

# 自聚焦克尔类电介质中非傍轴光束调制非稳的研究\*

冯 敏 卫 青 施解龙 薛 云

(上海大学理学院物理系, 上海 200436)

(2003 年 4 月 9 日收到, 2003 年 5 月 13 日收到修改稿)

将非傍轴效应等效为四阶空间色散、五阶非线性效应和自陡峭效应加以处理, 利用线性稳定法研究非傍轴光束在非线性克尔介质中的传播稳定性. 理论分析和数值模拟均表明, 入射功率  $P_0$  和非傍轴参量  $a$  决定非傍轴光束调制非稳增益谱呈现出三种不同的分布规律, 并给出相应判据以区分三种不同分布.

关键词: 非傍轴光束, 调制非稳, 增益谱, 克尔介质

PACC: 4265S, 4265, 0340K

## 1. 引 言

一般而言, 一束强光入射到非线性介质中, 引起介质折射率的变化通常与入射光强成正比. 此折射率变化反过来又会影响到入射光束的波面, 当折射率的感应变化导致入射光束产生会聚效应时, 就产生了自聚焦现象. 当自聚焦效应与衍射效应达到动态平衡时, 光束将在自感应波导中无衍射地传输, 称之为光束自陷<sup>[1]</sup>. 现有理论表明, 光束自陷是一种非稳状态, 当光束功率超出某一特定阈值时, 光束将发生灾难性的塌陷, 并最终聚焦于一点<sup>[2]</sup>. 然而, 对光束自聚焦现象的研究多数是在傍轴近似下导出的非线性薛定谔方程作为理论基础, 它给出的物理模型存在若干不足之处: 第一, 傍轴近似过高估计了非线性相移的波导修正<sup>[3]</sup>; 第二, 傍轴近似预示光束经过一段有限的距离传播后将崩塌于自聚焦点, 此时光强趋于无穷而光束半径则降为零, 显然与实际问题相悖<sup>[2]</sup>; 第三, 傍轴近似通常仅对衍射方向为横向的物理模型适用, 但在实际二维介质中, 衍射效应在横向和纵向均发生, 此时傍轴近似将打破这两个方向上空间坐标的对称性<sup>[4]</sup>. 鉴于傍轴近似在处理实际问题中存在着诸多局限性, 故近年来关于非傍轴光束非线性传输的理论研究得以蓬勃发展<sup>[5, 6]</sup>.

通常在不考虑矢量效应的情况下, 可直接从标量亥姆霍兹方程出发来分析非傍轴光束的传播, 此举即可简化问题的处理, 还可消除与实际问题相悖

的自聚焦塌陷的情况. 在上述方法基础上, 很多作者均侧重于对非傍轴光束整体自聚焦进行研究<sup>[7]</sup>, 但涉及非傍轴因素对光束传播稳定性的研究论文却不多见. 现关于此方面的研究工作<sup>[8]</sup>仅对非傍轴光束在非线性克尔介质中的传播稳定性给予了阐述, 指出非傍轴效应的出现令调制非稳的截止微扰频率、最快增长微扰频率和增益峰值均减小.

利用文献 [9] 中的结论, 将非傍轴效应等效为四阶空间色散、五阶非线性效应和自陡峭效应, 采用线性稳定法研究了非傍轴光束在非线性克尔介质中的传播稳定性, 指出非傍轴光束的调制非稳增益谱在不同条件下呈现出不同的分布规律, 且每种分布规律所表现出来的物理图像均与入射功率  $P_0$  和非傍轴参量  $a$  密切相关, 其相关特性可通过对调制非稳的截止微扰频率、最快增长微扰频率和增益峰值的描述反映出来. 本文的工作拓展了文献 [8] 中关于非傍轴效应对光束传播稳定性的理论探讨, 使得物理图像更为清晰, 物理内涵更为深刻.

## 2. 基本方程

考虑一束准单色的连续光波在非线性克尔介质中传播, 若不采用傍轴近似假设, 其电场包络一般满足非线性亥姆霍兹方程<sup>[10]</sup>,

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{i}{2k} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{in_2}{n_0} k |\phi|^2 \phi + \frac{i}{2k} \frac{\partial^3 \phi}{\partial z^2}. \quad (1)$$

\* 国家自然科学基金(批准号 60177020)和上海市教育委员会第四期重点学科资助的课题.

引入无量纲变量  $\xi = z/kx_0^2$ ,  $s = \sqrt{2}x/x_0$ ,  $u = kx_0\sqrt{\frac{n_2}{n_0}}\phi$ ,

将其代入(1)式,可得

$$\frac{\partial u}{\partial \xi} = \frac{i}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial s^2} + ia \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} + i|u|^2 u, \quad (2)$$

式中  $x_0$  为光束的任意空间宽度,  $a$  定义为非傍轴参量,可表示成<sup>[4]</sup>

$$a = \frac{1}{(kx_0)^2} = \frac{1}{4\pi^2 n_0^2} \left( \frac{\lambda_0}{x_0} \right)^2. \quad (3)$$

(3)式直观地反映出光束波长和其自身空间宽度之间的竞争关系是导致非傍轴效应产生的根本原因. 方程(2)右端第二项是非傍轴效应所致,如无该项作用,便是标准的非线性薛定谔方程.

方程(2)中非傍轴项是通过传输距离  $z$  的两阶偏导数体现出来. 一般而言,可将该项转化为利用对横向坐标的偏导数描述的形式. 此处借用文献[9]中利用多重尺度扰动法所得非傍轴项的近似表达式来作为我们分析问题的起点. 同时需要指出,在文献[11]中提供了另一种简便方法得到了与文献[9]相类似的表述形式.

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} = & -\frac{1}{4} \frac{\partial^4 u}{\partial s^4} - |u|^4 u - \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial^2}{\partial s^2} (|u|^2 u) \right. \\ & \left. + 2|u|^2 \frac{\partial^2 u}{\partial s^2} - u^2 \frac{\partial^2 u^*}{\partial s^2} \right]. \end{aligned} \quad (4)$$

方程(4)右端第一项为四阶空间色散,第二项为五阶非线性效应,第三项则表示自陡峭效应. 一般在光束宽度很小时才考虑非傍轴效应的作用,故方程(4)表明,当光束宽度不断变小时,高阶空间色散和高阶非线性效应才变得重要起来<sup>[11]</sup>.

### 3. 稳定性分析

下面我们采用线性稳定法对具有方程(2)所示的非傍轴项描述的光束稳定性问题加以研究. 首先给出满足方程(2)和(4)的稳态平面波解

$$u(s, \xi) = \sqrt{p_0} \exp(i\Phi_{nl}), \quad (5)$$

式中  $p_0$  为光束入射功率,  $\Phi_{nl}$  为光束空间非线性相位频移. 将(5)式代入方程(2)和(4)中,易得

$$\Phi_{nl} = (p_0 - ap_0^2)\xi. \quad (6)$$

现在来分析在(5)式描述的平面波解的振幅上施加一微扰后其保持稳定传播的条件. 设光束在任意传播距离上受微扰作用后连续平面波解的形式为

$$u(s, \xi) = [\sqrt{p_0} + \epsilon u_1(s, \xi)] \exp[i(p_0 - ap_0^2)\xi], \quad (7)$$

式中  $\epsilon$  是一实任意小量. 将(7)式代入方程(2)和(4)中,忽略小量  $\epsilon$  高次项作用,得到与  $\epsilon$  一次项相关联的方程,

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_1}{\partial \xi} = & \frac{i}{2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial s^2} + ip_0(u_1 + u_1^*) - \frac{ia}{4} \frac{\partial^4 u_1}{\partial s^4} \\ & - i2ap_0 \frac{\partial^2 u_1}{\partial s^2} - i2ap_0^2(u_1 + u_1^*). \end{aligned} \quad (8)$$

通常方程(8)具有如下微扰解<sup>[12]</sup>:

$$u_1(\xi, s) = c \cos(K\xi - \Omega s) + id \sin(K\xi - \Omega s). \quad (9)$$

式中  $K$  和  $\Omega$  分别表示微扰波数和横向微扰频率. 将(9)式代入方程(8)中,分离实部和虚部,得到关于参量  $c$  和  $d$  的两元齐次线性方程组,

$$Kc + \left( \frac{\Omega^2}{2} + \frac{a\Omega^4}{4} - 2ap_0\Omega^2 \right) d = 0, \quad (10a)$$

$$\left( 2p_0 - \frac{\Omega^2}{2} - \frac{a\Omega^4}{4} + 2ap_0\Omega^2 - 4ap_0^2 \right) c - Kd = 0. \quad (10b)$$

要使上述两元齐次线性方程组有非平庸解,要求其系数矩阵的行列式为零,进而得色散关系

$$\begin{aligned} K^2 = & -\Omega^2 \left( p_0 - \frac{\Omega^2}{4} \right) - \Omega^2 a \left[ 8ap_0^3 - 6p_0^2 \right. \\ & \left. + \Omega^2 \left( \frac{5p_0}{2} - 5ap_0^2 \right) + \Omega^4 \left( ap_0 - \frac{1}{4} \right) - \frac{a\Omega^6}{16} \right]. \end{aligned} \quad (11)$$

鉴于此处讨论侧重于突出非傍轴效应的作用,故(11)式中关于  $a$  两次项作用不被忽略的处理在物理上是可行的.(11)式等号右端第一项是傍轴近似下调制非稳的指数增长率,第二项则表示非傍轴项的贡献. 当  $a=0$  时,其结果与傍轴近似下关于调制非稳的结论相一致<sup>[12]</sup>. 引入调制非稳的增益谱函数  $g(\Omega) = 2\ln(k)$ , 则有

$$g(\Omega) = 2\ln \sqrt{\left( p_0 - \frac{\Omega^2}{4} \right) + a \left[ 8ap_0^3 - 6p_0^2 + \Omega^2 \left( \frac{5p_0}{2} - 5ap_0^2 \right) + \Omega^4 \left( ap_0 - \frac{1}{4} \right) - \frac{a\Omega^6}{16} \right]}. \quad (12)$$

观察(11)式,若要产生调制非稳现象,其微扰波数  $K$  必为虚数,此时微扰沿传播方向呈指数形式增长,则

需满足如下条件:

$$\frac{a^2 \Omega^6}{16} - \left( a^2 p_0 - \frac{1}{4} a \right) \Omega^4 - \left( \frac{5ap_0}{2} - 5a^2 p_0^2 - \frac{1}{4} \right) \Omega^2 - (8a^2 p_0^3 - 6ap_0^2 + p_0) = (\Omega^2 - \Omega_{1c}^2) (\Omega^2 - \Omega_{2c}^2) (\Omega^2 - \Omega_{3c}^2) \leq 0, \quad (13)$$

式中

$$\Omega_{1c}^2 = 4p_0, \quad (14a)$$

$$\Omega_{2c}^2 = \frac{2}{a}(4ap_0 - 1), \quad (14b)$$

$$\Omega_{3c}^2 = \frac{2}{a}(2ap_0 - 1). \quad (14c)$$

在以下讨论中 均认为截止微扰频率  $\Omega_j$  ( $j$  为 1 2 和 3) 的选择为正实数.

下面根据  $\Omega_j^2$  的大小将非傍轴光束调制非稳的增益谱分为两种类型.

$$(1) \Omega_{1c}^2 \geq \Omega_{2c}^2 > \Omega_{3c}^2$$

根据上述不等式要求, 可将调制非稳增益谱随横向微扰频率  $\Omega$  的分布规律分三个阶段来描述. 第一阶段中, 在符合  $\Omega_{1c}^2$  为正值的横向微扰频率范围内  $\Omega_{2c}^2$  和  $\Omega_{3c}^2$  的取值皆为负, 此时  $ap_0 < 0.25$ . 发生调制非稳增益的频率出现在区间  $[-2\sqrt{p_0}, 2\sqrt{p_0}]$  上. 以  $\Omega > 0$  的那支增益旁瓣为例, 可得增益带宽为  $2\sqrt{p_0}$ . 由此可见, 在该区域内增益宽度仅与入射功率  $p_0$  有关, 两者的变化成正比关系, 且非傍轴作用对其变化不产生影响. 随后, 随着微扰频率  $\Omega$  的增大, 在符合  $\Omega_{1c}^2$  和  $\Omega_{2c}^2$  为正值的横向微扰频率范围内  $\Omega_{3c}^2$  的取值为负, 增益旁瓣逐渐向坐标原点两侧缓慢移动, 此时发生调制非稳增益的频率出现在区间  $[-2\sqrt{p_0}, -\frac{\sqrt{2a(4ap_0-1)}}{a}]$  和  $[\frac{\sqrt{2a(4ap_0-1)}}{a}, 2\sqrt{p_0}]$  上. 同理, 可计算出  $\Omega > 0$  时那支旁瓣的增益带宽为

$$\Omega_{1c} - \Omega_{2c} = 2\sqrt{p_0} - \frac{\sqrt{2a(4ap_0-1)}}{a}. \quad (15)$$

显然, 需同时满足增益宽度和(15)式中平方根内代数式为正的两个条件, 则可得  $0.25 \leq ap_0 \leq 0.5$ . 该不等式指出, 在第二阶段中, 当非傍轴参量  $a$  给定时, 入射功率  $p_0$  被限制在区间  $[\frac{0.25}{a}, \frac{0.5}{a}]$  上, 其增益宽度随入射功率的增加在区间  $[2\sqrt{p_0}, 0]$  内呈递减变化. 当微扰频率  $\Omega$  继续增大到  $\Omega_{1c}^2$ ,  $\Omega_{2c}^2$  和  $\Omega_{3c}^2$  的取值均为正时, 此时  $ap_0 > 0.5$ , 已不满足条件  $\Omega_{1c}^2 \geq \Omega_{2c}^2 > \Omega_{3c}^2$ .

$$(2) \Omega_{2c}^2 \geq \Omega_{1c}^2 > \Omega_{3c}^2$$

由上述不等式可以得到, 当  $\Omega_{1c}^2$ ,  $\Omega_{2c}^2$  和  $\Omega_{3c}^2$  均为正值时,  $ap_0 > 0.5$ . 在该区域内, 发生调制非稳的频率区间分布在  $[-\frac{\sqrt{2a(4ap_0-1)}}{a}, -2\sqrt{p_0}]$ ,  $[-\sqrt{\frac{2}{a}(2ap_0-1)}, \sqrt{\frac{2}{a}(2ap_0-1)}]$  和  $[2\sqrt{p_0}, \frac{\sqrt{2a(4ap_0-1)}}{a}]$  上, 故会同时出现两种增益旁瓣, 其增益宽度分别为  $\frac{\sqrt{2a(4ap_0-1)}}{a} - 2\sqrt{p_0}$  和  $\sqrt{\frac{2}{a}(2ap_0-1)}$ .

在调制非稳理论中, 最快增长微扰频率和最大峰值增益是考察增益谱特性的两个重要特征量<sup>[12]</sup>. 将(12)式关于  $\Omega$  求导, 并令其为零, 可得

$$\frac{a^2 \Omega^6}{2} + \left( \frac{3a}{2} - 6a^2 p_0 \right) \Omega^4 + (20a^2 p_0^2 + 1 - 10ap_0) \Omega^2 + 12ap_0^2 - 16a^2 p_0^3 - 2p_0 = 0. \quad (16)$$

由此可得最快增长微扰频率  $\Omega_{\max}$ ,

$$\Omega_{\max 1} = \frac{1}{a} \sqrt{a(4ap_0 - 1) + \sqrt{1 - 4ap_0 + 8a^2 p_0^2}}, \quad (17a)$$

$$\Omega_{\max 2} = \frac{1}{a} \sqrt{a(4ap_0 - 1) - \sqrt{1 - 4ap_0 + 8a^2 p_0^2}}, \quad (17b)$$

$$\Omega_{\max 3} = \frac{1}{a} \sqrt{a(4ap_0 - 1)}. \quad (17c)$$

将(17c)式代入(12)式, 得到由  $\Omega_{\max 3}$  所确定的增益峰值表达式

$$g_{\max 3}(\Omega) = \frac{\sqrt{1 - 4ap_0}}{2a} |\sqrt{4ap_0 - 1}|. \quad (18)$$

由(18)式可知, 要求  $1 - 4ap_0$  同时大于和小于零, 显然不可能, 由此可得结论: 由  $\Omega_{\max 3}$  确定的增益峰值并不存在.

### 4. 数值模拟分析

以上从理论上分析了非傍轴光束的调制非稳增益谱在条件  $0 < ap_0 < 0.25$ ,  $0.25 \leq ap_0 \leq 0.5$  和  $ap_0 > 0.5$  下呈现出三种不同的分布规律. 为了能更为直观地理解, 以下采用数值模拟方法对此展开讨论.

首先固定入射功率  $p_0$  的取值, 讨论非傍轴参量  $a$  的变化对调制非稳增益谱所产生的影响. 取  $p_0 =$

12 W 通过上述结论可分别绘出  $a$  在区间  $[0, \frac{1}{48}]$ ,  $[\frac{1}{48}, \frac{1}{24}]$  和  $[\frac{1}{24}, \infty)$  的范围内调制非稳增益谱随横向微扰波数  $\Omega$  的变化曲线,如图 1—图 3 所示.

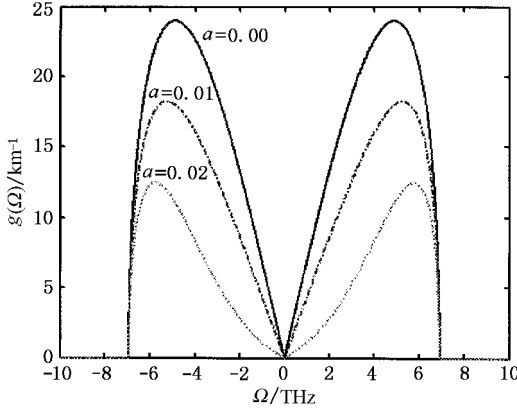


图 1 当  $p_0 = 12 \text{ W}$ ,  $a$  分别取 0, 0.01, 0.02 时,调制非稳增益谱  $g(\Omega)$  随微扰频率  $\Omega$  的变化规律

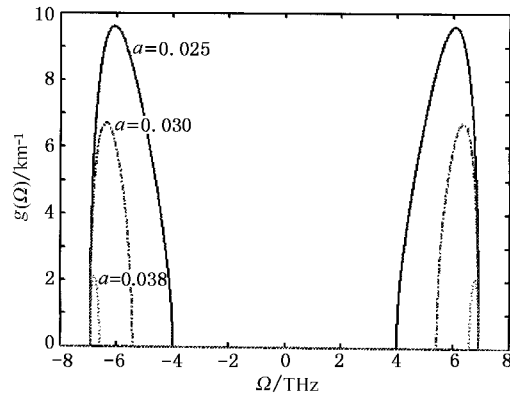


图 2 当  $p_0 = 12 \text{ W}$ ,  $a$  分别取 0.025, 0.030, 0.038 时,调制非稳增益谱  $g(\Omega)$  随微扰频率  $\Omega$  的变化规律

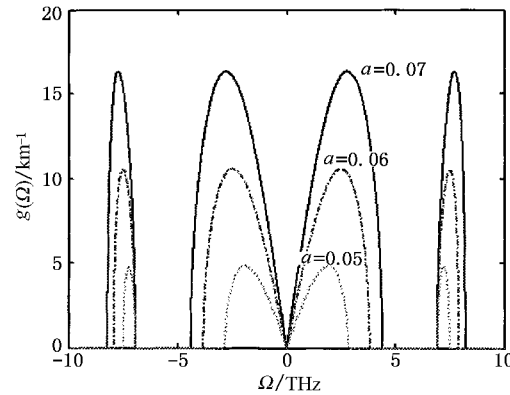


图 3 当  $p_0 = 12 \text{ W}$ ,  $a$  分别取 0.05, 0.06, 0.07 时,调制非稳增益谱  $g(\Omega)$  随微扰频率  $\Omega$  的变化规律

为了更好地配合图 1—图 3 的分析,我们亦分别给出了在不同入射功率  $p_0$  下,由最快增长微扰频率  $\Omega_{\text{max}1}$  和  $\Omega_{\text{max}2}$  确定的第一增益峰值  $g_{\text{max}1}(\Omega)$  和第二增益峰值  $g_{\text{max}2}(\Omega)$  随非傍轴参量  $a$  的变化曲线,如图 4、图 5 所示.

图 1—图 3 表明:在  $a$  的三个不同区间内均出现第一增益旁瓣,而第二增益旁瓣仅在  $a$  的第三个区间上才出现.第一阶段内,第一增益旁瓣的峰值随  $a$  的不断增大呈现出递减趋势,但增益宽度却不随之发生变化.第二阶段内,增益旁瓣随  $a$  的增大不断向坐标原点两侧缓慢移动,其增益峰值和增益带宽在第一阶段基础上均继续减小,直至在  $a = \frac{1}{24}$  处降为零,此时调制非稳完全被抑制.在第三阶段内,第一和第二增益旁瓣在坐标轴上不同位置处(前者在原点两侧远离原点处,后者则紧挨原点两侧)同时出现,且随  $a$  的增加两者的增益峰值均不断增大.上述讨论均在假定入射功率  $p_0$  不变的前提下作出.

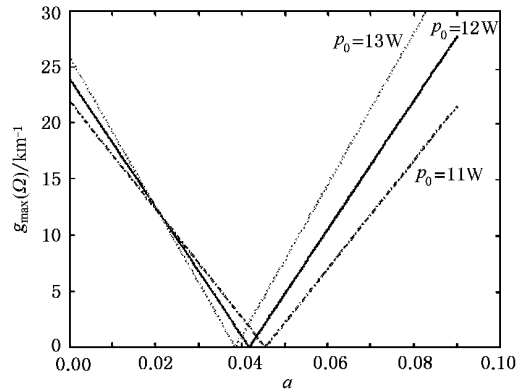


图 4 在不同入射功率  $p_0$  下,第一增益峰值随非傍轴参量  $a$  的变化曲线

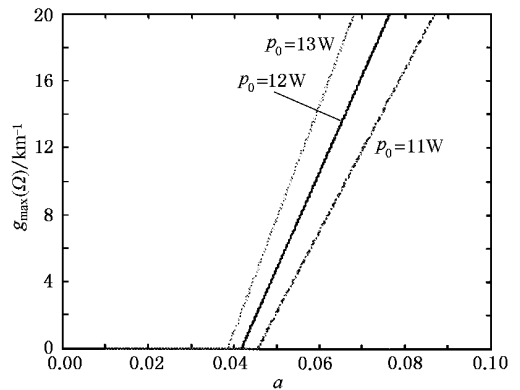


图 5 在不同入射功率  $p_0$  下,第二增益峰值随非傍轴参量  $a$  的变化曲线

关于图 1—图 3 所示物理图像的分析亦可由图 4、图 5 直观地反映出来. 另外, 由图 4、图 5 可知, 非傍轴效应和入射功率之间存在着强烈的竞争关系, 即入射功率的不断加大会抑制非傍轴效应对调制非稳带来的负面效应. 这在图 4、图 5 中表现为坐标的横轴截距不断减小, 纵轴截距则相应变大.

下面给定非傍轴参量  $a$  的取值, 来讨论入射功率  $p_0$  的变化对调制非稳增益谱产生的影响. 取  $a = 0.05$ , 亦可通过上述结论分别绘出  $p_0$  在区间  $[0W, 5W]$ 、 $[5W, 10W]$  和  $[10W, \infty)$  范围内调制非稳增益谱随横向微扰波数  $\Omega$  的变化曲线, 如图 6—图 8 所示.

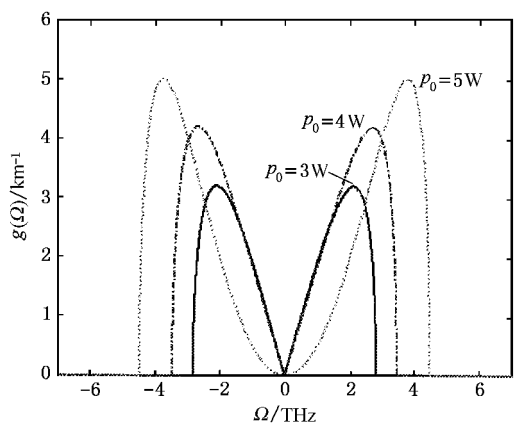


图 6 当  $a = 0.05$ ,  $p_0$  分别取 3 W 和 5 W 时, 调制非稳增益谱  $g(\Omega)$  随微扰频率  $\Omega$  的变化规律

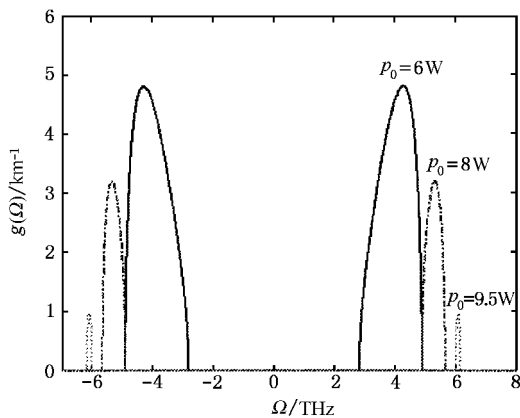


图 7 当  $a = 0.05$ ,  $p_0$  分别取 6 W 和 9.5 W 时, 调制非稳增益谱  $g(\Omega)$  随微扰频率  $\Omega$  的变化规律

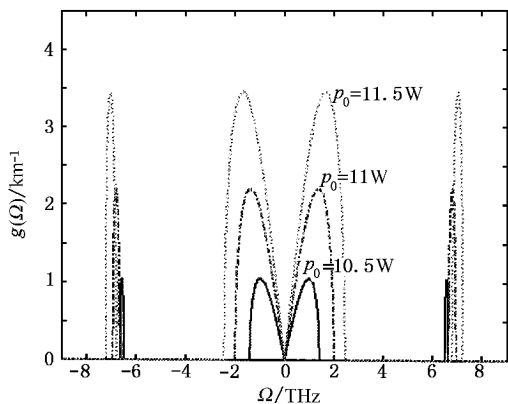


图 8 当  $a = 0.05$ ,  $p_0$  分别取 10.5, 11 和 11.5 W 时, 调制非稳增益谱  $g(\Omega)$  随微扰频率  $\Omega$  的变化规律

功率  $p_0$  的变化曲线. 图 6—图 8 表现出的三种不同分布规律在图 9、图 10 中亦可清晰地体现出来.

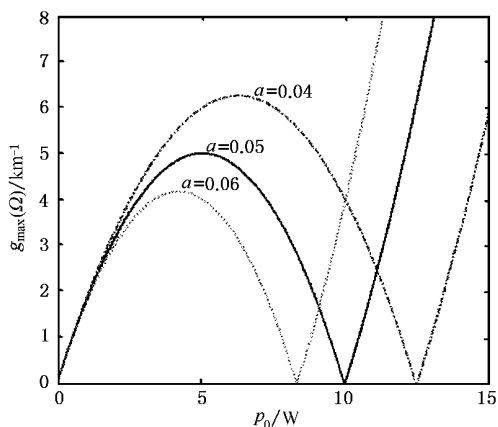


图 9 在不同非傍轴参量  $a$  下, 第一增益峰值随入射功率  $p_0$  的变化曲线

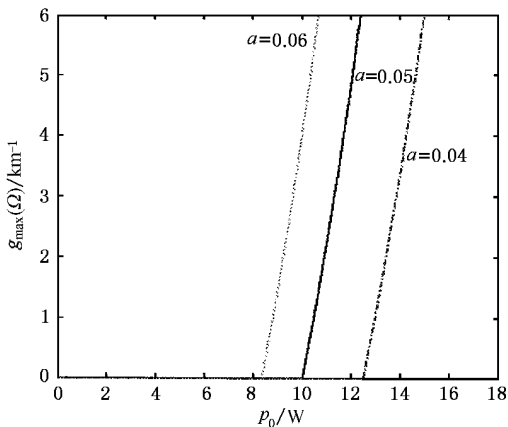


图 10 在不同非傍轴参量  $a$  下, 第二增益峰值随入射功率  $p_0$  的变化曲线

图 9、图 10 描绘的是在不同非傍轴参量  $a$  的取值下, 由最快增长微扰频率  $\Omega_{max1}$  和  $\Omega_{max2}$  确定的第一增益峰值  $g_{max1}(\Omega)$  和第二增益峰值  $g_{max2}(\Omega)$  随入射

在第一阶段( $0W < p_0 \leq 5W$ ),只出现第一增益旁瓣,其增益峰值和增益宽度均随入射功率  $p_0$  的增大而增加.将  $p_0 = 5W$  作为分界点,增益谱在其两侧出现完全不同的变化规律.在第二阶段( $5W < p_0 \leq 10W$ ),仍只出现第一增益旁瓣,其增益峰值随入射功率  $p_0$  的变化规律与第一阶段截然相反,呈现出递减趋势,直至在  $p_0 = 10W$  处降为零,此时调制非稳完全被抑制.此时在该范围内增益宽度的变化也具有同样规律.在第三阶段( $p_0 > 10W$ ),第一和第二增益旁瓣同时出现,两者的增益峰值和增益宽度均随  $p_0$  的增加从无到有,不断增大.但两增益旁瓣的中心位置却不尽相同,此点在图 3 中亦有反映,为避免重复,此处不再赘述.上述结论均在假设非傍轴参量  $a$  不变的前提下得到的.

另外,由图 9、图 10 可见,不管非傍轴参量  $a$  取何值,第一和第二增益旁瓣的峰值都随入射功率  $p_0$  的增大而无限增大,并无类似傍轴近似下所呈现出的饱和现象.进一步分析可知,非傍轴效应对非线性

介质的饱和效应起到抑制作用,这将更有利于调制非稳的产生,使得实验上也更易于观察到亮孤子的形成.类似现象在文献 [13] 有所提及.

## 5. 结 论

借助文献 [9] 关于非傍轴项的近似表述,采用线性稳定法,对自聚焦克尔类电介质中非傍轴光束的调制非稳现象进行了研究.导出了调制非稳增益谱函数的数学表达式,并以此为基础展开分析.理论分析和数值模拟的结果均表明:非傍轴光束调制非稳增益谱在条件  $0 < ap_0 < 0.25$ ,  $0.25 \leq ap_0 \leq 0.5$  和  $ap_0 > 0.5$  下呈现出三种不同的分布规律,且每种分布规律表现出来的物理图像均与入射功率  $p_0$  和非傍轴参量  $a$  密切相关.本文的理论结果是基于对调制非稳截止微扰频率的分析得到的,而数值模拟则侧重于对最快增长微扰频率和增益峰值的阐述,两者结论完全一致.

- [ 1 ] Chiao R H , Garmire E , Townes C H 1964 *Phys. Rev. Lett.* **13** 479
- [ 2 ] Feit M D , Fleck J A 1998 *J. Opt. Soc. Am.* **5** 633
- [ 3 ] Anderson D , Bonnedi M 1979 *Phys. Fluids* **22** 105
- [ 4 ] Chamorro-Posada P , McDonald G S 1998 *J. Mod. Opt.* **45** 1111
- [ 5 ] Akhmediev N , Ankiewicz A , Soto-Crespo J M 1993 *Opt. Lett.* **18** 411
- [ 6 ] Chamorro-Posada P , McDonald G S 2001 *Opt. Comm.* **1** 192
- [ 7 ] Fibich G 1996 *Phys. Rev. Lett.* **76** 4356

- [ 8 ] Wen S C , Fan D Y 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 460( in Chinese ) [ 文双春、范滇元 2000 物理学报 **49** 460 ]
- [ 9 ] Blair S , Wanger K 1998 *Opt. Quantum. Electron.* **30** 697
- [ 10 ] Chamorro-Posada P , McDonald G S 2000 *J. Mod. Opt.* **47** 1877
- [ 11 ] Wen S C , Fan D Y 2001 *Chinese J. Lasers* **28** 1066( in Chinese ) [ 文双春、范滇元 2001 中国激光 **28** 1066 ]
- [ 12 ] Agrawal G P 2001 *Nonlinear Fiber Optics* ( California : Academic Press ) Chap 5
- [ 13 ] Fibich G , Han B 2003 *Phys. Rev. E* **67** 36622

# Modulation instability of non-paraxial beams for self-focusing Kerr media<sup>\*</sup>

Feng Min Wei Qing Shi Jie-Long Xue Yun

( *Department of Physics , School of Science , Shanghai University , Shanghai 200436 , China* )

( Received 9 April 2003 ; revised manuscript received 13 May 2003 )

## Abstract

Propagation stability of non-paraxial beam in nonlinear Kerr media is investigated by using the linear stability method. Both theoretical analysis and numerical simulation show that the modulation instability gain spectrum has three different distribution features , which are determined by  $ap_0$  , where  $a$  and  $p_0$  represent the non-paraxial parameter and the incident power , respectively. Furthermore , the corresponding criterion is given to distinguish the three different distributions.

**Keywords** : non-paraxial beam , modulation instability , gain spectrum , Kerr media

**PACC** : 4265S , 4265 , 0340K

---

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China( Grant No. 60177020 ) and the Funds for Key Program from the Education Committee of Shanghai , China.