第 53 卷 第 3 期 2004 年 3 月
1000-3290/2004/53(03)/0942-05

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.53,No.3,March,2004

用散粒噪声测量碳纳米管中 Luttinger 参数*

张志勇 王太宏
(中国科学院物理研究所,北京 100080)
(2003 年 3 月 28 日收到;2003 年 5 月 20 日收到修改稿)

将碳纳米管的载流子输运用基本电荷为 ge 的 Fermi 液态模型描述,利用散射理论计算出纳米管中的零频率散粒噪声,在绝对零度下,存在一个强势垒的碳纳米管的散粒噪声为 $2geI$.提出了一种测试纳米管 Luttinger 参数的新方法:在纳米管上形成一个强势垒,通过测试其散粒噪声,就可以计算出 g 因子.

关键词:碳纳米管,Luttinger 参数,散粒噪声,散射理论
PACC:8160C,7290,7270,7210

1.引 言

碳纳米管具有优良的电特性,是一种比较理想的一维导体或者半导体,已经被用来制作场效应晶体管、单电子晶体管和整流二极管等多种电子器件.在普通的二维和三维导体中,库仑作用不会明显改变 Fermi 能级附近的载流子能态密度,导体中的电子输运可以用 Fermi 液体模型来描述.然而在一维导体中,即便是很弱的库仑相互作用,也能引起 Fermi 能级附近的载流子能态密度的改变.单壁和多壁碳纳米管中电子-电子间有着很强的相互作用,因此都可以用 Luttinger 液体(LL)模型来描述其电输运[1—3].

在 LL 模型中,电子间的相互作用使得单个电子等效电量不再是基本电荷 e,而是 $e^* = ge$,g 就是 Luttinger 参数,或称 Luttinger g 因子.它描述了 LL 系统中电子-电子间相互作用的大小程度,当 $g = 1$ 时,就表明电子-电子间没有相互作用力,而当 $g < 1$ 时,说明粒子之间是排斥作用.LL 模型中的 g 因子由(1)式给出[1],

$$g = \left[1 + \frac{2U}{\Delta}\right]^{-1/2}, \tag{1}$$

其中 U 为一维导体的充电能,Δ 为单个粒子能级间隔,在单壁碳纳米管中,估算 $U/\Delta \approx 6$,从而得出 Luttinger 参数 $g = 0.28$.

Luttinger 参数在碳纳米管中是一个非常重要的参数,它反映了碳纳米管中重要的微观特征.人们观察到纳米管中的幂次方变化规律,从而推出了纳米管的电子输运符合 LL 模型,并且由此幂指数 α 求出 g 因子[1].如果能够用另外一种实验方法测试出该参数,并且该参数与(1)式相符,那么对碳纳米管中 LL 模型就形成了一种自洽.散粒噪声正好能够反映导体的一些本质特征,例如载流子间的相互作用,导体中载流子的相互作用会影响散粒噪声的大小,而 g 因子正好反映了载流子间的相互作用,因此,可以考虑通过测试散粒噪声来测试碳纳米管中的 g 因子.

当然,要达此目的,首先要找出散粒噪声与 g 因子之间的关系,这就需要计算纳米管中的散粒噪声,由于纳米管为强相关系统,一般认为,传统的 Landaur 散射方法已经对此无能为力,Kane 和 Fisher 用玻色子化方法计算了 LL 中的散粒噪声[4],但是这种方法非常复杂.我们采取适当的处理后,采用传统的散射理论计算了一维 LL 中的散粒噪声,得到了与文献[4]相同的结果.

2.碳纳米管中的散粒噪声

LL 系统中由于存在电子-电子相互作用,计算时就必须考虑一个多体系统,从而使得求解变得极其困难.但是,这种电子-电子间相互作用的结果,就是使得 LL 系统中的电子以电量 e^* 输运,即系统可

* 国家重点基础研究专项基金(批准号:G2001CB3095)和国家自然科学基金(批准号:69925410 和 60236010)资助的课题.

以等效成为基本电荷为 e^* 电子-电子间无相互作用力的系统[5]（Fermi 液体系统），这里 e^* 直接由 Luttinger g 因子决定.

$$e^* = ge\,,\tag{2}$$

其中 e 为基本电荷.这样就可以利用适用于无电子-电子间相互作用系统的散射理论来计算纳米管中的散粒噪声.

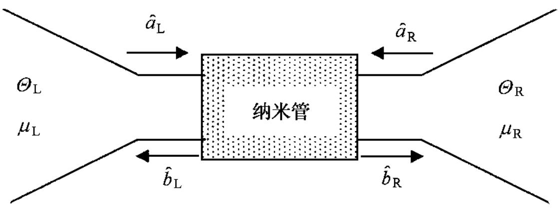

图 1　纳米管的两端散射系统示意图

如图 1 所示，假设纳米管的左右两个电极分别由温度 $\Theta_{\rm L,R}$ 和化学势 $\mu_{\rm L,R}$ 表征，其两端的 Fermi 分布函数为

$$f_{\rm L}(E) = \frac{1}{1+\exp[(E-\mu_{\rm L})/k_{\rm B}\Theta_{\rm L}]}\,,\tag{3a}$$

$$f_{\rm R}(E) = \frac{1}{1+\exp[(E-\mu_{\rm R})/k_{\rm B}\Theta_{\rm R}]}\,,\tag{3b}$$

其中 $k_{\rm B}$ 为 Boltzmann 常数.假设纳米管左右电极完全相同，当在纳米管两电极之间施加电压 V 时，满足 $\mu_{\rm R} = \mu_{\rm L} + eV$.

这里引入入射态产生和湮没算符：$\hat{a}^+_{{\rm L}n}(E)$ 和 $\hat{a}_{{\rm L}n}(E)$，它们分别在左边进入的第 n 个传输通道产生和湮没一个能量为 E 的电子，并且它们之间遵守反对易关系.

$$\hat{a}^+_{{\rm L}n}(E)\hat{a}_{{\rm L}n'}(E') + \hat{a}_{{\rm L}n'}(E')\hat{a}^+_{{\rm L}n}(E) = \delta_{nn'}\delta(E-E')\,,\tag{4a}$$

$$\hat{a}_{{\rm L}n}(E)\hat{a}_{{\rm L}n'}(E') + \hat{a}_{{\rm L}n'}(E')\hat{a}_{{\rm L}n}(E) = 0\,,\tag{4b}$$

$$\hat{a}^+_{{\rm L}n}(E)\hat{a}^+_{{\rm L}n'}(E') + \hat{a}^+_{{\rm L}n'}(E')\hat{a}^+_{{\rm L}n}(E) = 0.\tag{4c}$$

同样，也引入出射态的产生和湮没算符：$\hat{b}^+_{{\rm L}n}(E)$ 和 $\hat{b}_{{\rm L}n}(E)$，它们分别在左边射出的第 n 个传输通道产生和湮没一个能量为 E 的电子，并且它们之间也遵守反对易关系.

引入的碳纳米管右边的二次量子化算符也相同，即 $\hat{a}^+_{{\rm R}n}(E)$，$\hat{a}_{{\rm R}n}(E)$，$\hat{b}^+_{{\rm R}n}(E)$，和 $\hat{b}_{{\rm R}n}(E)$，这两组算符每组也都遵守反对易关系.

算符 $\hat{a}$ 和 $\hat{b}$ 通过散射矩阵 S 联系，

$$\begin{pmatrix} \hat{b}_{\rm L1} \\ \vdots \\ \hat{b}_{{\rm L}N} \\ \hat{b}_{\rm R1} \\ \vdots \\ \hat{b}_{{\rm R}N} \end{pmatrix} = S \begin{pmatrix} \hat{a}_{\rm L1} \\ \vdots \\ \hat{a}_{{\rm L}N} \\ \hat{a}_{\rm R1} \\ \vdots \\ \hat{a}_{{\rm R}N} \end{pmatrix},\tag{5}$$

算符 $\hat{a}^+$ 和 $\hat{b}^+$ 通过矩阵 S 的转置矩阵 S^+ 联系.

这里假设纳米管的两端都具有 N 个输运通道，那么 S 就是一个 $2N\times 2N$ 维矩阵.矩阵 S 可以写为

$$S = \begin{pmatrix} r & t' \\ t & r' \end{pmatrix},\tag{6}$$

其中对角线上的子矩阵 r 和 r' 都是 $N\times N$ 维矩阵，分别描述电子被反射到左边和右边电极，而反对角线上的子矩阵 t 和 t' 也是 $N\times N$ 维矩阵，分别描述电子被传输到左边和右边电极.

对于两端器件，其左右两边的电流必须相同，因此只用考虑一端的情况.纳米管左边电流算符可表示为

$$\hat{I}_{\rm L}(z,t) = \frac{\hbar e^*}{2{\rm i}m}\int {\rm d}r_\perp \left[\hat{\Psi}^+_{\rm L}(r_\perp,t)\frac{\partial}{\partial z}\hat{\Psi}_{\rm L}(r_\perp,t) - \left(\frac{\partial}{\partial z}\hat{\Psi}^+_{\rm L}(r_\perp,t)\right)\hat{\Psi}_{\rm L}(r_\perp,t)\right],\tag{7}$$

其中 m 为纳米管中电子的质量，$r_\perp$ 为垂直于纳米管方向的坐标，z 为平行于纳米管方向的坐标，$\hat{\Psi}_{\rm L}(r_\perp,t)$ 和 $\hat{\Psi}^+_{\rm L}(r_\perp,t)$ 分别为场算符，定义为

$$\hat{\Psi}_{\rm L}(r_\perp,t) = \int {\rm d}E\,{\rm e}^{-{\rm i}Et/\hbar}\sum_{n=1}^{N}\frac{\chi_{{\rm L}n}(r_\perp)}{(2\pi\hbar v_{{\rm L}n}(E))^{1/2}} \times (\hat{a}_{{\rm L}n}{\rm e}^{{\rm i}k_{{\rm L}n}z} + \hat{b}_{{\rm L}n}{\rm e}^{-{\rm i}k_{{\rm L}n}z}),$$

$$\hat{\Psi}^+_{\rm L}(r_\perp,t) = \int {\rm d}E\,{\rm e}^{{\rm i}Et/\hbar}\sum_{n=1}^{N}\frac{\chi^*_{{\rm L}n}(r_\perp)}{(2\pi\hbar v_{{\rm L}n}(E))^{1/2}} \times (\hat{a}^+_{{\rm L}n}{\rm e}^{-{\rm i}k_{{\rm L}n}z} + \hat{b}^+_{{\rm L}n}{\rm e}^{{\rm i}k_{{\rm L}n}z}),$$

其中 $\chi_{{\rm L}n}(r_\perp)$ 为横向（垂直于纳米管方向）波函数，$k_{{\rm L}n} = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2m(E-E_{{\rm L}n})}$ 和 $v_{{\rm L}n}(E) = \hbar k_{{\rm L}n}/m$ 分别为第 n 个传输通道的波矢和载流子速度.

（7）式可以转化为

$$\hat{I}_{\rm L}(z,t) = \frac{e^*}{4\pi\hbar}\sum_n\int {\rm d}E{\rm d}E'{\rm e}^{{\rm i}(E-E')t/\hbar} \times \frac{1}{\sqrt{v_{{\rm L}n}(E)v_{{\rm L}n}(E')}} \times [v_{{\rm L}n}(E) + v_{{\rm L}n}(E')] \times [{\rm e}^{{\rm i}(k_{{\rm L}n}(E')-k_{{\rm L}n}(E))z}\hat{a}^+_{{\rm L}n}(E)\hat{a}_{{\rm L}n}(E') - {\rm e}^{{\rm i}(k_{{\rm L}n}(E)-k_{{\rm L}n}(E'))z}\hat{b}^+_{{\rm L}n}(E)\hat{b}_{{\rm L}n}(E')]$$

$$+\left[v_{\mathrm{L}n}(E)-v_{\mathrm{L}n}(E')\right]$$
$$\times\left[\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(k_{\mathrm{L}n}(E')+k_{\mathrm{L}n}(E))z}\hat{a}_{\mathrm{L}n}^{+}(E)\hat{b}_{\mathrm{L}n}(E')\right.$$
$$\left.-\mathrm{e}^{\mathrm{i}(k_{\mathrm{L}n}(E)+k_{\mathrm{L}n}(E'))z}\hat{b}_{\mathrm{L}n}^{+}(E)\hat{a}_{\mathrm{L}n}(E')\right]\Big\}. \tag{8}$$

假设纳米管是均匀的,即沿着纳米管的方向所有物理量都相同,这样就可以忽略坐标 z ;对于可观测的量(平均电流、噪声等)能量 E 和 E' 要么相同,要么非常接近 ;而且在 Fermi 面表面,速度随能量 E 的变化非常慢,因此可以忽略它们对能量的依赖关系.考虑到这些假设,(8)式可以简化为

$$\hat{I}_{\mathrm{L}}(t)=\frac{e^{*}}{2\pi\hbar}\sum_{n}\int\mathrm{d}E\mathrm{d}E'\mathrm{e}^{\mathrm{i}(E-E')t/\hbar}\times\left[\hat{a}_{\mathrm{L}n}^{+}(E)\hat{a}_{\mathrm{L}n}(E')-\hat{b}_{\mathrm{L}n}^{+}(E)\hat{b}_{\mathrm{L}n}(E')\right]. \tag{9}$$

利用散射矩阵 S,可以只用算符 $\hat{a}$ 和 $\hat{a}^{+}$ 来表示电流.

$$\hat{I}_{\mathrm{L}}(t)=\frac{e^{*}}{2\pi\hbar}\sum_{\alpha\beta}\sum_{mn}\int\mathrm{d}E\mathrm{d}E'\mathrm{e}^{\mathrm{i}(E-E')t/\hbar}\times\hat{a}_{\alpha m}^{+}(E)A_{\alpha\beta}^{mn}(L;E,E')\hat{a}_{\beta n}(E'), \tag{10}$$

其中 α 和 β 为纳米管的两端,即 L 和 R ;矩阵 A 定义为

$$A_{\alpha\beta}^{mn}(L;E,E')=\delta_{mn}\delta_{\alpha\mathrm{L}}\delta_{\beta\mathrm{L}}-\sum_{k}s_{\mathrm{L}\alpha;mk}^{+}(E)s_{\mathrm{L}\beta;kn}(E').$$

在热平衡状态下,Fermi 系统的产生算符和湮没算符之积的量子统计平均可以写为

$$\langle\hat{a}_{\alpha m}^{+}(E)\hat{a}_{\beta n}(E')\rangle=\delta_{\alpha\beta}\delta_{mn}\delta(E-E')f_{\alpha}(E). \tag{11}$$

考虑到散射矩阵 S 的幺正性,并且由(10)和(11)式,可得到电流的平均值

$$\langle\hat{I}\rangle=\frac{e^{*}}{2\pi\hbar}\int\mathrm{d}E\,\mathrm{Tr}\left[t^{+}(E)t(E)\right]\left[f_{\mathrm{L}}(E)-f_{\mathrm{R}}(E)\right], \tag{12}$$

其中矩阵 $t^{+}t$ 可以对角化,它的本征值 $T_{n}(E)$ 表示通道 n 的传导概率,其范围在 0 和 1 之间.这样(12)式就可以简化为

$$\langle\hat{I}\rangle=\frac{e^{*}}{2\pi\hbar}\int\mathrm{d}E\sum_{n}T_{n}(E)\left[f_{\mathrm{L}}(E)-f_{\mathrm{R}}(E)\right]. \tag{13}$$

纳米管的电流噪声功率可以写成

$$S(\omega)=S_{\mathrm{LL}}(\omega)=2\int\mathrm{d}t\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}\langle(\Delta\hat{I}(t))^{2}\rangle, \tag{14}$$

其中

$$\Delta\hat{I}(t)=\hat{I}_{\mathrm{L}}(t)-\langle\hat{I}\rangle.$$

利用在平衡 Fermi 系统中存在等式

$$\langle\hat{a}_{\alpha k}^{+}(E)\hat{a}_{\beta l}(E')\hat{a}_{\gamma m}^{+}(E'')\hat{a}_{\eta n}(E''')\rangle-\langle\hat{a}_{\alpha k}^{+}(E)\hat{a}_{\beta l}(E')\rangle\langle\hat{a}_{\gamma m}^{+}(E'')\hat{a}_{\eta n}(E''')\rangle$$
$$=\delta_{\alpha\eta}\delta_{\beta\gamma}\delta_{kn}\delta_{ml}\delta(E-E''')\delta(E'-E'')\times f_{\alpha}(E')\left[1\mp f_{\beta}(E')\right], \tag{15}$$

通过(10),(13)和(14)式,可以得到碳纳米管中本征噪声功率的表达式

$$S(\omega)=\frac{(e^{*})^{2}}{2\pi\hbar}\sum_{\alpha\beta}\sum_{mn}\mathrm{d}EA_{\alpha\beta}^{mn}(L;E,E+\hbar\omega)A_{\alpha\beta}^{nm}(L;E+\hbar\omega)\times\{f_{\alpha}(E)\left[1\mp f_{\beta}(E+\hbar\omega)\right]+\left[1\mp f_{\alpha}(E)\right]f_{\beta}(E+\hbar\omega)\}, \tag{16}$$

其中的噪声既包括热噪声,也包括散粒噪声,温度 $\Theta=0$ 时,由于载流子没有热运动,因此热噪声为零,此时的本征噪声完全为散粒噪声.在频率 $\omega=0$,并且考虑到矩阵 S 的幺正性,即 $r^{+}r+t^{+}t=1$,(16)式可以简化为

$$S(0)=\frac{(e^{*})^{2}e|V|}{2\pi\hbar}\sum_{n}T_{n}(1-T_{n})=\frac{g^{2}e^{3}|V|}{\pi\hbar}\sum_{n}T_{n}(1-T_{n}). \tag{17}$$

由于在碳纳米管中电子为弹道输运,即满足 $T_{n}=1$,那么通过(17)式可以知道 $S(0)=0$,可见理想的碳纳米管中没有散粒噪声.

当纳米管中存在一个强势垒时,即满足 $T_{n}\ll1$ 时,$1-T_{n}\cong1$,(17)式可以简化为

$$S(0)=\frac{g^{2}e^{3}|V|}{\pi\hbar}\sum_{n}T_{n}. \tag{18}$$

$G=\frac{ge^{2}}{2\pi\hbar}\sum_{n}T_{n}$ 为纳米管的电导,因此绝对零度下具有一个强势垒的纳米管的直流散粒噪声功率为

$$S_{I}(0)=2geG|V|=2geI. \tag{19}$$

3. g 因子测试方法

(19)式提供了测试碳纳米管中 g 因子的方法:构造一个强势垒,通过测量散粒噪声功率和电流大小,就可以计算出 g 因子.

为了减少衬底背景电荷引起的低频噪声对测试结果的影响,本文采用悬空的纳米管.首先在衬底上做好两个电极,然后用 AFM 方法将单壁碳纳米管移动到电极上面去,通过退火,减小纳米管和金属电极之间的接触电阻,从而也减小了两者之间的势垒.在两个电极之间施加电流偏置,电流大小为 I,利用测量系统测出此时的散粒噪声能谱密度 S_{1},对于理想

的碳纳米管,其散粒噪声为零,但是实际的纳米管中,总会存在杂质或者缺陷,这些杂质和缺陷会产生势垒,因此就会产生散粒噪声,而纳米管中的杂质和缺陷无法控制,因此不能通过它们产生的散粒噪声来计算 g 因子,而且纳米管和金属电极的接触也会存在势垒,从而也产生散粒噪声. S_1 就是这两种散粒噪声之和.

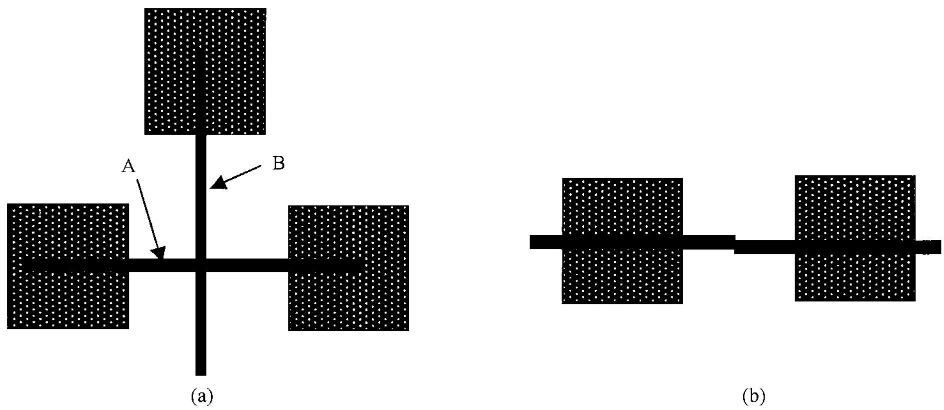

图 2　在待测碳纳米管上形成强势垒(a)利用另外一个纳米管(b)用 AFM 在纳米管形成一个结

将另外一根纳米管 B 移动到原先的纳米管 A 上,并与 A 交叉(如图 2(a)所示),在纳米管 B 上加电压,就会耗尽纳米管 A 中交点处的载流子,从而在纳米管 A 上形成一个势垒.或者直接通过 AFM 操作,在纳米管上形成一个结(如图 2(b)所示).这样纳米管上形成了一个势垒,电子通过隧穿跃过势垒,满足 $T_n \ll 1$.同样施加电流偏置 I,测出此时的散粒噪声 S_2,S_2 不仅包括隧穿此强势垒产生的散粒噪声,也包括上次测到的纳米管内杂质和缺陷产生的散粒噪声、纳米管-金属电极接触产生的散粒噪声,因此隧穿强势垒结构产生的散粒噪声 S 由下式给出:

$$S = S_2 - S_1. \tag{20}$$

通过(19)式,就可以计算出 Luttinger g 因子.

热噪声和散粒噪声都是器件的本征噪声,由于热噪声与温度成正比,高温下无法将热噪声与散粒噪声分离出来,因此整个测量需要在低温下进行,虽然(19)式理论上是在绝对零度下得出的,但是实际上不可能实现绝对零度,因此只能在液氦温度下,此时热噪声远小于散粒噪声,可以忽略不计,其结果已经接近绝对零度时.另外,由于实际纳米管总会存在电荷陷阱,再加上衬底电荷的影响,所以 $1/f$ 噪声在零频率下会很大,因此实际上不可能测出零频率下的散粒噪声.散粒噪声曾经一度被人们认为是白噪声,即与频率无关,可见其对频率的依赖性很小,所以实际测试中可以采用较高的频率,例如 f = 100MHz,此时,$1/f$ 噪声已经很小,可以忽略.

4. 结　　论

碳纳米管中电子输运可以用 LL 模型来描述,Luttinger g 因子是一个非常重要的参数,我们将 LL 系统等效成一个基本电荷为 ge 的 Fermi 系统,利用散射方法计算了碳纳米管中的散粒噪声,对于理想的纳米管,载流子是弹道输运,没有散粒噪声 ;如果存在一个强势垒,那么在绝对零度下,纳米管的零频率散粒噪声为 $2geI$.利用 AFM 在纳米管上构造一个强势垒,就可以通过测试其散粒噪声而计算出纳米管的 Luttinger g 因子.

[1]　Marc B *et al* 1999 *Nature* **397** 598
[2]　Sander J T *et al* 1998 *Nature* **394** 761
[3]　Fakultat F P *et al* 1999 *Phys*. *Rev*. *Lett*. **83** 5547
[4]　Kane C L and Fisher M P A 1994 *Phys*. *Rev*. *Lett*. **72** 724
[5]　Pham K V, Gabay M and Lederer P 2000 *Phys*. *Rev*. B **61** 16397

Luttinger parameter of carbon nanotubes investigated by shot noise experiment*

Zhang Zhi-Yong Wang Tai-Hong

(*Institute of Physics*, *Chinese Academy of Sciences*, *Beijing* 100080, *China*)

(Received 28 March 2003; revised manuscript received 20 May 2003)

Abstract

Fermi liquid model with elemental charge of e^* ($e^* = ge$) is used to describe the electrical transport in carbon nanotubes, so the scattering theory can be used to calculate the zero-frequency shot noise in nanotubes. When the temperature is 0K, the nanotube with a strong barrier has the shot noise of $2geI$. A new approach to measure the Luttinger g-factor of nanotubes is created: forming a strong barrier in nanotube, measuring its shot noise S, and then calculating the g-factor.

Keywords: carbon nanotube, Luttinger parameter, shot noise, scattering theory

PACC: 8160C, 7290, 7270, 7210

* Project supported by the Special Foundation for State Major Basic Research Program of China (Grant No. G2001CB3095), and the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 69925410 and 60236010).