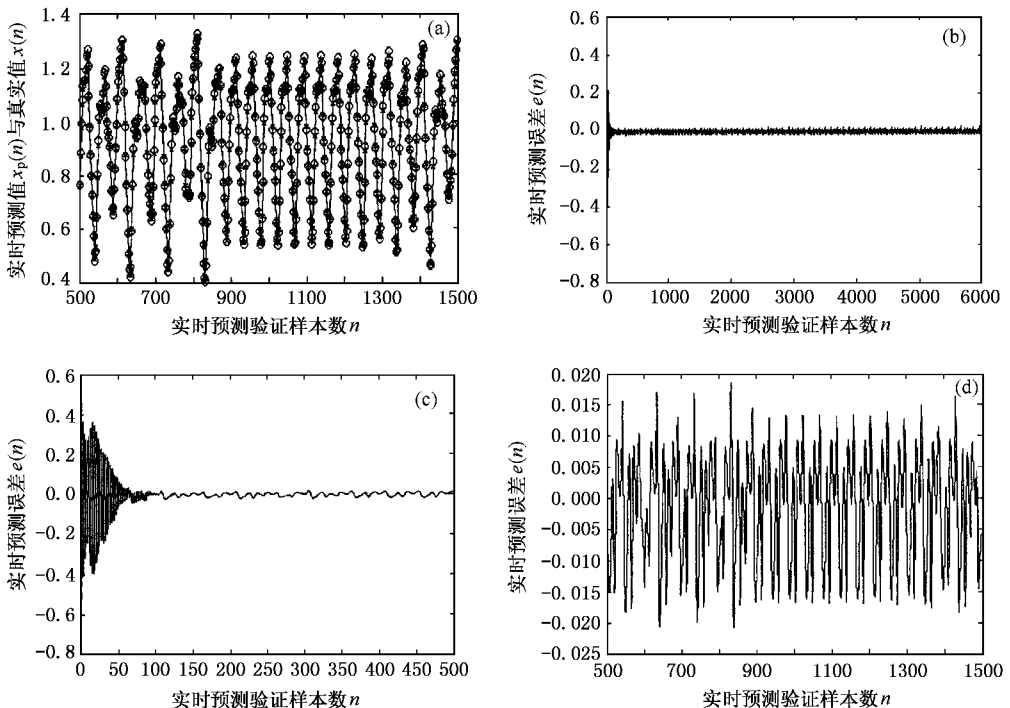


图 2 对 Mackey-Glass 混沌序列一步预测结果 (a) 为真实值与预测值, (b) 为一步实时预测误差, (c) 为一步实时预测误差 (1—499 样本), (d) 为一步实时预测误差 (500—1500 点的 $\text{MSE} = 7.7802 \times 10^{-5}$)

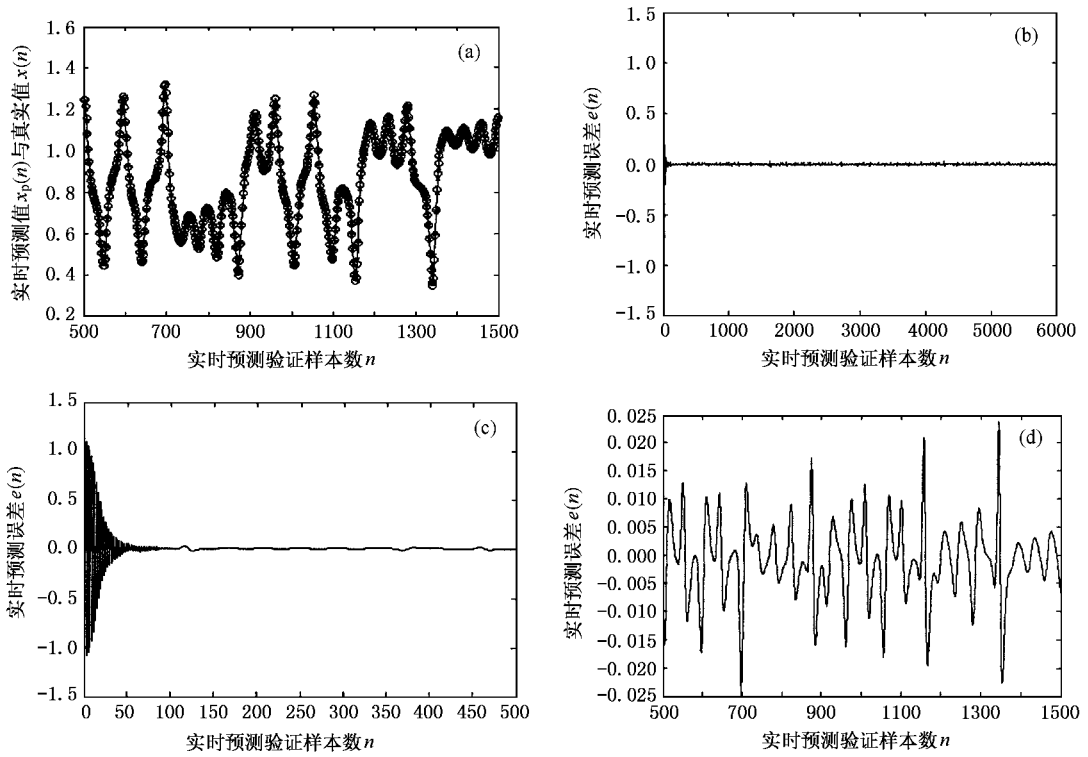


图3 对混沌 Lorenz 系统 x 分量序列的一步预测结果 (a)为真实值与预测值,(b)为一步实时预测误差,(c)为一步实时预测误差(1—499 样本),(d)为一步实时预测误差(500—1500 点的 $MSE = 5.0515 \times 10^{-5}$)

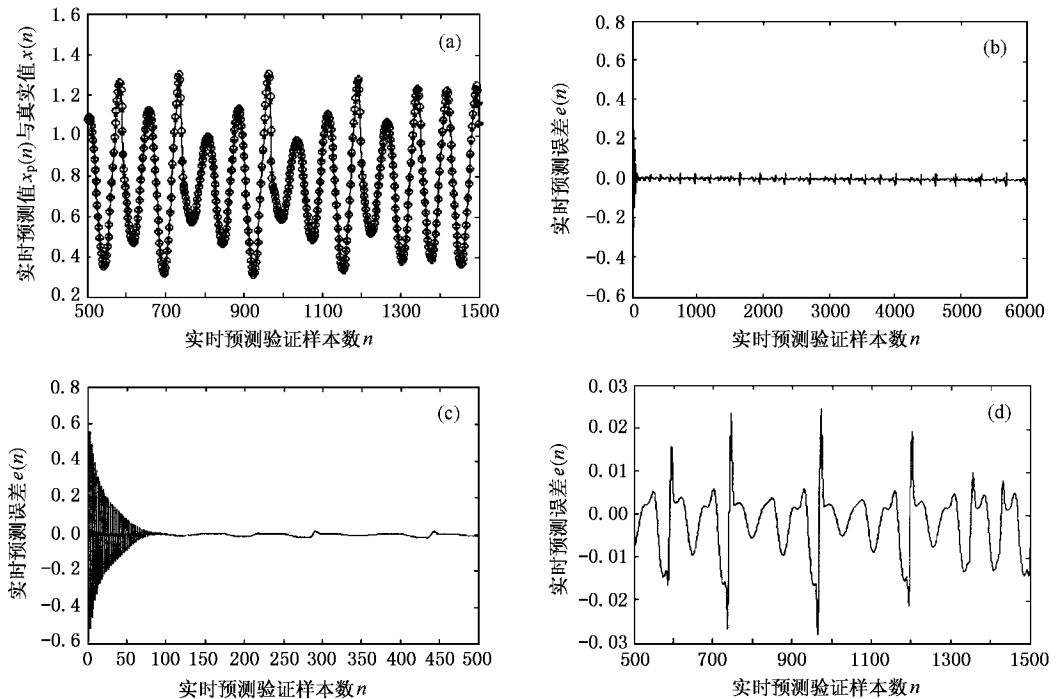


图4 对混沌 Rössler 系统 x 分量序列的一步预测结果 (a)为真实值与预测值,(b)为一步实时预测误差,(c)为一步实时预测误差(1—499 样本),(d)为一步实时预测误差(500—1500 点的 $MSE = 5.3506 \times 10^{-5}$)

察本文方法的各种性能,各例的图(a)给出收敛后的实时一步预测值和真实值(500—1500点),图(b)给出6000点实时一步预测误差,图(c)给出前500点的实时一步预测误差以便考察快速收敛情况,图(d)给出收敛后500—1500点的实时一步预测误差以便考察最大误差幅度。

例1 RPSOVF对Mackey-Glass混沌序列的预测结果见图2。

$$\frac{dx(t)}{dt} = -0.1x(t) + 0.2 \frac{x(t - \Delta)}{1 + x^{10}(t - \Delta)},$$

$$\Delta = 17.$$

例2 RPSOVF对Lorenz系统x分量混沌序列的预测结果见图3。

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y - x), \\ \dot{y} = rx - xz - y, \\ \dot{z} = xy - bz. \end{cases}$$

$$a = 10, \quad b = 8/3, \quad r = 34.0,$$

例3 RPSOVF对Rössler系统x分量混沌序列的预测结果见图4。

$$\begin{cases} \dot{x} = -y - z, \\ \dot{y} = x + ay, \\ \dot{z} = b + z(x - c). \end{cases}$$

$$a = 0.15, \quad b = 0.20, \quad c = 10.0,$$

图2至图4的结果表明:在100个样本之后均能收敛到比较理想的误差水平,即采用本文所建议的预测模型不仅能对三种连续混沌时间序列实施在线实时预测,且不存在算法收敛问题。这一结果验证了本文构建的预测模型和自适应算法是有效的、成功的。

为了进一步说明本文方法的有效性,现将本文所建议的实时一步均方预测误差与文献[15]按照(2)式采用前50点进行20次预训练后的自适应一步均方预测误差比较列于表1。

表1 实时一步均方预测误差与自适应一步均方预测误差的比较

混沌序列 预测方法	Mackey-Glass 混沌序列	Lorenz 系统 x 分量混沌序列	Rössler 系统 x 分量混沌序列
本文的预测方法	MSE = 7.7802 × 10 ⁻⁵	MSE = 5.0515 × 10 ⁻⁵	MSE = 5.3506 × 10 ⁻⁵
文献[15]的RPSOVF	MSE = 0.0088	MSE = 0.0068	MSE = 0.0096

注:MSE表示均方预测误差。

从表1可见:本文提出的预测模型的预测均方误差性能比采用文献[15]的RPSOVF模型提高了100倍,这一结果不仅进一步说明采用本文提出的预测模型能够对连续混沌时间序列进行实时预测,且能克服文献[15]采用RPSOVF模型的自适应预测性能易陷入局部极值的缺点,进而达到全局最优,表明待定系数与预测输出的线性关系更有利于实时调

整预测滤波系数。

实验2 实时多步预测性能

局域预测方法被认为是预测精度最好的混沌预测方法,为了说明本文方法的有效性,我们仍以上述三种混沌序列为例来研究实时多步预测性能,并与局域零阶均值预测^[4,5]和局域零阶距离加权预测^[6]

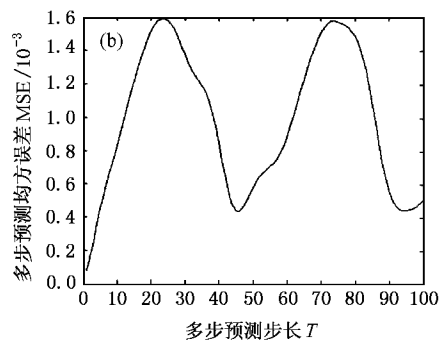
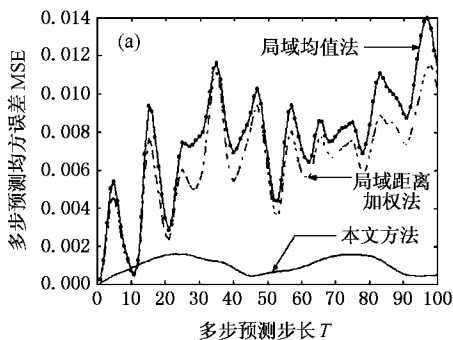


图5 对Mackey-Glass混沌序列的多步预测性能 (a)为三种预测方法的多步预测均方误差,(b)为本文方法的实时多步预测均方误差

的多步预测性能进行比较. 具体结果如图 5 至图 7 所示.

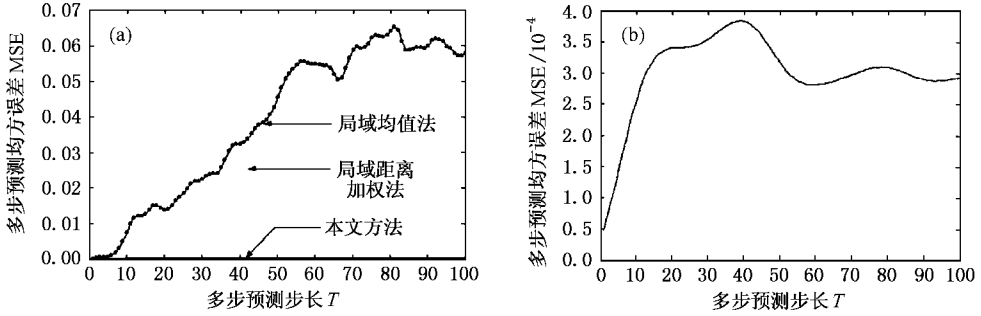


图 6 对混沌 Lorenz 系统 x 分量序列的多步预测性能 (a)为三种预测方法的多步预测均方误差,(b)为本文方法的实时多步预测均方误差

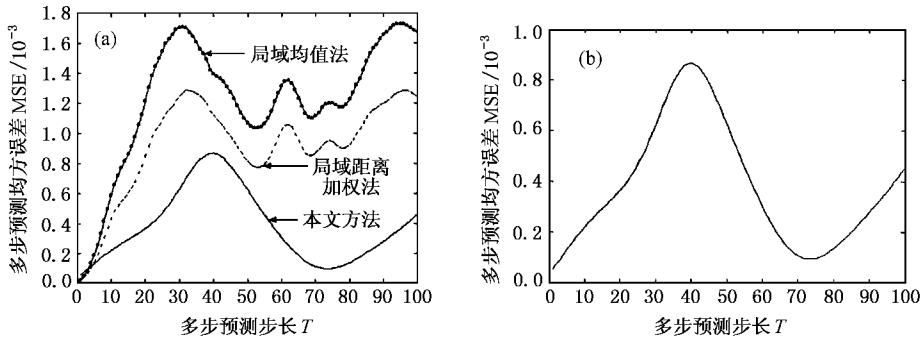


图 7 对混沌 Rössler 系统 x 分量序列的多步预测性能 (a)为三种预测方法的多步预测均方误差,(b)为本文方法的实时多步预测均方误差

图 5 至图 7 的结果表明:采用本文提出的 DCT 域二次滤波近似实现结构对三种混沌时间序列所作超前 1—100 步的实时预测性能明显优于局域零阶预测性能,且实时多步预测性能并未出现指数增长,反而能较准确地预测.这一结果与已有的混沌局域多步预测结论完全不同,可能的解释就是自适应算法的非线性自动跟踪能力,而局域预测方法则缺少自动跟踪能力使其多步预测性能下降.这一结果为重新认识混沌的可预测性有重要的理论意义和工程应用价值.

4. 结束语

本文研究少参数二阶 Volterra 预测滤波器乘积耦合近似结构的 DCT 域实现问题,以及将它们用于

混沌时间序列的非线性实时多步预测性能,通过仿真研究获得了以下主要结果.

1. 这种线性滤波器乘积耦合近似的 DCT 域实现结构,用 NLMS 自适应算法能够实时预测一些低维连续混沌信号.
2. 用这种 DCT 域实现结构对 Mackey-Glass 等三种连续混沌序列的实时超前多步预测研究结果表明:与现有的混沌局域零阶多步预测结论不同,实时多步预测性能明显优于局域零阶多步预测性能,且达到较精确的多步预测.
3. 两个线性滤波器乘积耦合的 DCT 域实现结构更简单,各种线性自适应算法可用于实时调节滤波器系数,不存在收敛问题,且非线性表达能力也更好.

- [1] Cao L , Hong Y , Fang H and He G 1995 *Physica D* **85** 225
- [2] Zhang J S and Xiao X C 2000 *Chin. Phys. Lett.* **17** 88
- [3] Zhang J S and Xiao X C 2000 *Chin. Phys.* **9** 408
- [4] Farmer D J and Sidorowich J J 1987 *Phys. Rev. Lett.* **59** 845
- [5] Gan J C and Xiao X C 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1085 (in Chinese)
[甘建超、肖先赐 2003 物理学报 **52** 1085]
- [6] Dudani S A 1975 *IEEE Trans. Syst. Man Cybernetics* **6** 325
- [7] Zhang J S and Xiao X C 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 403 (in Chinese)
[张家树、肖先赐 2000 物理学报 **49** 403]
- [8] Zhang J S and Xiao X C 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1221 (in Chinese)
[张家树、肖先赐 2000 物理学报 **49** 1221]
- [9] Guo S B and Xiao X C 2002 *J. Electron. Information Technol.* **24** 1334 (in Chinese)
[郭双冰、肖先赐 2002 电子与信息学报 **20** 1334]
- [10] Zhang J S and Xiao X C 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 2333 (in Chinese)
[张家树、肖先赐 2000 物理学报 **49** 2333]
- [11] Zhang J S and Xiao X C 2001 *Chin. Phys.* **10** 390
- [12] Zhang J S and Xiao X C 2001 *Chin. Phys. Lett.* **18** 337
- [13] Zhang J S and Xiao X C 2001 *J. China Inst. Commun.* **22** (10) 93 (in Chinese)
[张家树、肖先赐 2001 通信学报 **22** (10) 93]
- [14] Wei B L *et al* 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2205 (in Chinese)
[韦保林等 2002 物理学报 **51** 2205]
- [15] Zhang J S and Xiao X C 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 1248 (in Chinese)
[张家树、肖先赐 2001 物理学报 **50** 1248]
- [16] Gan J C and Xiao X C 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1096 (in Chinese)
[甘建超、肖先赐 2003 物理学报 **52** 1096]
- [17] Gan J C and Xiao X C 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1102 (in Chinese)
[甘建超、肖先赐 2003 物理学报 **52** 1102]
- [18] Koh T and Powers E J 1984 *IEEE Trans. ASSP* **33** 1445
- [19] Zhang J S , Wan J H and Xiao X C 2001 *Chin. Phys.* **10** 97
- [20] Haykin S 1996 *Adaptive Filter Theory* 3rd ed (Englewood Cliffs , NJ : Prentice-Hall)

A DCT domain quadratic predictor for real-time prediction of continuous chaotic signals^{*}

Zhang Jia-Shu¹⁾ Li Heng-Chao¹⁾ Xiao Xian-Ci²⁾

¹⁾ Sichuan Province Key Laboratory of Signal and Information Processing , Southwest Jiaotong University , Chengdu 610031 , China)

²⁾ Department of Electronic Engineering , University of Electronic Science and Technology of China , Chengdu 610054 , China)

(Received 29 August 2003 ; revised manuscript received 21 November 2003)

Abstract

A DCT domain quadratic predictor with normalized least mean square (NLMS) algorithm , efficient implementing structure of the reduced parameter second-order Volterra filter (RPSOVF) , is proposed to investigate nonlinear real-time multi-step prediction performance of three kinds of continuous chaotic signals. Experimental results show that the real-time ahead one-step prediction mean square errors of the DCT domain quadratic predictor proposed in this paper are at least 100 times smaller than that of RPSOVF , which indicates that this predictor has better predictive performance , its structure is simple and easy to implement. Multi-step prediction performance of this DCT domain quadratic predictor to three continuous chaotic time series is superior to the one of local prediction method obviously , and its mean square errors do not increase exponentially according as the prediction step.

Keywords : chaos , real time prediction , NLMS adaptive algorithms

PACC : 0545

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60272096) , the National " Tenth-Five Year " Plan Foundation of China (Grant No. 41104010101) , and the Basic Research Funds of Southwest Jiaotong University , China (Grant No. 2001B08) .