

一种新的求解脑磁逆问题的搜索方法*

朱红毅 沈建其 李 军

(浙江大学光通讯联合实验室 现代光学仪器国家重点实验室 光及电磁波研究中心, 杭州 310027)

(2003 年 4 月 15 日收到 2003 年 5 月 26 日收到修改稿)

给出一种新的求解真实头模型下脑磁逆问题的搜索方法. 通过不同位置的源的相互关系, 由上一个搜索源的计算结果通过简单计算, 直接得到下一个搜索源的结果, 避免了繁琐耗时的边界元积分方法, 简化了求解过程, 提高了求解速度.

关键词: 脑磁图, 逆问题, 搜索方法

PACC: 8740, 0260, 4110D

1. 引 言

脑磁图是一种利用超导量子干涉仪(SQUID)在人头外测得的磁感应强度信息推断脑内神经元活动信息的技术^[1,2]. 求解脑磁图问题时, 通常采用的头模型有两种: 近似的球型导体模型和真实头形状导体模型. 采用球形导体模型求解简单、快速, 但是在解的精确性和适用性上有一定的缺陷^[3,4]. 采用真实头形状导体模型定位较为精确, 并且适用于源处于脑内各个位置的情况, 但是由于要采用边界元积分方法计算真实头形状导体边界面上大量节点的电势, 并对大矩阵(一般可达数千行)进行求逆运算, 在耗用内存和计算时间上相对球形导体模型都有较大的不足^[5,6].

自从 1970 年 Geselowitz 采用 Barnard 分区均匀假设, 给出了准静态近似下导体外磁感应强度的 Geselowitz 计算公式^[7]之后, 研究者提出和改善了各种求解 Geselowitz 公式的方法^[8-10], 这些方法在电势的计算精确性上获得了很好的结果, 但是都是建立在需要大量运算的边界元积分方法的基础上, 计算结果越精确, 边界元就需要划分得越精细, 计算时间和内存消耗就越大. 也有研究者提出了保持使用球形导体模型和真实头形状导体模型各自优点的方法, 仅仅在求解的最后阶段采用真实头形状模型, 粗

略求解时采用球对称导体模型的方法, 获得了较理想的求解精度, 同时较大程度节约了求解时间. 但是这种方法在求解真实头模型时依然不能避免边界元积分方法, 因此在这一阶段消耗的计算时间仍然较多^[5].

本文提出一种搜索过程中不需要采用边界元积分方法的真实头形状导体模型脑磁逆问题的求解方法. 通过源位于相邻不同位置时在头外产生的磁感应强度的关系, 根据源位于上一搜索位置时产生的磁感应强度, 直接计算出源位于下一个搜索位置时头外的磁感应强度值, 搜索过程中只需要采用边界元积分方法计算一次源位于初始搜索位置时的磁感应强度值, 其他搜索过程中不需要使用边界元积分方法, 简化了求解过程, 提高了求解速度.

2. 理 论

真实头形状导体模型下, 头外的磁感应强度可由下面两式求出^[2]:

$$\begin{aligned} B(\mathbf{x}) = & \frac{\mu}{4\pi} \mathbf{p} \times \frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}_p}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_p|^3} \\ & - \frac{\mu}{4\pi} \sigma \int_{\partial G} \phi(\mathbf{x}') n(\mathbf{x}') \\ & \times \frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}'}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|^3} dS', \end{aligned} \quad (1)$$

* 国家自然科学基金(批准号: 30000034 和 60372032)资助的课题.

$$\begin{aligned} \phi(\boldsymbol{x}) = & \frac{\boldsymbol{p} \cdot (\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_p)}{2\pi\sigma |\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_p|^3} \\ & + \frac{1}{2\pi} \int_{\partial G} \phi(\boldsymbol{x}') \frac{\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}'}{|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}'|^3} \\ & \cdot \boldsymbol{n}(\boldsymbol{x}) \mathrm{d}S', \end{aligned} \quad (2)$$

其中 \boldsymbol{x} 是测量点坐标, \boldsymbol{x}_p 是偶极子源坐标, \boldsymbol{p} 是偶极子源强度, μ , σ 分别是均匀头形状导体内的磁导率和电导率, ∂G 表示积分是在导体表面进行, $\boldsymbol{n}(\boldsymbol{x}')$ 是 \boldsymbol{x}' 处表面的外法线方向, $\phi(\boldsymbol{x}')$ 是 \boldsymbol{x}' 处的电势, $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{x})$ 是 \boldsymbol{x} 处的磁感应强度. 由(1)式可以看出, 磁感应强度等于偶极子源在无限大空间中产生的磁感应强度与 $\phi(\boldsymbol{x}')\boldsymbol{n}(\boldsymbol{x}')$ 构成的近似源产生的磁感应强度之和. 可以先考虑 \boldsymbol{x} 位于导体表面的情况, 通过离散化将(2)式展开为一个关于表面电势 $\phi(\boldsymbol{x}')$ 的多元线性方程组并求解出各节点的电势, 将结果代入(1)式, 即可求得头外的磁感应强度. 这也就是采用边界元积分方法求解脑磁问题的过程.

离散化后, 利用边界元积分方法求得的表面电势和头外磁感应强度的最终结果为^[11]

$$\begin{aligned} \phi(\boldsymbol{x}_n) = & \frac{\boldsymbol{p} \cdot (\boldsymbol{x}_n - \boldsymbol{x}_p)}{2\pi\sigma |\boldsymbol{x}_n - \boldsymbol{x}_p|^3} \\ & + \sum_{i=1, i \neq n}^N \left\{ \phi_i \frac{1}{2\pi} \int_{\Delta(\chi_{jk})} \frac{\boldsymbol{x}_n - \boldsymbol{x}'}{|\boldsymbol{x}_n - \boldsymbol{x}'|^3} \cdot \boldsymbol{n}(\boldsymbol{x}') \mathrm{d}S' \right\} \\ = & \phi_{x_n}(\infty) + \sum_{i=1, i \neq n}^N \{ \phi_i S_i \}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{B}(\boldsymbol{x}) = & \frac{\mu}{4\pi} \boldsymbol{p} \times \frac{\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_p}{|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_p|^3} \\ & - \sum_{i=1}^N \left\{ \phi_i \frac{\mu}{4\pi} \sigma \int_{\Delta(\chi_{jk})} \boldsymbol{n}(\boldsymbol{x}') \times \frac{\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}'}{|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}'|^3} \mathrm{d}S' \right\} \\ = & \boldsymbol{B}_x(\infty) + \sum_{i=1}^N \{ \phi_i S_i^B \}, \end{aligned} \quad (4)$$

其中

$$S_i = \frac{1}{2\pi} \int_{\Delta(\chi_{jk})} \frac{\boldsymbol{x}_n - \boldsymbol{x}'}{|\boldsymbol{x}_n - \boldsymbol{x}'|^3} \cdot \boldsymbol{n}(\boldsymbol{x}') \mathrm{d}S',$$

$$S_i^B = \frac{\mu}{4\pi} \sigma \int_{\Delta(\chi_{jk})} \boldsymbol{n}(\boldsymbol{x}') \times \frac{\boldsymbol{x}_n - \boldsymbol{x}'}{|\boldsymbol{x}_n - \boldsymbol{x}'|^3} \mathrm{d}S',$$

\boldsymbol{x}_n 是表面节点坐标, N 是表面划分的节点总数, $\Delta(\chi_{jk})$ 表示积分范围是以第 i 个节点为顶点的所有的三角形. 由(3)式可以看出, 导体表面第 n 个节点处的电势 $\phi(\boldsymbol{x}_n)$ 由两部分构成, 一部分为偶极子在无穷大空间产生的电势 $\phi_{x_n}(\infty)$, 另一部分为其他各节

点上的电势 ϕ_i 与一个由节点的几何性质决定的积分 S_i 的乘积的总和, 其中 S_i 只取决于三角元划分, 与源的位置无关. 可以看到, 计算两个不同位置的源在导体表面产生的电势时, 关于三角形内的积分部分 S_i 不变, 而两源在各节点上产生的电势值 ϕ_i 与 ϕ'_i 的差异也主要取决于节点与源坐标的差 $|\boldsymbol{x}_i - \boldsymbol{x}_p|$ 和 $|\boldsymbol{x}_i - \boldsymbol{x}'_p|$ 的不同. 当两个源的位置 $\boldsymbol{x}_p, \boldsymbol{x}'_p$ 相距很近, 即 $|\boldsymbol{x}_p - \boldsymbol{x}'_p| \ll |\boldsymbol{x}_n - \boldsymbol{x}_p| \approx |\boldsymbol{x}_n - \boldsymbol{x}'_p|$ 时, 他们在导体表面各节点处产生的电势 ϕ_i 和 ϕ'_i 基本相等. 这样 $\sum_{i=1, i \neq n}^N \{ \phi_i \cdot S_i \}$ 与 $\sum_{i=1, i \neq n}^N \{ \phi'_i \cdot S_i \}$ 也基本相等, 所以这两个相邻的源分别在导体节点处产生的电势只取决于 $\phi_{x_n}(\infty)$ 与 $\phi'_{x_n}(\infty)$ 的不同. 如果采用边界元方法计算出源位于一个位置时导体边界上第 j 个节点的电势值 $\phi_j(\boldsymbol{x}_n)$ 就可以首先用

$$\phi'_j(\boldsymbol{x}_n) = \phi_j(\boldsymbol{x}_n) - \phi_{x_p}(\infty) + \phi'_{x_p}(\infty) \quad (5)$$

直接求出源位于相邻点 \boldsymbol{x}'_p 时该节点的电势值. 如果这样计算出的第 i 个节点处的 $\phi'_i(\boldsymbol{x}_n)$ 与 $\phi_i(\boldsymbol{x}_n)$ 的差别较大, 则在计算其他各点新的电势值时, 相应地加上这一变化, 即

$$\begin{aligned} \phi'_i(\boldsymbol{x}_n) = & \phi_j(\boldsymbol{x}_n) - \phi_{x_p}(\infty) + \phi'_{x_p}(\infty) \\ & + \sum_{|\phi'_i(\boldsymbol{x}_n) - \phi_i(\boldsymbol{x}_n)| > \epsilon} (\phi'_i(\boldsymbol{x}_n) \\ & - \phi_i(\boldsymbol{x}_n)) \cdot S_i, \end{aligned} \quad (6)$$

其中 ϵ 是某一小量. 求出导体表面所有节点处新的电势 $\phi(\boldsymbol{x}_n)$ 之后, 因为在(4)式中 $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{x})$ 的 S_i^B 部分也是与源的位置无关的量, 类似地当已知源位于一个位置时, 在真实头形状导体外产生的磁感应强度值时, 可以得到源处于与该位置相邻位置时在导体外产生的磁感应强度, 即

$$\begin{aligned} \boldsymbol{B}'(\boldsymbol{x}) = & \boldsymbol{B}(\boldsymbol{x}) - \boldsymbol{B}_x(\infty) + \boldsymbol{B}'_x(\infty) \\ & + \sum_{|\phi'_i(\boldsymbol{x}_n) - \phi_i(\boldsymbol{x}_n)| > \epsilon} (\phi'_i(\boldsymbol{x}_n) - \phi_i(\boldsymbol{x}_n)) \cdot S_i^B. \end{aligned} \quad (7)$$

有了(6)和(7)式, 就可以采用优化方法来求解脑磁逆问题. 通过在导体内不断地移动源的位置, 分别计算导体外的磁感应强度, 并将计算结果与测量到的磁感应强度做比较, 取得最小磁感应强度差异的位置和强度就是所求的偶极子源的位置和强度. 在改变源位置的过程中, 每一个新的位置的磁感应强度值都只需要对上一位置的结果做简单运算即可得到, 避免了繁琐耗时的边界元积分方法.

3. 方 法

本文的求解将分两步进行,第一步首先完成偶极子源的定位,第二步在定位的基础上确定偶极子源的强度大小.假定分布在头外的 n 个探测器测得的磁感应强度值为一个 $1 \times n$ 的矩阵 B (SQUID 测得的磁感应强度值是法向的磁感应强度值),首先选取导体内某一点作为初始搜索位置,采用边界元积分方法(或者选取边界附近的一个点采用近似球模型计算,在边界附近近似球模型与真实头模型的计算结果基本没有差异^[5]),计算源位于此点时头外探测器位置处的法向磁感应强度值 B_c ,并计算 $|B_c - B|$ 的值,计算时假定偶极子源的方向为近似球模型内该点的切向方向(偶极子取切向方向时对头外磁感应强度值贡献最大),并且强度相同,这样不同位置的源产生的 B_c 与 B 的差异将主要由这些搜索位置和源的实际位置之间的差异决定.然后利用(6)和(7)式计算源位于初始位置附近某点时头外探测器位置的磁感应强度值,并计算新的 $|B_c - B|$,依法遍历整个导体,获得最小的 $|B_c - B|$ 源位置即是所求的源位置.在这一步求解中,为了进一步简化计算,可以将导体进行分区,源处于距近似球心较近距离导体边界较远的球形区域时(即源在头内较深的地方,如图 1A 区域),前后两个搜索位置之间的距离远小于源点与导体表面节点之间的距离,即 $|x_p - x'_p| \ll |x_n - x_p| \approx |x_n - x'_p|$,此时新电势的计算可以完全不考虑与边界有关的项,直接用(5)式得到,而对于源位于距边界较近的点时,可以过该点做该点与近似球心的连线的垂面,该垂面截到的导体部分内的

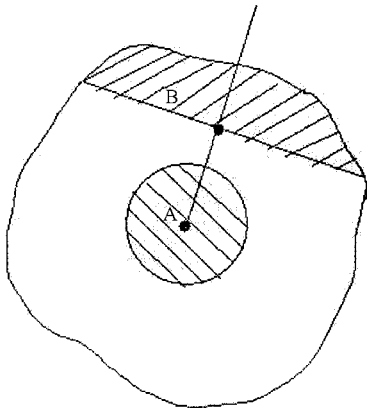


图 1 分区示意图

节点(图 1B 区域)即看作(6)式中 $|\phi_c(x'_n) - \phi_c(x_n)| > \epsilon$ 的点,并代入(6)和(7)式计算,即可获得结果.这样在计算中就将大量减少每次需要计算的 $\phi(\infty)$ 和 $B(\infty)$ 的点数,进一步提高计算速度.

在获得偶极子源的位置后,通过计算该点对应的引导场 L (lead field),并通过 $P = L^+ B$ 即可求出偶极子源的强度^[5,12,13],这里 L^+ 为 L 最小二乘意义下的伪逆.

4. 仿真结果

为了验证方法的有效性,首先计算了分别位于相邻位置(40; -60; 0)和(40; -60; -4)的两源在导体表面产生的电势和头外产生的磁感应强度值,见图 2 和图 3,两者的差的绝对值与两者绝对值的平均值比值分布见表 1.

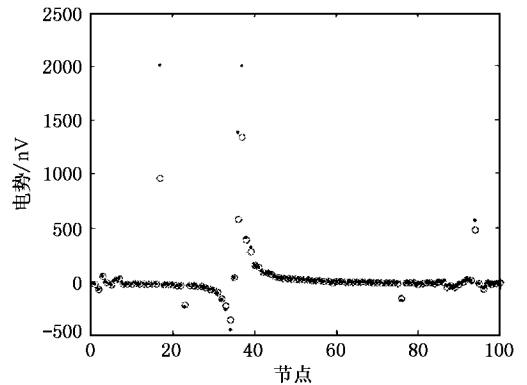


图 2 相邻位置两源分别在边界上各节点产生的电势值比较

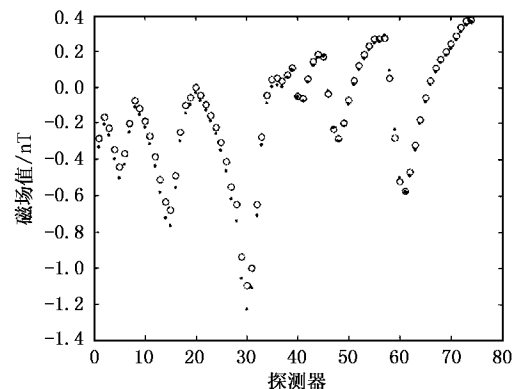


图 3 相邻位置两源分别在头外探测器位置产生的磁感应强度值比较

表 1 相邻位置两源产生的电势磁感应强度值的相对差异统计表

相对差异	最大值	大于 1(点数)	大于 0.5(点数)	大于 0.3(点数)	大于 0.2(点数)	大于 0.1(点数)	小于 0.01(点数)
表面电势(2588 点)	2(共 9 点)	16(0. 618%)	58(2. 241%)	142(5. 487%)	249(9. 621%)	600(23. 184%)	1988(76. 816%)
磁感应强度(74 点)	2(共 1 点)	4(5. 405%)	10(13. 514%)	15(20. 270%)	22(29. 730%)	54(72. 973%)	0(0. 000%)

图 2 和图 3 中圆圈和圆点分别表示位于(40 ; - 60 ; 0)和(40 ; - 60 ; - 4)两个源在导体表面产生的电势和导体外产生的磁感应强度值. 由图表可见, 两相邻位置的源在导体边界上产生的电势值的相对差异在高达 76. 816% 的节点上都低于 0. 01, 计算时它们对结果产生的影响可以忽略不计, 计算第二个源位置产生的电势时, 只需计算相对差异大于 0. 1 的 23. 184% 的节点上的积分, 即可保证较高的精度, 即采用(6)和(7)式计算相邻位置的源产生的磁感应强度是合理的. 为了图示清楚, 图 2 和图 4 中仅画了前 100 个节点的情况.

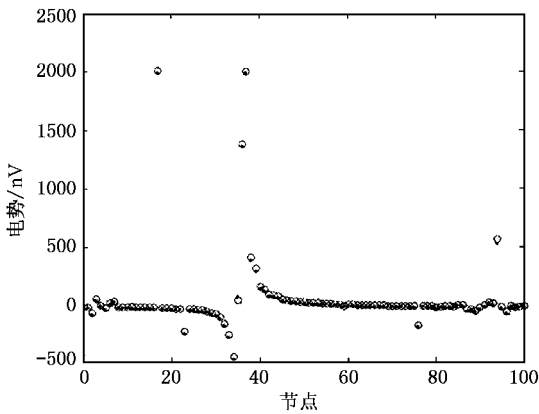


图 4 采用相邻源推进法与边界元积分方法计算的导体边界上电势值的比较

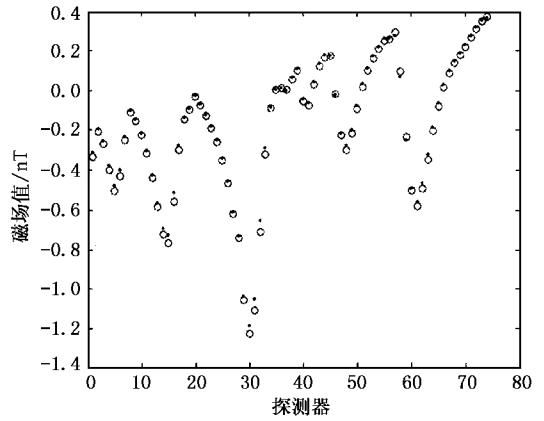


图 5 采用相邻源推进法与边界元积分方法计算的导体外磁感应强度值的比较

图 4 和图 5 中圆圈为采用边界元积分方法计算的值, 圆点为采用本文所介绍的根据相邻源的关系直接计算获得的值. 由图中可以看到, 采用两种方法电势的计算结果基本上完全重合, 而磁感应强度的计算结果在大部分位置完全重合, 少部分位置稍有差异. 本文介绍的方法完全可行.

采用本文所介绍的搜索方法分别对源位于表面附近到真实头形状导体的质心(- 1. 8615 ; - 8. 3378 ; - 11. 1746)附近近似均匀分布的 5 个位置进行了求解, 求解过程中, 以质心为球心作为初始点, 半径步长 $\Delta r = 1\text{mm}$, 空间角步长 $\Delta\theta = 0. 0515\text{rad}$, $\Delta\varphi = 0. 0628\text{rad}$, 结果如表 2 所示.

表 2 逆问题求解结果

源位置/mm	(40 ; - 60 ; 0)	(30 ; - 48 ; - 3)	(20 ; - 36 ; - 6)	(10 ; - 24 ; - 9)	(0 ; - 12 ; - 12)
源强度/nAm	[1 ; 0 ; 0]	[1 ; 0 ; 0]	[1 ; 0 ; 0]	[1 ; 0 ; 0]	[1 ; 0 ; 0]
搜索位置结果/mm	(37. 6 ; - 61. 2 ; 0. 4)	(32. 2 ; - 47. 3 ; - 2. 7)	(21. 6 ; - 36. 3 ; - 6. 2)	(10. 7 ; - 24. 1 ; - 9. 1)	(3 ; - 12. 1 ; - 11. 9)
计算强度结果/nAm	[1. 000 ; 0. 002 ; - 0. 003]	[0. 998 ; 0. 000 ; 0. 002]	[1. 000 ; 0. 002 ; - 0. 001]	[0. 999 ; - 0. 001 ; 0. 001]	[1. 000 ; 0. 001 ; 0. 000]

由表 2 可见, 对于各种情况, 本文所提方法都可以得到较为精确的结果, 其中如果选取的初始点与实际源位置较为贴近时, 结果更加准确, 这和迭代过程中, 误差逐渐加大有关, 但是总体而言都在可接受范围内. 计算中可以通过选择较多的参考点来减小这个误差.

本文利用源位于相邻位置时在头表面产生的电

势和头外产生的磁感应强度的相互关系, 由上一个源的计算结果通过较简单的计算直接得到下一个源位置的结果, 计算过程中避免了较为繁琐的边界元积分方法, 获得了较好的结果. 本文主要计算了一个源的情形, 对于多源情形, 可以采用在头内分区, 每个分区内的一点作为基准点, 采用边界元积分方法计算该点对应的磁感应强度值, 当搜索源位于该区

内时,就可以利用该点作为初始点,通过简单计算算出搜索源产生的磁感应强度.对于多源的详细求解情况,目前正在研究中.

-
- [1] Hari R and Lounasmaa O V 1989 *Science* **244** 432
 [2] Hamalainen M *et al* 1993 *Rev. Mod. Phys.* **65** 413
 [3] Hamalainen M and Jukka S 1987 *Phys. Med. Biol.* **32** 91
 [4] Huang M X, Mosher J C and Leahy R M 1999 *Phys. Med. Biol.* **44** 423
 [5] Li J, Zhu H Y and He S L 2001 *Med. Biol. Eng. Comput.* **39** 678
 [6] Zhu H Y, Li J and Luo B 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2393 (in Chinese) 朱红毅、李 军、罗 斌 2002 *物理学报* **51** 2393]
 [7] Geselowitz D B 1970 *IEEE Trans. Magn.* **6** 346
 [8] Oosterom A V and Strackee J 1983 *IEEE Trans. Biomed. Eng.* **30** 125
 [9] Meijs J W H *et al* 1989 *IEEE Trans. Biomed. Eng.* **36** 1038
 [10] De Munck J C 1992 *IEEE Trans. Biomed. Eng.* **39** 986
 [11] Ferguson A S, Zhang X and Stroink G 1994 *IEEE Trans. Biomed. Eng.* **41** 455
 [12] Mosher J C, Lewis P S and Leahy R M 1992 *IEEE Trans. Biomed. Eng.* **39** 541
 [13] Zhu H Y *et al* 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1812 (in Chinese) 朱红毅等 2003 *物理学报* **52** 1812]

A new search method to solve the magnetoencephalography inverse problem *

Zhu Hong-Yi Shen Jian-Qi Li Jun

(Joint Laboratory of Optical Communications , State Key Laboratory of Modern Optical Instrumentation , Centre for Optical and Electromagnetic Research , Zhejiang University , Hangzhou 310027 , China)

(Received 15 April 2003 ; revised manuscript received 26 May 2003)

Abstract

A new search method is presented to solve the magnetoencephalography (MEG) inverse problem in a realistic head model. This method is based on the relationship between the magnetic fields generated by two closely located current dipoles. If we know the magnetic field produced by a current dipole, we can get the magnetic field generated by another current dipole located in somewhere close to it through this relationship. Doing it again and again, we can calculate the magnetic field generated by the dipole located anywhere in the brain, and obtain the difference between the calculated magnetic field and the measured magnetic field. The place where the square of the difference is the least will be the solution to our problem. Compared with boundary element method, this method can get the accurate solution to MEG inverse problem simpler, as well as costing less time.

Keywords : magnetoencephalography, inverse problem, search method

PACC : 8740, 0260, 4110D

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 30000034 and 60372032).