

# 非简并拉曼过程中交流斯塔克位移对腔场谱的影响\*

高云峰<sup>1)</sup> 冯 健<sup>2)B)</sup>

<sup>1)</sup>聊城大学教育技术系,聊城 252059)

<sup>2)</sup>聊城大学光通信研究所,聊城 252059)

<sup>3)</sup>中国科学院武汉物理与数学研究所波谱与原子分子物理国家重点实验室,武汉 430071)

(2003 年 1 月 9 日收到,2003 年 7 月 29 日收到修改稿)

研究了原子与双模光场非简并拉曼耦合过程中交流斯塔克位移对腔场谱的影响.给出了原子处于基态且双模初始场为光子数态、相干态和压缩真空态时光谱结构的数值结果.发现数态光场在弱场条件下每模腔场谱都是三峰结构,在强场条件下则为双峰或单峰结构,相干态和压缩真空态光场的腔场谱在弱场或强场条件下都是双峰结构.随着斯塔克位移参数的变化,双峰的高度此长彼消.

关键词:交流斯塔克位移,非简并拉曼过程,腔场谱

PACC:4250,3280

## 1. 引 言

随着单模双光子激光器的成功运转<sup>[1]</sup>,人们为实现双模双光子激光而对原子与双模腔场的相互作用过程表现出很大的兴趣<sup>[2-6]</sup>.在  $\Lambda$  型三能级原子与双模场耦合过程中,如果原子的高能级与两个非简并低能级之间的跃迁频率远离双模场共振频率,则高能级可被绝热消去<sup>[7]</sup>,系统可看作等效二能级原子与双模场相互作用的非简并拉曼耦合模型.该模型的原子反转、原子辐射谱、光场量子特性和腔场谱等都得到了广泛的研究<sup>[8-11]</sup>.但不少作者在讨论该模型时忽略了交流斯塔克位移的影响.研究已经发现,在非简并拉曼耦合过程中,原子相干俘获、光场相位性质、场演化以及原子-光场缠绕等均会受到斯塔克位移的影响<sup>[12-16]</sup>.另一方面,作为获得原子与光场相互作用信息的一种重要方法,腔场谱研究近年来得到了较大关注,计及斯塔克效应的双光子 Jaynes-Cummings (J-C) 模型、非简并双光子 J-C 模型、两原子非简并双光子模型、依赖强度耦合双光子过程、非简并拉曼耦合过程的腔场谱等都得到系统研究<sup>[11,17-20]</sup>.但是,有关交流斯塔克位移对非简并拉曼耦合过程腔场谱的影响至今未见报道,本文将对此予以讨论.

## 2. 理论模型及其解

理想腔内的双模光场与  $\Lambda$  型三能级原子组成的系统,在原子的高能级  $|3\rangle$  与两个非简并低能级  $|1\rangle$  和  $|2\rangle$  之间的跃迁频率远离双模场共振频率  $\omega_1$  和  $\omega_2$  时,高能级可被绝热删除<sup>[7]</sup>,应用旋波近似,系统的哈密顿量为<sup>[12]</sup>(取  $\hbar = 1$ )

$$H = \sum_{i=1}^2 \omega_i a_i^\dagger a_i + \frac{1}{2} \omega_0 \sigma_z + \frac{\lambda}{\gamma} a_1^\dagger a_1 |1\rangle\langle 1| + \gamma \lambda a_2^\dagger a_2 |2\rangle\langle 2| + \lambda (a_1 a_2^\dagger \sigma^\dagger + a_1^\dagger a_2 \sigma), \quad (1)$$

其中  $a_i^\dagger, a_i$  分别为第  $i$  模 ( $i = 1, 2$ ) 光场光子的产生和湮没算符,  $\sigma^\dagger, \sigma$  为原子在能级  $|1\rangle$  和  $|2\rangle$  之间的等效升降算符 ( $|1\rangle$  为基态),  $\omega_0$  为其频率差,  $\lambda = \frac{g_1 g_2}{\Delta}$ ,  $\gamma = \frac{g_2}{g_1}$ ,  $g_i$  ( $i = 1, 2$ ) 为  $i$  模光场与原子的耦合常数.

系统的基矢可取为

$$|\Psi_1^N\rangle = |1, n_1, n_2\rangle, \\ |\Psi_2^N\rangle = |2, n_1 - 1, n_2 + 1\rangle, \quad (2)$$

其中三个量子数  $1(2), n_1, n_2$  分别表示原子所处的

\* 山东省自然科学基金(批准号:Y2002A05)资助的课题.

能级和两模光场的光子数,  $N$  代表  $(n_1, n_2)$ 。

(1) 式的本征方程为

$$H | \Phi_j^N \rangle = E_j^N | \Phi_j^N \rangle \quad (j = 1, 2), \quad (3)$$

$$| \Phi_j^N \rangle = \sum_{m=1}^2 C_{jm}^N | \Psi_m^N \rangle \quad (j = 1, 2). \quad (4)$$

在共振相互作用条件下 ( $\omega_0 = \omega_1 - \omega_2$ ) 利用标准方法可求出本征值和本征态

$$E_1^N = \omega_1 n_1 + \omega_2 n_2 - \omega_0/2 + \lambda [n_1/\gamma + (n_2 + 1)\gamma],$$

$$E_2^N = \omega_1 n_1 + \omega_2 n_2 - \omega_0/2, \quad (5)$$

$$C_{jm}^N = \begin{pmatrix} \sin\theta_N & \cos\theta_N \\ -\cos\theta_N & \sin\theta_N \end{pmatrix}, \quad (6)$$

其中

$$\tan\theta_N = \left[ \frac{n_1}{\gamma^2(n_2 + 1)} \right]^{\frac{1}{2}}.$$

### 3. 腔场谱结构

按照 Eberly 物理谱的定义, 该系统的腔场谱按下式计算<sup>[21]</sup>:

$$\mathcal{S}(\omega) = 2\Gamma \int_0^T dt' e^{-(\Gamma-i\omega)\mathcal{X}(T-t')} \times \int_0^T dt e^{-(\Gamma+i\omega)\mathcal{X}(T-t)} |\Phi(0)\rangle \times A^\dagger(t') A(t) |\Phi(0)\rangle, \quad (7)$$

其中  $\Gamma$  为谱仪的带宽,  $T$  为测量时间,  $A(t) = a_1(t) + a_2(t)$ ,  $|\Phi(0)\rangle$  为系统的初态. 本文中讨论初始时刻原子处于基态而两模光场处于任意态的情况, 即取

$$|\Phi(0)\rangle = \sum_{n_1=0}^{\infty} \sum_{n_2=0}^{\infty} q_{n_1}^{(1)} q_{n_2}^{(2)} |1, n_1, n_2\rangle. \quad (8)$$

可以证明<sup>[19]</sup>, 当光场中有一模的初态为光子数态或压缩真空态时, 系统的腔场谱等于两模腔场谱的简单叠加, 即

$$\mathcal{S}(\omega) = S_1(\omega) + S_2(\omega), \quad (9a)$$

其中

$$S_1(\omega) = 2\Gamma \int_0^T dt' e^{-(\Gamma-i\omega)\mathcal{X}(T-t')} \times \int_0^T dt e^{-(\Gamma+i\omega)\mathcal{X}(T-t)} |\Phi(0)\rangle \times a_1^\dagger(t') a_1(t) |\Phi(0)\rangle, \quad (9b)$$

$$S_2(\omega) = 2\Gamma \int_0^T dt' e^{-(\Gamma-i\omega)\mathcal{X}(T-t')} \times \int_0^T dt e^{-(\Gamma+i\omega)\mathcal{X}(T-t)} |\Phi(0)\rangle \times a_2^\dagger(t') a_2(t) |\Phi(0)\rangle. \quad (9c)$$

若初始时刻两模光场均为相干态或其他任意叠加态时, (9) 式仍近似成立<sup>[19]</sup>. 将 (8) 式代入 (9b) 式, 并经过繁杂的计算, 可得

$$S_1(\omega) = 2\Gamma \sum_{n_1=0}^{\infty} \sum_{n_2=0}^{\infty} (p_{n_1}^{(1)} p_{n_2}^{(2)}) \times \sum_{m=1}^2 \left| \sum_{j=1}^2 G_{jm}^N Z_{jm}^N \right|^2, \quad (10a)$$

$$G_{jm}^N = \sum_{k=1}^2 C_{j1}^N C_{jk}^N b_{1k} C_{mk}^N, \quad (10b)$$

$$Z_{jm}^N = \frac{e^{[\omega - \Omega_{jm}^{(1)}]T} - e^{-\Gamma T}}{\Gamma + [\omega - \Omega_{jm}^{(1)}]}, \quad (10c)$$

其中  $p_{n_1}^{(1)} = |q_{n_1}^{(1)}|^2$ ,  $p_{n_2}^{(2)} = |q_{n_2}^{(2)}|^2$  分别为两模初始光场的光子数分布,  $\Omega_{jm}^{(1)} = E_j^N - E_m^{N_1}$ ,  $b_{1k} = \sqrt{n_1 + 1 - k}$ ,  $N_1$  代表  $(n_1 - 1, n_2)$ . 同理,

$$S_2(\omega) = 2\Gamma \sum_{n_1=0}^{\infty} \sum_{n_2=0}^{\infty} (p_{n_1}^{(1)} p_{n_2}^{(2)}) \times \sum_{m=1}^2 \left| \sum_{j=1}^2 F_{jm}^N Y_{jm}^N \right|^2, \quad (10d)$$

$$F_{jm}^N = \sum_{k=1}^2 C_{j1}^N C_{jk}^N b_{2k} C_{mk}^N, \quad (10e)$$

$$Y_{jm}^N = \frac{e^{[\omega - \Omega_{jm}^{(2)}]T} - e^{-\Gamma T}}{\Gamma + [\omega - \Omega_{jm}^{(2)}]}, \quad (10f)$$

其中  $\Omega_{jm}^{(2)} = E_j^N - E_m^{N_2}$ ,  $b_{2k} = \sqrt{n_2 + k - 1}$ ,  $N_2$  表示  $(n_1, n_2 - 1)$ .

利用 (10) 式可以分析腔场谱的结构: 当两模光场的初态均为光子数态时, 模 I (II) 腔场谱的峰位和相对峰高分别由  $\Omega_{jm}^{(1)}$  ( $\Omega_{jm}^{(2)}$ ) 和  $|G_{jm}^N|^2$  ( $|F_{jm}^N|^2$ ) 确定.

### 4. 结果与讨论

当原子处于基态  $|1\rangle$  且模 I 光场处于真空态时, 由于原子无法从光场吸收光子而跃迁到激发态, 原子与光场无法发生拉曼耦合作用, 而这时哈密顿量中斯塔克位移项也不起作用. 此时无论模 II 初始光场如何变化, 腔场谱中只有频率为  $\omega_2$  的共振谱. 下

面只讨论模 I 初始场强不为零的情况.

#### 4.1. 光场初态为光子数态

两模初始光场均为光子数态时, 模 I (模 II) 腔场谱的峰位和相对峰高分别由  $\Omega_{jm}^{(1)} \equiv E_j^N - E_m^N$  ( $\Omega_{jm}^{(2)} \equiv E_j^N - E_m^N$ ) 和  $|G_{jm}^N|^2$  ( $|F_{jm}^N|^2$ ) 决定. 由于式中的  $j, m$  分别可取 1, 2, 故一腔场谱中最多可出现 4 条峰, 但计算表明,  $G_{21}^N$  (和  $F_{21}^N$ ) 恒为零, 结果每模腔场谱中只出现三条谱线 (见表 1).

表 1 基态原子与两模数态光场拉曼耦合过程中斯塔克位移对腔场谱的影响 ( $n_1 \geq 1, n_2 \geq 0$ )

峰位	相对峰高	
$\Omega_{11}^{(1)}$	$\omega_1 + \frac{1}{\gamma}$	$\frac{n_1(n_1-1)}{n_1-1+\gamma^2(n_2+1)}$
$\Omega_{12}^{(1)}$	$\omega_1 + \frac{n_1}{\gamma} + \chi(n_2+1)$	$\frac{\gamma^2 n_1(n_2+1)}{[n_1+\gamma^2(n_2+1)][n_1-1+\gamma^2(n_2+1)]}$
$\Omega_{22}^{(1)}$	$\omega_1$	$\frac{\gamma^2 n_1(n_2+1)[n_1-1+\gamma^2(n_2+1)]}{[n_1+\gamma^2(n_2+1)]^2}$
$\Omega_{11}^{(2)}$	$\omega_2 + \gamma$	$\frac{n_1 n_2}{n_1 + \gamma^2 n_2}$
$\Omega_{12}^{(2)}$	$\omega_2 + \frac{n_1}{\gamma} + \chi(n_2+1)$	$\frac{\gamma^2 n_1^2}{[n_1+\gamma^2(n_2+1)][n_1+\gamma^2 n_2]}$
$\Omega_{22}^{(2)}$	$\omega_2$	$\frac{\gamma^2(n_2+1)[n_1+\gamma^2 n_2]}{[n_1+\gamma^2(n_2+1)]^2}$

为了清楚地分析斯塔克位移和初始场强变化对腔场谱结构的影响, 图 1 示出腔场谱与斯塔克位移参数  $\gamma$  的变化关系. 当初始场很弱即模 I 为单光子态, 模 II 为真空场时, 模 II 腔场谱为等高双峰结构, 其裂距与  $\gamma$  有关, 当  $\gamma = 1$  时, 裂距最小 (本文取  $\omega_1 - \omega_2 = 10g$ , 横轴 -10 处即对应模 II 场的频率  $\omega_2$ ). 模 I 腔场谱中两峰的高度随  $\gamma$  而变化, 其中位于共振频率  $\omega_1$  处的一峰随  $\gamma$  的增大而升高, 频率较高的谱线则随  $\gamma$  的增大而变弱,  $\gamma = 1$  时两峰等高 (图 1(a)). 这表明通过测量模 I 光场两条谱线的相对强度, 可以确定斯塔克位移参数  $\gamma$ . 除了频率平移  $g$  之外, 在  $\gamma = 1$  时的腔场谱与未计入斯塔克位移时的谱结构<sup>[11]</sup>完全相同. 当初始场较弱时, 每一模的腔场谱在  $\gamma \approx 1$  时都有三条谱线, 其中频率最高的谱线强度很弱, 另两条谱线强度随  $\gamma$  的变化也是

“此长彼消” (图 1(b)). 即使在  $\gamma = 1$  处, 腔场谱与未计入斯塔克位移时的谱结构<sup>[11]</sup>也明显不同, 表明在弱场条件下, 斯塔克位移对腔场谱的影响不可忽略. 图 1(c) 示出初始场较强时腔场谱随斯塔克位移参数变化的情况, 这时每一模都只有两条谱线, 位于共振频率  $\omega_1$  ( $\omega_2$ ) 处一峰随  $\gamma$  的增大而升高, 频率高于  $\omega_1$  ( $\omega_2$ ) 的谱线则随  $\gamma$  的增大而变弱. 当  $\gamma$  值偏离 1 较多时, 会有一条谱线强度变得很弱或消失. 与未计入斯塔克位移时的谱结构<sup>[11]</sup>比较, 其明显的差别在于后者的每一模都是等高双峰结构, 而前者即使在  $\gamma = 1$  时两峰高度也不相等.

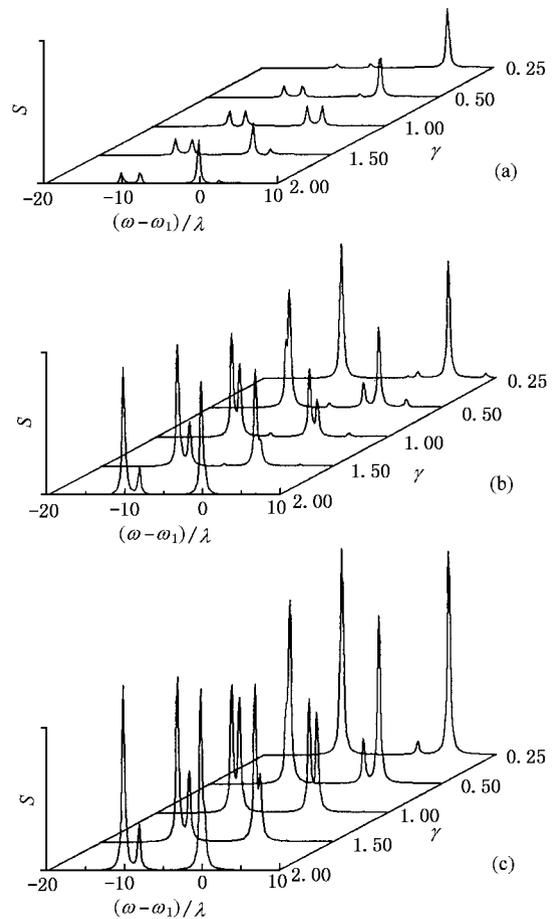


图 1 斯塔克位移对数态光场腔场谱的影响 (a) 为  $n_1 = 1, n_2 = 0$  (b) 为  $n_1 = n_2 = 2$  (c) 为  $n_1 = n_2 = 8$ .  $\Gamma = 0.2\lambda, T = 20/\lambda, \omega_1 - \omega_2 = 10\lambda$

#### 4.2. 初始场为光子数态的叠加态

若光场的初态为光子数态的叠加态, 不同叠加态的腔场谱结构具有不同的特点. 本文讨论两模均处于相干态或压缩真空态的情况.

首先讨论两模初态均为相干态的情况.当模 II 处于真空态 ( $\bar{n}_1 = 0$ ) 而模 I 为很弱 ( $\bar{n}_1 = 1$ ) 的相干态时(见图 2(a)),斯托克斯谱线仍为双线,但强度不等,双线频差仍随位移参数  $\gamma$  的增大而变小.反斯托克斯谱线在  $\gamma = 1$  时出现三条,与未计入斯塔克位移时的双线结构<sup>[11]</sup>有明显差别.随  $\gamma$  值逐渐偏离 1,腔场谱也逐渐变为强度不等的双线或单线,与未计入斯塔克位移时的光谱结构<sup>[11]</sup>差别更大.图 2(b) 给出两模初始场都是较弱相干态时的腔场谱,在  $\gamma \approx 1$  时,两模腔场谱都是不等高双峰结构,与同等场强时数态光场的三峰结构(图 1(b))明显不同,与未计入斯塔克位移时的腔场谱结构也有差别,后者两模均为等高双峰结构<sup>[11]</sup>.在初始场较强(例如  $\bar{n}_2 \geq 8$ ) 时,相干态光场的谱结构与同等场强时数态光场的腔场谱已看不出差别,这是因为随  $\bar{n}$  的增大,相干态光场的光子数分布与数态光场( $n = \bar{n}$ ) 的光子数分布的差别逐渐减小的缘故.

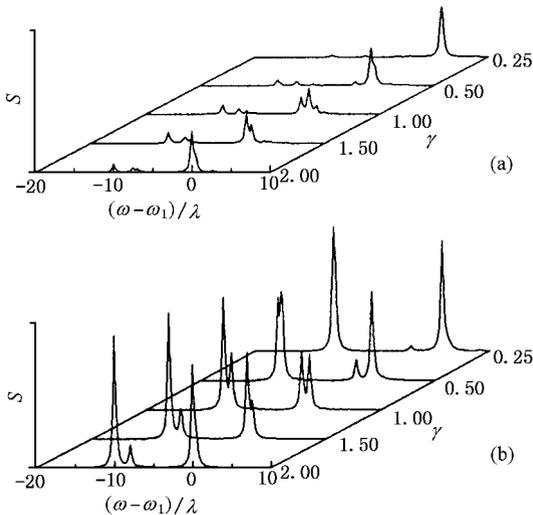


图 2 斯塔克位移对两模相干态光场腔场谱的影响 (a)为  $\bar{n}_2 = 0, \bar{n}_1 = 1$  (b)为  $\bar{n}_1 = \bar{n}_2 = 2$ . 其余参数同图 1

图 3(a) 给出模 II 处于真空态 ( $\bar{n}_2 = 0$ ) 而模 I 为很弱 ( $\bar{n}_1 = 1$ ) 压缩真空态时的腔场谱,可见模 II 真空场的拉比峰受到另一模压缩真空场的抑制,其峰高明显低于另一模处于光子数态或相干态时高度.当两模压缩真空场均为弱场或强场时,两模腔场谱一般情况下均为双线结构,双线的强度也随  $\gamma$  的变化而“此长彼消”(图 3(b)和(c)).计算表明,模 I(模 II) 的双线强度在  $\gamma \approx 2$  ( $\gamma \approx 0.4$ ) 时达到相等.图 3 还表明,在计入斯塔克位移后,无论初始场强度如

何,腔场谱中总会出现双峰结构.这与未计入斯塔克位移的非简并拉曼耦合过程中压缩真空场的腔场谱<sup>[11]</sup>明显不同.

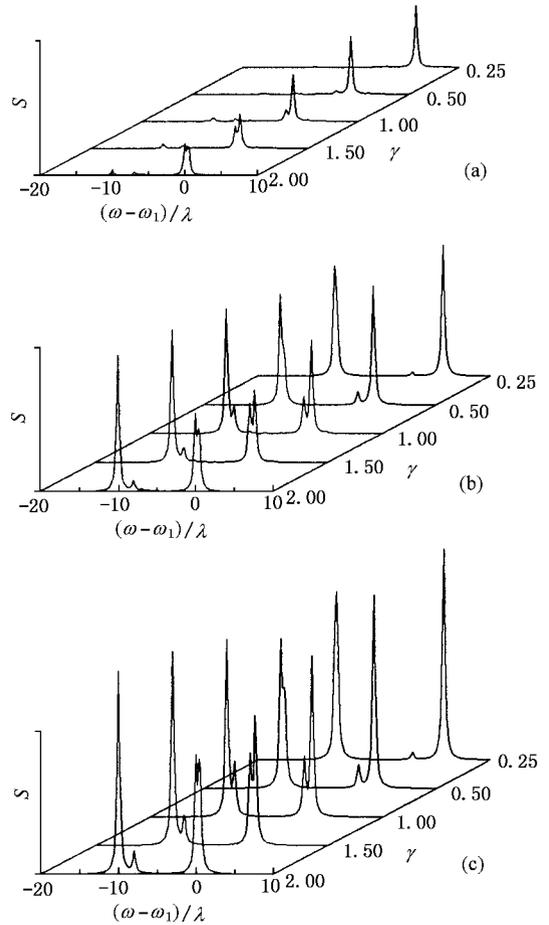


图 3 斯塔克位移对两模压缩真空态光场腔场谱的影响 (a)为  $n_1 = 1, n_2 = 0$  (b)为  $n_1 = n_2 = 2$  (c)为  $n_1 = n_2 = 8$ . 其余参数同图 1

## 5. 结 论

在高  $Q$  腔中的双模光场与原子非简并拉曼耦合相互作用过程中,交流斯塔克位移对腔场谱结构有明显的影 响.数态光场在弱场条件下每模腔场谱都是三峰结构.一般情况下,两模腔场谱均呈双峰结构.就每一模的两条谱线比较,共振频率谱线的强度随斯塔克位移参数  $\gamma$  的增大而增强,高于共振频率的另一谱线则随  $\gamma$  的增大而减弱.当两模光场平均光子数相同且均为光子数态或相干态时,在斯塔克位移参数  $\gamma \approx 1$  时双线强度相等,测量任一模双线的相对强度都可以判断  $\gamma$  的大小.当两模初始场均处于压缩真空态时,每模腔场谱中仍会出现双峰,从

而与该模型不计入斯塔克位移时只有经典共振峰的腔场谱结构形成鲜明对比。

- [ 1 ] Gauthier D J , Wu Q L , Morrin S E and Mossberg T W 1992 *Phys. Rev. Lett.* **68** 464
- [ 2 ] Ashraf M M and Razmi M S K 1992 *Phys. Rev. A* **45** 8121
- [ 3 ] Nayak N 1993 *Phys. Rev. A* **47** 2276
- [ 4 ] Nasreen T 1994 *J. Opt. Soc. Am. B* **11** 386
- [ 5 ] Napoli A and Messina A 1996 *J. Mod. Opt.* **43** 649
- [ 6 ] Hou B P , Liu J and Hu P 2002 *Chin. Phys. J.* **11** 30
- [ 7 ] Gerry C C and Eberly J H 1990 *Phys. Rev. A* **42** 6805
- [ 8 ] Cardimona D A , Kovanis V , Sharma M P and Gavrielides A 1991 *Phys. Rev. A* **43** 3710
- [ 9 ] Feng J , Song T Q , Wang W Z and Xu J Z 1996 *Acta Phys. Sin.* **45** 1304 [ in Chinese ] 冯 健、宋同强、王文正、许敬之 1996 物理学报 **45** 1304 ]
- [ 10 ] Huang C J , Li J F and He H Y 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 473 [ in Chinese ] 黄春佳、厉江帆、贺慧勇 2001 物理学报 **50** 473 ]
- [ 11 ] Gao Y F , Feng J and Shi S R 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 1496 ( in Chinese ] 高云峰、冯 健、史舒人 2001 物理学报 **50** 1496 ]
- [ 12 ] Li G X and Peng J S 1995 *Phys. Rev. A* **52** 465
- [ 13 ] Cardimona D A , Kovanis V and Sharma M P 1993 *Phys. Rev. A* **47** 1227
- [ 14 ] Li G X and Peng J S 1996 *Acta Phys. Sin.* **45** 37 [ in Chinese ] 李高翔、彭金生 1996 物理学报 **45** 37 ]
- [ 15 ] Tian Y H and Peng J S 2001 *J. Optoelectron. Laser* **12** 1090 ( in Chinese ] 田永红、彭金生 2001 光电子·激光 **12** 1090 ]
- [ 16 ] Ao S M , Zhou S L and Zeng G J 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 52 [ in Chinese ] 敖胜美、周石伦、曾高坚 2001 物理学报 **50** 52 ]
- [ 17 ] Nasreen T and Razmi M S K 1993 *J. Opt. Soc. Am. B* **10** 1292
- [ 18 ] Ashraf M M 1994 *Phys. Rev. A* **50** 5116
- [ 19 ] Gao Y F , Feng J and Song T Q 2000 *Acta Opt. Sin.* **20** 1194 ( in Chinese ] 高云峰、冯 健、宋同强 2000 光学学报 **20** 1194 ]
- [ 20 ] Gao Y F , Feng J and Shi S R 2002 *Int. J. Theor. Phys.* **41** 867
- [ 21 ] Eberly H and Wodkiewicz K 1977 *J. Opt. Soc. Am.* **67** 1252

## Influence of AC-Stark shift on cavity field spectra in the non-degenerate Raman process<sup>\*</sup>

Gao Yun-Feng<sup>1)</sup> Feng Jian<sup>2,3)</sup>

<sup>1)</sup> Department of Educational Technology , Liaocheng University , Liaocheng 252059 , China )

<sup>2)</sup> Institute of Optical Communication , Liaocheng University , Liaocheng 252059 , China )

<sup>3)</sup> State Key Laboratory of Magnetic Resonance and Atomic and Molecular Physics , Wuhan Institute of Physics and Mathematics , Chinese Academy of Sciences , Wuhan 252059 , China )

( Received 9 January 2003 ; revised manuscript received 29 July 2003 )

### Abstract

The cavity field spectrum of an atom interacting with two-mode field through non-degenerate Raman coupling with the presence of AC-Stark shift in an ideal cavity is investigated. The results for the atom in the low-level state and the initial fields in pure number states , coherent states , and squeezed vacuum states are calculated. When the initial fields are in number states , the three-peak structure of each model cavity field spectra appear for weak fields , and two-peak or single-peak structure appear for strong fields. When both field modes are in a superposition of number states initially , the cavity field spectra are generally of two-peak structure. With the increase of  $\gamma = g_2/g_1$  , one peak rises and the other peak reduces.

**Keywords :** AC-Stark shift , non-degenerate Raman process , cavity field spectrum

**PACC :** 4250 , 3280

<sup>\*</sup> Project supported by the Natural Science Foundation of Shandong Province , China ( Grant No. Y2002A05 ).