第 53 卷 第 5 期 2004 年 5 月
1000-3290/2004/53(05)/1299-06

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.53,No.5,May,2004

基于近邻轨道平均长度的混沌时间序列分类方法

夏恒超† 詹永麒

(上海交通大学机械与动力工程学院,上海 200030)

(2003 年 6 月 30 日收到;2003 年 8 月 1 日收到修改稿)

在混沌时间序列的复原图(recurrence plot, RP)基础上,提出了两混沌时间序列的相干复原图(cross recurrence plot, CRP)的定义,并在 CRP 上提取出两时间序列在同一重构相空间中演化趋势接近的轨道的平均长度(近邻轨道平均长度),最终实现对混沌时间序列的分类.通过对 Lorenz 信号的分析,得出两时间序列的近邻轨道平均长度随着它们的重构轨道在相空间中的演化相似性的减小而减短.通过本方法与 Schreiber 提出的相干预测误差分类方法对心电信号(ECG)的节律变化的检测实验,得出:对波形差异较大的不同节律 ECG 信号,两种方法都能有效地进行分类;而对波形差异较小的不同节律 ECG 信号,近邻轨道平均长度分类方法更有效.

关键词:时间序列分类,复原图,相干复原图,近邻轨道平均长度,相干预测误差

PACC:0520,0545

1.引 言

混沌时间序列分析中的一个重要课题是如何对来自不同系统的,或者是同一系统的不同状态的时间序列进行分类,从而实现对系统或状态的分类.通常,用线性分析方法很难对混沌时间序列进行分类.近二十年来,随着非线性动力学研究的发展,出现了很多非线性分类方法,如时间序列的分维数、Lyapunov 指数及复杂度[1—6]等技术,但这些技术一般需要有很长的数据才能保证计算结果的准确性,且其计算量较大,除此之外,由于以上参数只是非线性系统某一方面的指标,故不能完整描述系统的全部信息.

为了摆脱数据长度的限制,Faure 和 Marwan[7,8]等通过时间序列的复原图(RP)或相干复原图(CRP)来估算系统的 Lyapunov 指数和信息熵;而 Schreiber[9,10]提出的相干预测误差(cross-prediction error, CPE)方法,则通过直接比较时间序列的重构轨道在相空间中的演化相似性对时间序列进行分类,此方法不但大大缩短了所需的数据长度,也全面的利用了系统的信息.受此方法的启发,我们在两个时间序列的 CRP 上,提取出反映两时间序列的重构轨道的演化相似性的参数,进而对它们进行分类.

本文首先对 RP 和 CRP 进行介绍,然后重点讲述如何从 CRP 中提取出反映两轨道演化相似性的近邻轨道平均长度指标,最后,将本方法和 Schreiber 提出的相干预测误差方法应用于心电时间序列分类中,并对它们的结果进行比较分析.

2.RP

RP 是通过从系统中提取的时间序列重现系统动力学行为的方法之一.通过选择合适的嵌入维数和时间延迟,可以从系统的一维时间序列重构出向量和系统的相空间,如时间序列为 $X=\{x_i, i=1,\cdots,N\}$,嵌入维数为 m,时间延迟为 τ,则有重构向量为序列为

$$\{\boldsymbol{x}_i, i=(m-1)\times\tau,\cdots,N\},\qquad(1)$$

其中 $\boldsymbol{x}_i=(x_{i-(m-1)\times\tau}, x_{i-(m-2)\times\tau},\cdots,x_i)$,在 m 维相空间中表现为一点.RP 由这些相空间中的任意两点之间的距离来描述:

$$R_{i,j}=\theta(\varepsilon-\|\boldsymbol{x}_i-\boldsymbol{x}_j\|),\qquad(2)$$

式中,ε 为一预先确定的常数,表示临界距离;符号 $\|\cdot\|$ 表示取向量的范数;$\theta(x)$ 是 Heaviside 函数.当 $R_{i,j}$ 的值为 1 时,在 RP 中的 (i,j) 位置上表示为一个黑点;当值为 0 时,则表示为一个白点.图 1(a)显示

† E-mail:shhengchao@sohu.com;电话:021-38953681 转 22.

了一段采样率为 200Hz，长度为 400 的 ECG 信号，图 1(b)显示了该 ECG 信号的 RP，计算中嵌入维数 m 和时间延迟 τ 均取 3，临界距离 ε 取所有向量距离中最大值的 5% .

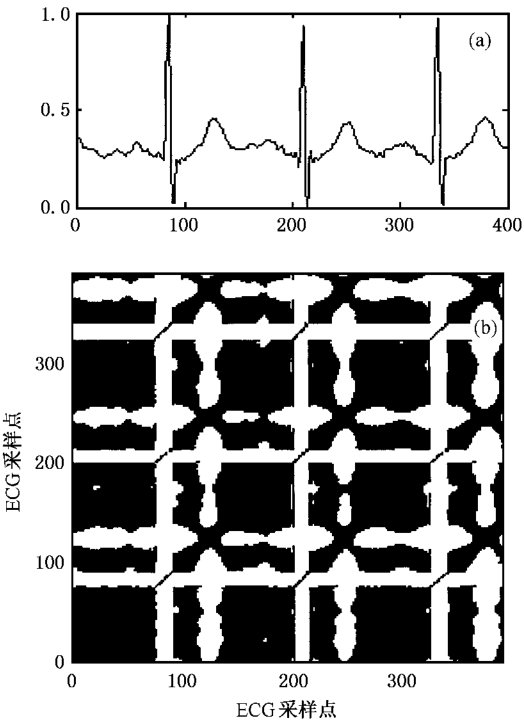

图 1 ECG 信号(a)及其 RP(b)

在 RP 上出现的图形大致可以分为三类 :对角线段(与主对角线平行或重合的线段)、竖直或水平线段和孤立点，这三类图形包含了不同的动力学含义. RP 上的对角线段表示时间序列的重构轨道在延迟一定时间后在某一时间跨度内的演化相似，设对角线起点为(i, j)，长度为 l，则该对角线段表示时间延迟为$|i-j|$的两轨道 $\{x_i, x_{i+1}, \cdots, x_{i+l-1}\}$和$\{x_j, x_{j+1}, \cdots, x_{j+l-1}\}$具有相似的动力学行为 ;起点为$(i, j)$，长度为 l 的竖直线表示轨道上点 x_i 和轨道$\{x_j, x_{j+1}, \cdots, x_{j+l-1}\}$具有相似的动力学行为. 类似的，水平线则表示轨道上点 x_j 和轨道具 $\{x_i, x_{i+1}, \cdots, x_{i+l-1}\}$有相似的动力学行为 ;RP 上的孤立点表示了偶发的动力学行为.

至今，用来描述 RP 的特征量主要包括重现比例(recurrence ratio)、确定性参数(determinism)、最长对角线、熵和趋势分析[11,12] . 但由于这些特征量无法精细地刻画系统或状态，所以没有能够在实际中得到很好的应用，如在混沌时间序列分类中.

3. CRP

CRP 是由 RP 扩展提出的，用来比较两个时间序列的动力学行为. 设两时间序列的重构向量序列分别为 $\{x_i, i=1, \cdots, N\}$和 $\{y_i, i=1, \cdots, M\}$，把它们嵌入到同一个相空间中，CRP 由两条轨道上点与点之间的距离来描述：

$$CR_{i,j} = \theta(\varepsilon - \| x_i - y_j \|), \tag{3}$$

式中，参数 ε、符号$\|\cdot\|$及 $\theta(x)$分别与(2)式中的 ε、符号$\|\cdot\|$及 $\theta(x)$有同样的意义. 所以，CRP 是由 $N \times M$ 个黑点或白点构成，和 RP 一样，CRP 也可认为由对角线段、竖直或水平线段和孤立点三类图形构成. CRP 上的对角线段表示了两时间序列的相似轨道，不难理解，当两时间序列完全相同时，在 CRP 上将出现一条连续的主对角线 ;而当两时间序列有很大区别时，将不出现任何对角线段. 在以下论述中，假设两时间序列有同样的长度，此时，CRP 将是一个 $N \times N$ 的矩阵.

4. 近邻轨道平均长度的提取

在 CRP 中，对角线段表示了两个时间序列的重构轨道在某一时间跨度内演化的相似性. 从 CPR 上的所有对角线段中提取出这样一个集合，使其满足以下三点要求：

1) 对角线段长度大于临界长度 l；

2) 所有对角线段在水平轴线和垂直轴线上的投影互不相交或重合；

3) 集合内各对角线段长度总和达到最大值.

我们称此集合为近邻轨道集合，集合内的对角线段称为近邻轨道. 设图 2 是一个简单的 CRP，由 a, b, c, d 四条对角线段构成，且它们的长度都大于 l，可见只有集合 $\{a, c, d\}$是一个近邻轨道集合，而其他如 $\{a, c\}$，$\{a, d\}$等不符条件 3)；$\{a, b, d\}$不符合条件 2)，因为 a 和 b 在垂直轴线上的投影重合. 然而，一个 CRP 的近邻轨道集合并不一定是惟一的，如图 3 所示的 CRP，集合 $\{b\}$和 $\{a, c\}$等都是近邻轨道集合. 所以，为了得到惟一的近邻轨道集合，并考虑到近邻轨道的连续性，优先提取最长的近邻轨道，其步骤具体如下：

1)选择长度大于临界长度 l 的对角线段，如果没有符合长度要求的对角线段，则结束；

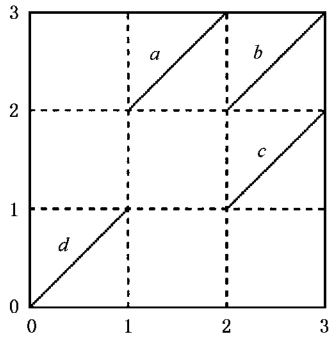

图 2　由 4 条对角线段组成的 CRP

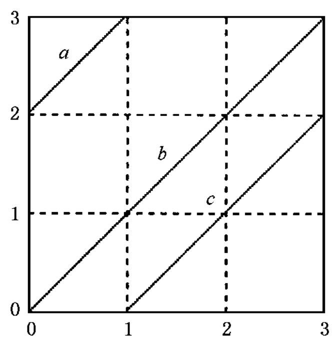

图 3　由 3 条对角线段组成的 CRP

2)提取出其中最长的对角线段,使其成为集合中的新近邻轨道;

3)修改其他对角线段:如果对角线段在水平或垂直轴线上的投影被最长对角线段在水平或垂直轴线上的投影所包含,则把该对角线段长度置 0;如果被最长对角线段在水平或垂直轴线上投影部分包含,则从对角线段上把该包含部分截掉.最长对角线段长度置 0,返回步骤 1).

由以上方法,可以得到惟一的近邻轨道集合,称之为长度优先近邻轨道集合,所以,图 3 的 CRP 的长度优先近邻轨道集合为 {d}.假设集合为 $\{l_i : i = 1,2,\cdots,m\}$,$l_i$ 为第 i 条近邻轨道的长度,则近邻轨道总长度(L_{to})为

$$L_{to} = \sum_{i=1}^{m} l_i , \tag{4}$$

平均长度(L_{ave})为

$$L_{ave} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} l_i . \tag{5}$$

L_{to}实际上表示了两时间序列的重构轨道在同一相空间中演化相近的总跨度时间;而 L_{ave}指所有近邻轨道的平均跨度时间.显然,对于两个完全相同的时间序列,它们的 CRP 上将出现一条主对角线,该 CRP 的长度优先近邻轨道集合只包含这一条主对角线,其 L_{to}和 L_{ave}均为轨道在相空间中的演化时间;而随着两时间序列的相异程度的增加,它们的 CRP 的 L_{to}和 L_{ave}将减小,直至为 0.

为了证明上述推论,从 Lorenz 系统的 x 变量中取得采样率为 100Hz,长度为 800 点的时间序列,Lorenz 系统方程为

$$\dot{x} = \sigma(y - x),\dot{y} = (\rho - z)x - y,\dot{z} = -\beta z + xy, \tag{6}$$

其中 $\sigma = 10$,$\rho = 28$,$\beta = 8/3$.复制该 Lorenz 信号,向信号中加入不同程度的白噪声,并计算 Lorenz 信号与每一段含噪声的 Lorenz 信号的 L_{to}和 L_{ave}以比较它们的重构轨道在相空间中的演化相似性.计算之前,对任意一对待比较信号段进行归一化处理,如图 4(a)和(b)分别为归一化处理后的 Lorenz 信号和含 2%噪声的 Lorenz 信号.在计算中,采用嵌入维数 $m = 5$、时间延迟 $\tau = 10$,临界距离采用 0.05,近邻轨道临界长度为 15 个点,计算结果如图 4(c)所示.从图中可以看出,随着噪声程度的增强,两者的 L_{to}和 L_{ave}都变得越来越短,反映出两者发展轨道越来越不相似,此结果正确反映了 Lorenz 信号与含噪声的 Lorenz 信号的轨道演化随噪声程度的增强而产生越来越大的偏离.图 4(d)为 Lorenz 信号与含有 2%噪声时的 Lorenz 信号的 CRP,从图中可以看出,由于噪声的存在,产生了许多孤立点,而对角线段却比较短.图 4(e)为从该 CRP 中提取出的长度优先近邻轨道集合.从图 4(c)中可以看出,L_{ave}比 L_{to}对轨道分离更敏感,所以,在以下实验中采用 L_{ave}对时间序列进行分类.

5. 对比方法

由于本文首次提出了用 L_{ave}用于非平稳信号分析,故有必要与现有的较流行的同类方法进行比较.本文选择了 Schreiber 提出的 CPE 方法作为比较对象.

设有两段同样长度的时间序列 $X \equiv \{x_i, i = 1,\cdots,N\}$和 $Y \equiv \{y_i, i = 1,\cdots,N\}$,通过选择合适的嵌入维数 m 和时间延迟 τ,可以得到它们在同一个 m 维相空间上的向量分别为 $\{\boldsymbol{x}_i, i = (m-1)\times\tau,\cdots,N\}$和 $\{\boldsymbol{y}_i, i = (m-1)\times\tau,\cdots,N\}$,其中 $\boldsymbol{x}_i = (x_{i-(m-1)\times\tau}, x_{i-(m-2)\times\tau},\cdots,x_i)$.然后选取邻域半径

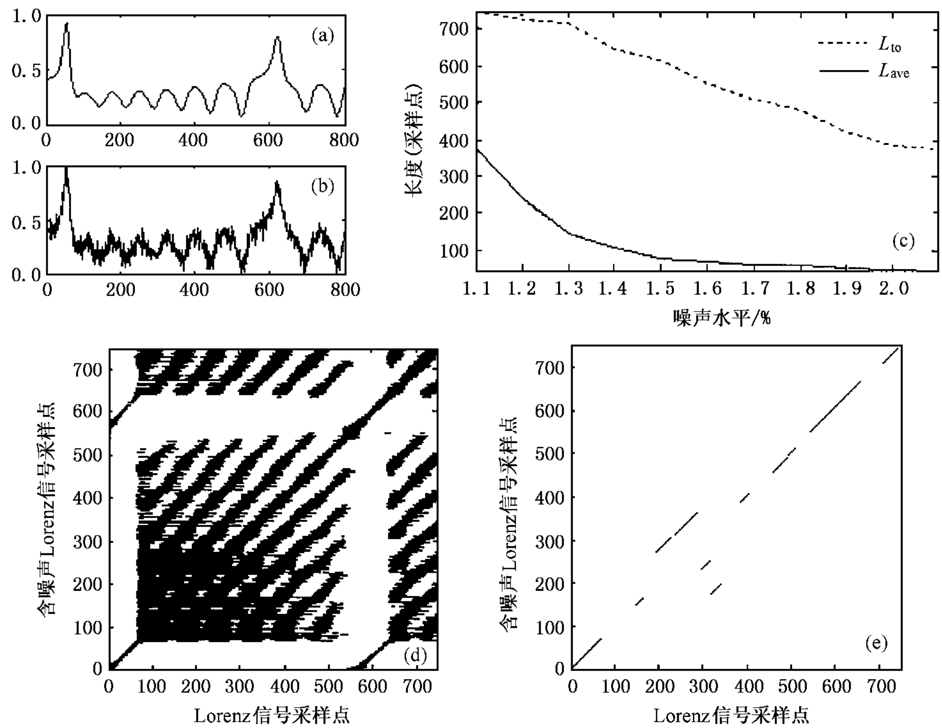

图 4 (a) Lorenz 信号;(b) 含有 2% 噪声的 Lorenz 信号;(c) $L_{\rm to}$和 $L_{\rm ave}$随噪声水平增加的变化曲线;(d) 为 (a) 和 (b) 的 CRP;(e) CRP 的近邻轨道集合

为 ε,在 X 的发展轨道上作 y_i 的一步预测,即通过 $\boldsymbol{y}_i=(y_{i-(m-1)\times\tau},y_{i-(m-2)\times\tau},\cdots,y_i)$ 来预测 y_{i+1}. 用局部线性估计方法得到 y_{i+1}的一个估计值为

$$\hat{y}^X_{i+1}=\frac{1}{|U^X_\varepsilon(\boldsymbol{y}_i)|}\sum_{\boldsymbol{x}_{i'}\in U^X_\varepsilon(\boldsymbol{y}_i)}x_{i'+1}, \tag{7}$$

式中,$U^X_\varepsilon(\boldsymbol{y}_i)$表示向量$(\boldsymbol{y}_i)$在 X 的吸引子中的以 ε 为半径的邻域:$U^X_\varepsilon(\boldsymbol{y}_i)=\{\boldsymbol{x}_{i'}:\|\boldsymbol{x}_{i'}-\boldsymbol{x}_i\|<\varepsilon\}$. $|U^X_\varepsilon(\boldsymbol{y}_i)|$表示该邻域包含的邻近向量的个数. 用以上方法预测产生的均方根误差 $\gamma(X,Y)$为

$$\gamma(X,Y)=\sqrt{\frac{1}{N-(m-1)\times\tau}\sum_{i=(m-1)\times\tau}^{N-1}(\hat{y}^X_{i+1}-y_{i+1})^2}. \tag{8}$$

Schreiber 在文献[9,10]中指出,均方根误差 $\gamma(X,Y)$反映了用时间序列 X 来预测 Y 的适用性,X 和 Y 越相似,则 X 越适合于预测 Y,产生的均方根误差 $\gamma(X,Y)$越小.如果,X 和 Y 越不相似,则产生的均方根误差 $\gamma(X,Y)$越大. 显然,如果 X 和 Y 来自同一系统的同一状态,则用 X 来预测 Y 的误差就小,否则就大;反之,可以用此预测误差来检测 X 和 Y 是否来自同一状态.

6. 实验结果及分析

ECG 已被证明是混沌信号,用非线性动力学方法对 ECG 进行分析已成为一种新的手段[13,14]. 本文用 CPR 和 CPE 方法对 ECG 系统动力学行为的改变进行检测,并比较它们的结果. ECG 动力学行为改变的最突出表现为 ECG 节律的改变.

我们采用 MIT-BIH 中的 209 文件的第 9—10min 的一段信号作为例子,在这两分钟的信号内发生了从 N—SVAT—N(N 表示正常窦性心律,SVAT 表示室上性心动过速)的节律变化,如图 5 所示. 以 200Hz 采样率对信号进行重采样,并对信号进行归一化. 把信号平均分成 30 段,每段长度为 4s(800 点),并以第一段信号为参考信号,计算其他各段信号与参考信号的长度优先近邻轨道集合的 $L_{\rm ave}$和相干预测误差值.

在 CRP 计算中采用嵌入维数为 3,时间延迟为 3 个采样点. 考虑到 ECG 信号波形上的剧烈变化,采用两种临界距离:1)固定临界距离:$\varepsilon=0.1$;2)相对临界距离:$\varepsilon=\max\{\|\boldsymbol{x}_i\|,\|\boldsymbol{y}_j\|\}\times7\%$,即取被计算距离的两个向量的范数中,值最大的那个范数的

7%．只要 $\| x_i - y_j \|$ 小于以上两种距离其中之一，就认为 $CR_{i,j} = 1$；否则，$CR_{i,j} = 0$．在 CPE 计算中，为保证在与 CRP 相同的相空间中进行计算，采用与 CRP 相同的嵌入维数和时间延迟，邻域半径取为 0.05．信号分析结果如图 6 所示．

从 L_{ave} 计算结果可以看出 L_{ave} 随节律而发生的明显变化，SVAT 节律信号段由于与参考信号（N 节律）在波形上存在一定的差异，所以它们的近邻轨道平均长度较短；而 N 节律信号段与参考信号之间有较长的平均长度．图中，由于第 15 和 21 段信号同时包含有 SVAT 和 N 节律信号，所以，它们与参考信号的 L_{ave} 处于中间的位置．总的说来，用 L_{ave} 检测信号节律变化具有较好的效果．但是，从相干预测误差检测结果看，该方法并不能明显的检测出节律的变化情况．尤其是第 12，13 和 14 段节律信号，它们的相干预测误差值并不能和 SVAT 节律信号段的预测误差值明显区分．另外，除了第 28 和 29 段信号，其他节律信号段的预测误差值与 SVAT 节律信号段的预测误差值也比较接近．通过对 MIT-BIH 数据库中的其他信号的节律变化进行分析，发现对于波形变化差异较大的不同节律信号，如文件 207 的室颤和正常窦性心律信号，CRP 和 CPE 方法都能很好地检测出节律变化；但对于波形变化较小的不同节律信号，如文中例子，CRP 方法比 CPE 方法有更好的表现．

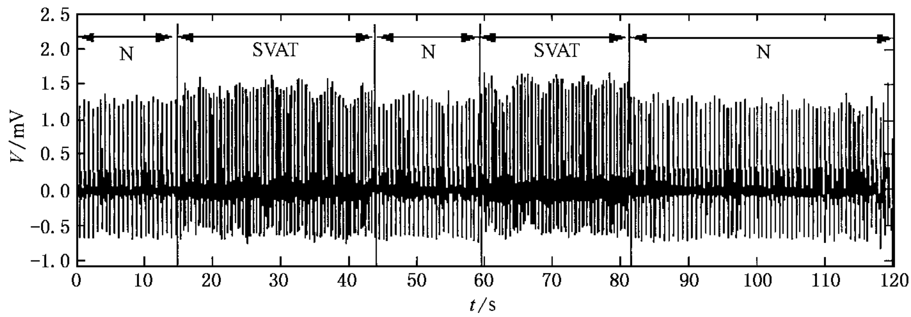

图 5　ECG 信号及其节律变化

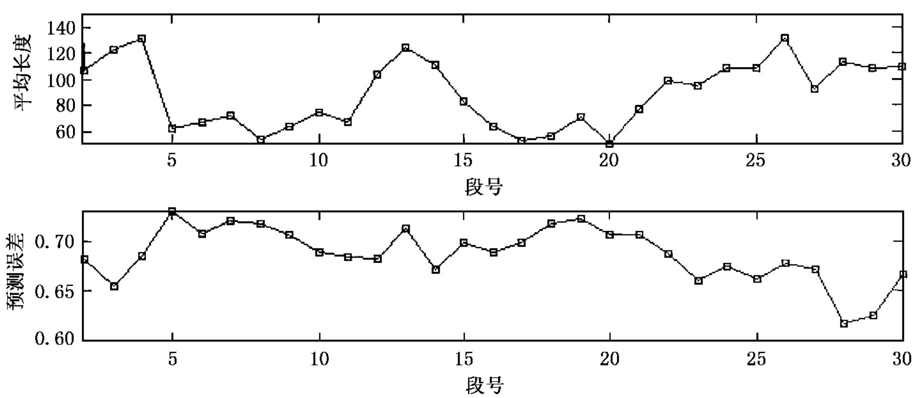

图 6　ECG 信号分析结果

7．结　　论

本文从两时间序列的 CRP 提取出了反映轨道演化相似性的近邻轨道平均长度指标，并实现了混沌时间序列的分类．通过对 Lorenz 信号和 ECG 信号的分析，得出：1）相对于传统的提取系统某一方面的指标的方法，本方法具有所需数据长度短，且计算简单；2）相对于 Schreiber 的相干预测误差方法，本方法具有更好检测效果．

[1] Wang Z Z *et al* 2000 *IEEE Engineering in Medicine and Biology* **19** 110

[2] Kurths J and Herzel H 1987 *Physica* D **25** 165

[3] Wolf A *et al* 1985 *Physica* D **16** 285

[4] Zhang H X *et al* 2000 *Acta Phys*. *Sin*. **49** 1416 (in Chinese) [张红煊等 2000 物理学报 **49** 1416]

[5] Xie Y *et al* 2002 *Acta Phys*. *Sin*. **51** 205 (in Chinese) [谢 勇等 2002 物理学报 **51** 205]

[6] Liu H F *et al* 2002 *Acta Phys*. *Sin*. **51** 2459 (in Chinese) [刘海峰等 2002 物理学报 **51** 2459]

[7] Faure P and Korn H 1998 *Physica* D **122** 265

[8] Marwan N and Kurths J 2002 *Phys*. *Lett*. A **302** 299

[9] Schreiber T 1997 *Phys*. *Rev*. *Lett*. **78** 843

[10] Schreiber T and Schmitz A 1997 *Phys*. *Rev*. *Lett*. **79** 1475

[11] Casdagli M C 1997 *Physica* D **108** 12

[12] Gao J and Cai H Q 2000 *Phys*. *Lett*. A **270** 75

[13] Richter M and Schreiber T 1998 *Phys*. *Rev*. E **58** 6392

[14] Deng Y *et al* 2002 *Acta Phys*. *Sin*. **51** 759 (in Chinese) [邓 勇等 2002 物理学报 **51** 759]

Classification of chaotic time series data based on the average length of close orbits

Xia Heng-Chao† Zhan Yong-Qi

(*School of Mechanical and Power Engineering*, *Shanghai Jiaotong University*, *Shanghai* 200030, *China*)

(Received 30 June 2003; revised manuscript received 1 August 2003)

Abstract

Based on recurrence plot (RP) of chaotic time series, this paper develops the definition of cross recurrence plot (CRP) and the average length of close orbits, which reflects the similarity of two time series and is used to classify time series. By analysing the Lorenz signals, we conclude that the average length is decreased with the decrease of the similarity of two orbits. We have used our method and the cross-prediction error in the detection of ECG rhythm. The results show that both methods work for rhythm with different waveforms, but our method works better for rhythms with similar waveforms than the method of cross-prediction error.

Keywords: time series classification, recurrence plot, cross recurrence plot, average length of close orbits, cross-prediction error

PACC: 0520, 0545

† E-mail: shhengchao@sohu.com; Tel: 021-38953681-22.