

尘埃等离子体鞘层的玻姆判据^{*}

王正涵[†] 刘金远 邹 秀 刘 悦 王晓钢

(大连理工大学三束材料改性国家重点实验室, 大连 116024)

(2003 年 4 月 1 日收到 2003 年 4 月 29 日收到修改稿)

采用流体方程和自洽电荷变化模型研究了尘埃等离子体鞘层的玻姆判据. 讨论了离子临界马赫数和尘埃粒子临界马赫数随尘埃密度变化的关系, 以及尘埃表面势随尘埃密度变化的趋势. 由于鞘边尘埃粒子的存在, 离子必需以大于声速的速度进入鞘层; 随尘埃密度的持续增加, 离子的临界马赫数增加到一个最大值后开始逐渐减小. 数值计算得到的结果满足 Sagdeev 势的定性分析.

关键词: 等离子体, 鞘层, 玻姆判据

PACC: 5225Z, 5240K, 5225

1. 引言

尘埃粒子在空间等离子体和低温等离子体中广泛地存在. 在半导体器件刻蚀和薄膜沉积等的等离子体处理工艺中, 尘埃粒子更是不可避免地放电器壁或材料表面以及加工等离子体中产生并生长. 产生尘埃粒子又常常聚集在等离子体边界附近(等离子体鞘层)造成被加工材料的污染, 严重地影响了产品的质量. 因此, 为了控制尘埃粒子在等离子体边界的运输, 必须了解离子和尘埃粒子在等离子体鞘边的性质.

近十几年来, 等离子体鞘层的结构和性质已经被广泛研究^[1-22]. 关于无尘埃等离子体鞘层的玻姆判据, Franklin 和 Kaganovich 等人近期已做了一些研究^[23-32]. 但是到目前, 尘埃等离子体鞘层的玻姆判据研究尚不够系统.

本文采用流体方程和尘埃粒子充电方程自洽模型来研究尘埃等离子体鞘层的玻姆判据. 电子遵循玻尔兹曼分布, 离子和尘埃粒子遵循流体方程. 尘埃粒子的电荷变化由打到尘埃粒子的电子流和粒子流来决定. 数值计算得到的结果揭示了鞘边离子临界马赫数和尘埃粒子马赫数随尘埃密度变化的关系, 最后用 Sagdeev 势方法定性验证了本文的结果.

2. 鞘层模型的流体方程

考虑一维稳态($\partial_t = 0$)的等离子体直流鞘层模型, 等离子体是由热电子、冷离子和冷尘埃粒子构成^[18-21]. 假设鞘区位于 $x = 0$ 和壁之间(鞘层区 $x > 0$), 在鞘边 $x = 0$ 处, 静电势 $\phi = 0$, 电子、离子和尘埃粒子的密度 n_{e0} , n_{i0} , n_{d0} 满足准中性条件

$$n_{e0} - n_{i0} + n_{d0} Z_{d0} = 0, \quad (1)$$

式中 $Z_{d0} = q_{d0}/e$, e 为电子电荷的大小, q_{d0} 为鞘边处尘埃的电荷.

假设稳态电子处于热平衡状态, 密度 n_e 满足玻尔兹曼关系

$$n_e = n_{e0} \exp(e\phi/T_e), \quad (2)$$

式中 T_e 为电子温度. 取无量纲量 $X = x/\lambda_e$, $N_e = n_e/n_{e0}$, $\Phi = -e\phi/T_e$, $\lambda_e = (T_e/4\pi n_{e0} e^2)^{1/2}$ 为电子德拜长度, 那么方程(1)的无量纲式为

$$N_e = \exp(-\Phi). \quad (3)$$

离子在进入鞘区前被弱的预鞘场加速到速度 v_{i0} , 其大小通常大于粒子热速度, 从而被当作冷流体处理. 其运动遵从连续性方程和动量方程.

$$n_i v_i = n_{i0} v_{i0}, \quad (4)$$

$$m_i v_i \partial_x v_i = -q_i \partial_x \phi, \quad (5)$$

式中 n_i , v_i , m_i 分别为离子密度、速度和质量. 取无

^{*} 国家自然科学基金(批准号:10175013)和国际合作基金(批准号:10010760807 和 10160420799)资助的课题.

[†] 通讯联系人. E-mail: zwxwang@student.dlut.edu.cn

量纲量 $\delta_i = n_{i0}/n_{d0}$, $V_i = v_i/c_{is}$, $N_i = n_i/n_{d0}$, $M_i = v_{d0}/v_i$ 为离子临界马赫数, $c_{is} = (T_e/m_i)^{1/2}$ 为离子声速, 那么便可由方程(4)和(5)得到电子和离子的密度

$$N_i = (1 + 2\Phi/M_i^2)^{-1/2}, \quad (6)$$

$$V_i = (M_i^2 + 2\Phi)^{1/2}. \quad (7)$$

在实验室低温等离子体装置中, 当中性气体气压不很高时, 可以忽略中性气体碰撞力和热泳力^[6, 47]; 对于尘埃颗粒很小时, 重力也可以忽略不计, 这样的忽略不会影响等离子体鞘边的性质. 设尘埃粒子进入鞘层时具有速度 v_{d0} 是向着壁的, 那么尘埃粒子遵从连续性方程和动量守恒方程

$$n_d v_d = n_{d0} v_{d0}, \quad (8)$$

$$m_d v_d \partial_x v_d = -q_d \partial_x \phi, \quad (9)$$

$c_{ds} = (zT_e/m_d)^{1/2} [= 16.27 T_e / r \rho_d^{1/2} (\text{cm/s})]$ 为尘埃声速, $\rho_d (\text{g/cm}^3)$ 为某种尘埃材料的质量密度. 再取无量纲变量 $\delta_d = n_{d0}/n_{d0}$, $V_d = v_d/c_{ds}$, $N_d = n_d/n_{d0}$, $M_d = v_{d0}/v_d$ 为尘埃的临界马赫数, $\phi_d = q_d/r$ 为尘埃表面势, 无量纲化表面势为 $\Phi_d = Z_d/z$, 其中 $Z_d = q_d/e$, $z = rT_e/e^2 (= 695 r T_e)$, $|Z_d| = |z\Phi_d|$ 表示尘埃所带的电荷数, 那么尘埃粒子的速度和密度可以表示为

$$V_d = (M_d^2 + 2\Psi)^{1/2}, \quad (10)$$

$$N_d = [1 + 2\Psi/M_d^2]^{-1/2}, \quad (11)$$

式中

$$\Psi(\Phi) = \int_0^\Phi \Phi_d d\Phi.$$

在鞘层中电势 Φ 满足泊松方程

$$\partial_x^2 \phi = -4\pi[(n_i - n_e)e + q_d n_d], \quad (12)$$

无量纲化后为

$$\partial_x^2 \Phi = -N_e + \delta_i N_i + z\delta_d \Phi_d N_d. \quad (13)$$

无量纲化的准中性条件为

$$\delta_i = 1 - z\delta_d \Phi_{d0}. \quad (14)$$

3. 尘埃粒子的充电模型

尘埃粒子由于收集电子和离子而携带电荷, 考虑到尘埃充电时间远小于其运动时, 近似认为尘埃粒子稳态时携带的电荷由到达尘埃粒子上的电子流和离子流的通量相等的条件来决定. 在电荷(电流)平衡时, 尘埃粒子上的净电荷为零, 即

$$I_i + I_e = 0, \quad (15)$$

式中 I_e, I_i 分别为到达尘埃粒子上的电子流和离子流. 根据轨道理论(OML理论), 电子流的表达式为

$$I_e = -\pi r^2 e \left(\frac{8T_e}{\pi m_e} \right)^{1/2} n_e K_e(\Phi_d). \quad (16)$$

当 $\Phi_d \leq 0$ 时, $K_e = \exp(\Phi_d)$; 当 $\Phi_d > 0$ 时, $K_e = (1 + \Phi_d)$. 离子流的表达式为

$$I_i = \pi r^2 e n_i v_i \left(1 - \frac{2eq_d}{rm_i v_i^2} \right). \quad (17)$$

将(16)和(17)式代入(15)式并且无量纲化, 可以得到关于尘埃表面势 Φ_d 、鞘层中电势 Φ 和离子马赫数之间关系的表达式为

$$K(\Phi_d) = M_i \alpha_0 (1 - z\delta_d \Phi_d) \left(1 - \frac{2\Phi_d}{M_i^2 + 2\Phi} \right) \exp(\Phi), \quad (18)$$

式中 $\alpha_0 = (\pi m_e / 8 m_i)^{1/2}$ 为等离子体的一个系数(对于氢等离子体, α_0 近似等于 0.0146, 对氦等离子体为 0.0023). 本文将对氦等离子体进行研究.

4. 玻姆判据

取参数 $r = 1 \mu\text{m}$, $T_e = 1 \text{eV}$, 并在鞘边取 $\Phi = 0$, 那么可得

$$\exp(\Phi_{d0}) = M_i \alpha_0 (1 - z\delta_d \Phi_{d0}) [M_i - 2\Phi_{d0}/M_i]. \quad (19)$$

对(13)式积分一次, 可以得到

$$\frac{1}{2} (d\Phi/dX)^2 + V(\Phi) = \frac{1}{2} E_0^2, \quad (20)$$

式中 $E_0 = (d\Phi/dX)_0 \approx 0$ 为预鞘区很小的电场, 可以认为是零. Sagdeev 势

$$V(\Phi) = 1 - \exp(-\Phi) + \delta_i M_i^2 [1 - (1 + 2\Phi/M_i^2)^{1/2}] + z\delta_d M_d^2 [1 - (1 + 2\Psi/M_d^2)^{1/2}] \quad (21)$$

为电子、离子和尘埃颗粒的贡献. 方程(20)类似于一个经典粒子在势阱 $V(\Phi)$ 中的能量守恒方程, $E_0^2/2$ 为相应的总能量. 分析 Sagdeev 势的结构, 可以得到鞘层结构的定性知识. 方程(20)有解的条件为 $V(\Phi, M_i, M_d) < 0$, 这就要求在 $\Phi = 0$ 附近

$$\left(\frac{\partial^2 V}{\partial \Phi^2} \right)_{\Phi=0} = -1 + \frac{\delta_i}{M_i^2} + z\delta_d \left[\frac{\Phi_{d0}^2}{M_d^2} - 1 - \frac{2\exp(\Phi_{d0})}{M_i \delta_i \alpha_0 (2\Phi_{d0} - M_i^2 - 2)} \right] \leq 0. \quad (22)$$

联立方程(19)和(22), 通过数值计算来研究尘埃等

离子体的玻姆判据.

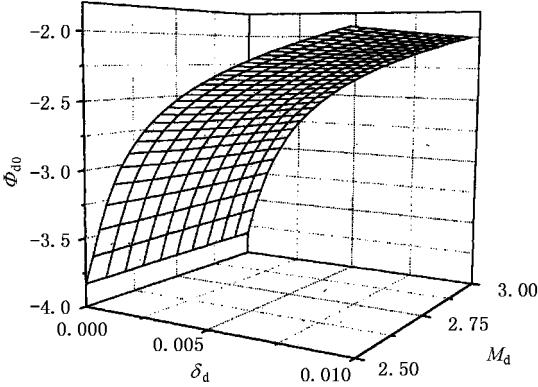


图 1 尘埃表面势 Φ_{00} 与尘埃密度 δ_d (0—0.01) 及尘埃马赫数 M_d (2.5—3.0) 之间的关系曲线

图 1 示出在鞘边尘埃表面势 Φ_{00} 随尘埃密度 δ_d 和尘埃马赫数 M_d 变化而变化的情况. 可以看到 Φ_{00} 几乎不随 M_d 变化而变化, 却随 δ_d 的增加一直在变小. 这是因为由于鞘边电荷的准中性条件: 电子密度不变时, 尘埃密度的增加会引起离子密度的增加, 这就会导致尘埃粒子携带的电荷 q_{d0} 变小.

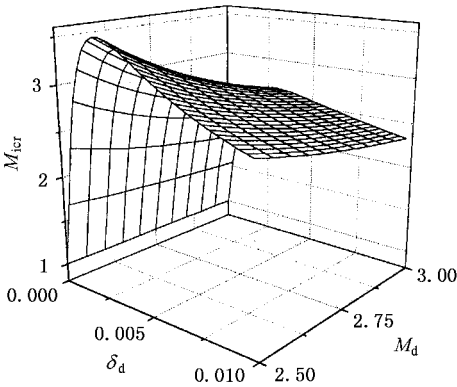


图 2 离子临界马赫数 M_{icr} 与尘埃密度 δ_d (0—0.01) 及尘埃马赫数 M_d (2.5—3.0) 之间的关系曲线

图 2 示出离子的临界马赫数 M_{icr} 对尘埃密度 δ_d 和尘埃马赫数 M_d 的依赖关系. 由于尘埃粒子的存在, 离子的临界马赫数大于 1, 这说明在预鞘区必须存在一个大于无尘埃情况下的加速电场, 使离子获得足以克服尘埃拖拽的能量. 当尘埃密度 δ_d 增加到一定值时, M_{icr} 开始变小, 这是因为尘埃表面势 Φ_{00} 随 δ_d 的增大而不断减小 (见图 1), 因此尘埃对粒子的作用减小. 从图 2 还可以看到, 对于与一定的尘埃密度小尘埃马赫数对应的离子临界马赫数较

大, 这是因为小尘埃马赫数对应的尘埃与离子的相对速度大, 尘埃对离子的作用强, 因此离子进入鞘层中的速度要大.

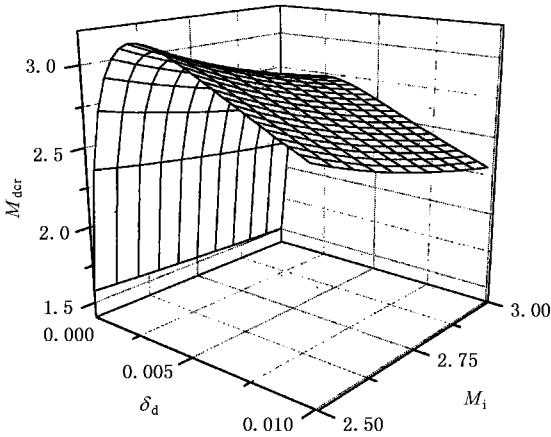


图 3 尘埃临界马赫数 M_{dcr} 与尘埃密度 δ_d (0—0.01) 及离子马赫数 M_i (2.5—3.0) 之间的关系曲线

图 3 示出尘埃密度 δ_d 和离子马赫数 M_i 的变化对尘埃临界马赫数 M_{dcr} 的影响. 在鞘边由于电中性条件的约束, 在电子密度不变时, 离子密度随尘埃密度的增大而增大, 那么作用在尘埃上的离子拖拽力使尘埃进入鞘层的速度变大 (注意, 这时是离子向前拖拽尘埃). 随尘埃密度增大的同时, 尘埃粒子表面势在不断地减小. 这样作用在尘埃上的离子拖拽力也随着减小, 所以尘埃临界马赫数 M_{dcr} 增加到一定值后开始逐渐减小. 从图 3 还可以看到, 小离子马赫数对尘埃临界马赫数影响较大.

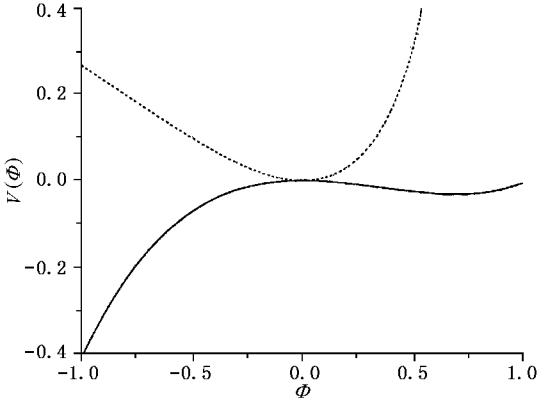


图 4 Sagdeev 势 $V(\Phi)$ 随静电势变化 Φ 的关系曲线 —— 为 $M_i = 3, \delta_d = 3$; 为 $M_i = 2, \delta_d = 2$

图 4 示出两个 Sagdeev 势和电势 Φ 关系的两个例子. 一个满足方程 (22), 对应的参数 $\delta_d = 0.001$,

$M_i = 3$, $M_d = 3$; 另一个不满足方程(22), 对应的参数 $\delta_d = 0.001$, $M_i = 2$, $M_d = 2$. 通过 Sagdeev 势的定性分析, 我们证明了图 2 和图 3 中结果的合理性^[33].

5. 结 论

本文采用流体方程和自洽的尘埃充电模型来研究尘埃等离子体的玻姆判据, 讨论了尘埃的存在对玻姆判据的影响, 以及离子临界马赫数和尘埃粒子

临界马赫数随尘埃密度变化的关系. 得出以下结论: 尘埃带电受到尘埃密度的影响, 但尘埃本身速度对其带电影响不大; 尘埃的存在对离子的马赫数影响很大, 但存在一个上限, 尘埃的速度对离子的速度也有一定的影响; 尘埃的密度对尘埃的临界马赫数影响很大, 同时离子马赫数对尘埃马赫数也有影响. 本文通过 Sagdeev 势定性分析方法检验了结果的合理性. 这些结果对理论和实验工作以及粒子模拟都有一定的参考价值.

-
- [1] Whipple E C 1981 *Rep. Prog. Phys.* **44** 1198
 - [2] Whipple E C, Northrop T G and Mendis D A 1985 *J. Geophys. Res.* **90** 7405
 - [3] Goertz C K 1989 *Rev. Geophys.* **27** 271
 - [4] Rao N N, Shukla P K and Yu M Y 1990 *Planet. Space Sci.* **38** 543
 - [5] Godyak V A and Sternberg N 1990 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **SP-18** 159
 - [6] Sheridan T E and Goree J 1991 *Phys. Fluids B* **3** 2796
 - [7] Northrop T G 1992 *Phys. Scripta* **45** 475
 - [8] Varma R K, Shukla P K and Rishan V K 1993 *Phys. Rev. E* **47** 3612
 - [9] Jana R, Sen A and Kaw P K 1993 *Phys. Rev. E* **48** 3930
 - [10] Ma J X and Yu M Y 1994 *Phys. Plasmas* **1** 3520
 - [11] Ma J X and Shukla P K 1995 *Phys. Plasmas* **2** 1506
 - [12] Shukla P K and Vladimirov S V 1995 *Phys. Plasmas* **2** 3179
 - [13] Robertson S 1995 *Phys. Plasmas* **2** 2200
 - [14] Walch B, Horanyi M and Robertson S 1995 *Phys. Rev. Lett.* **75** 838
 - [15] Valentini H B 1996 *Phys. Plasmas* **3** 1459
 - [16] Riemann K U and Meyer P 1996 *Phys. Plasmas* **3** 4751
 - [17] Chen X P 1998 *Phys. Plasmas* **5** 804
 - [18] Ma J X, Liu J Y and Yu M Y 1997 *Phys. Rev. E* **55** 4627
 - [19] Liu J Y, Wang D Z and Ma J X 1999 *Phys. Plasmas* **6** 1045
 - [20] Liu J Y, Wang D Z and Ma T C 2000 *Vacuum* **59** 126
 - [21] Liu D Y, Wang D Z and Liu J Y 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1094 (in Chinese) [刘德泳、王德真、刘金远 2000 物理学报 **49** 1094]
 - [22] Hou L J and Wang Y N 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 434 (in Chinese) [侯璐景、王友年 2003 物理学报 **52** 434]
 - [23] Zhang L Z, Yu W, Wang J L, Han L and Fu G S 2001 *Chin. Phys.* **10** 639
 - [24] Wang D Z and Wu H T 2002 *Chin. Phys.* **11** 799
 - [25] Franklin N R and Snell J 1999 *J. Phys. D* **32** 2190
 - [26] Kaganovich I D, Misina M, Berezhnoi S V and Gijbels R 2000 *Phys. Rev. E* **61** 1875
 - [27] Franklin N R and Snell J 2000 *Phys. Plasmas* **7** 3077
 - [28] Franklin N R and Snell J 2001 *Phys. Plasmas* **8** 643
 - [29] Kaganovich I D 2002 *Phys. Plasmas* **9** 4788
 - [30] Franklin N R 2002 *J. Phys. D* **35** 2270
 - [31] Franklin N R 2002 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **30** 352
 - [32] Godyak V A and Sternberg N 2002 *Phys. Plasmas* **9** 4427
 - [33] Chen F F 1974 *Introduction to Plasma Physics* (New York: Plenum) chap 8

The Bohm criterion for the dusty plasma sheath^{*}

Wang Zheng-Xiong[†] Liu Jin-Yuan Zou Xiu Liu Yue Wang Xiao-Gang

(*State Key Laboratory of Materials Modification by Laser , Ion and Electron Beams ,*

Dalian University of Technology , Dalian 116024 ,China)

(Received 1 April 2003 ; revised manuscript received 29 April 2003)

Abstract

The hydrodynamic-fluid model and the self-consistent dust charging model are used to investigate the Bohm criterion for the dusty plasma sheath. The variation of the ion critical Mach number and the dust Mach number with dust density are presented , and the relation between the dust surface potential and the dust density at the sheath edge is discussed. It is shown that the ion velocity entering the sheath would exceed the ion sound velocity due to the existence of dust particles. The ion critical Mach number began declining after a maximum with the incessant increase of the dust density. The numerical results satisfy the qualitative analysis of the Sagdeev potential.

Keywords : plasma , sheath , Bohm criterion

PACC : 5225Z , 5240K , 5225

^{*} Project supported by the National Natural Science Function of China (Grant No. 10175013), and the International Collaboration Funds (Grant Nos. 10010760807 and 10160420799).

[†] Corresponding author. E-mail : zxwang@student.dlut.edu.cn