

高精度度光学微腔中原子的偶极俘获^{*}

刘 涛 张天才[†] 王军民 彭 堃

(量子光学与量子器件国家重点实验室, 山西大学光电研究所, 太原 030006)

(2003 年 4 月 4 日收到, 2003 年 7 月 14 日收到修改稿)

利用梯度光场产生的光学偶极力对原子的作用是实现原子俘获的重要途径. 分析高精度度光学微腔中的偶极阱, 讨论了由腔内驻波场、侧向和横向约束光构成光学势阱的特性, 说明在高精度度光学微腔中可以产生尺度为亚微米, 阱深为 mK 量级的纯光学阱, 并获得单原子与光场的强耦合作用. 还讨论了激光线宽对微腔中偶极阱阱深的影响.

关键词: 光学微腔, 偶极俘获, 单原子

PACC: 3280P, 4250V, 4260D

1. 引 言

腔量子电动力学(cavity quantum electrodynamics, C-QED)的研究对象是腔场与腔内原子(离子)的相互作用. 在适当条件下, 由腔场和腔内原子(离子)强耦合形成的纠缠系统可以实现量子逻辑门^[1,2]. 因此, C-QED 在量子物理, 特别是量子信息领域得到极大的重视^[3,4]. 目前, 该领域的实验研究主要集中在以下几个方面: 光学腔中的中性原子、离子与激光场的耦合、微波腔中里伯德原子与微波场的耦合、半导体材料中量子点等. 高精度度光学微腔中单原子与单光子的强耦合是实现量子逻辑门的一种有效方案.

在这些过程中对单原子的操纵是研究单原子量子行为的基础^[5]. 光学偶极阱是操控单原子的一种有效手段. 通常, 偶极光场大失谐于原子共振频率, 其对原子的激发作用不明显. 在适当条件下, 偶极阱光场可以与原子的内部能态无关. 此外, 光场相对容易操纵, 可以实现较复杂的势阱操作. 相对于磁学阱、磁光阱, 光学偶极阱(optical dipole trap)对原子的作用较小, 典型势阱深度仅在毫开量级.

自从 1993 年 Heinzen 利用大失谐偶极阱(far off-resonant trap, FORT)实现 Rb 原子的俘获以来^[6], 光

学偶极阱在玻色-爱因斯坦凝聚(BEC)^[7-10]、量子信息^[11]等新领域引起广泛的兴趣. 通过特别的设计人们可以获得亚微米尺度的光学偶极阱并实现单原子的俘获^[12,13].

本文主要研究超高精度度微腔中光学偶极阱的特性, 讨论了增加约束光的多维偶极阱, 发现可以明显增加势阱的约束作用. 此外, 还分析了激光线宽对微腔中偶极阱阱深的影响.

2. 理论分析

2.1. 偶极阱的一般讨论

置于光场中的原子, 其内部能级由于交流 Stark 效应发生频移, 频移的大小与光场强度成正比. 此外, 原子基态和激发态能级的频移方向与光场失谐的正(负)有关(如图 1). 在红失谐光场中, 原子基态能级向高频方向频移, 而激发态能级向低频方向频移. 蓝移失谐情形与红移正好相反. 因此, 在非均匀光场中, 原子能级的较低处就形成势阱结构^[14].

在驱动场 E 作用下, 相互作用势场可以表示为^[15]

$$U_{\text{dip}} = -\frac{1}{2} \mathbf{p} \cdot \mathbf{E} = -\frac{1}{2\epsilon_0 c} \text{Re}(\alpha) I, \quad (1)$$

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 60178006, 69928504, 10374062), 教育部优秀青年教师奖励基金以及山西省留学和青年基金(批准号: 20031002)资助的课题.

[†] E-mail: tczhang@sxu.edu.cn

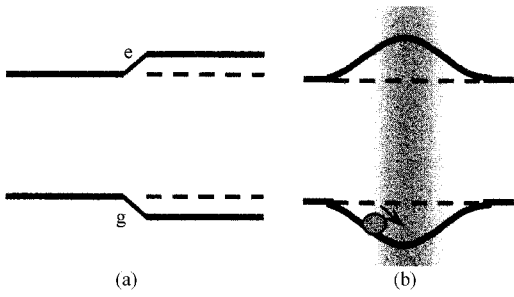


图 1 红移光场中原子能级的频移. g 为基态, e 为激发态. (a) 为均匀光场情形 (b) 为非均匀光场情形

其中, 偶极矩 $\mathbf{p}(\mathbf{r}, t) = \hat{e}\tilde{p}(\mathbf{r})\exp(-i\omega t) + c.c.$, \hat{e} 为单位极化矢量, $\tilde{p} = \alpha\tilde{E}$ 为偶极矩振幅, α 为复极化率. $I = \frac{1}{2}\epsilon_0 c |\tilde{E}|^2$ 是光场强度.

由 (1) 式可知, 偶极阱的势阱深度正比于光场强度, 势阱结构与光强分布密切相关.

易知, 偶极力由势阱的梯度决定

$$F_{\text{dip}}(\mathbf{r}) = -\nabla U_{\text{dip}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\epsilon_0 c} \text{Re}(\alpha) \nabla I(\mathbf{r}). \quad (2)$$

偶极力正比于光场强度梯度, 即光强变化越大, 偶极俘获作用越强. 因此, 增加横向约束光并压缩势阱的空间体积, 有利于增强偶极阱的俘获能力.

考虑到大失谐的偶极光场仍会被原子吸收并散射, 这种散射作用将导致原子的加热. 通过散射率可以研究偶极阱的加热作用, 进而得到冷原子的寿命. 其中, 散射率可以表示为

$$\Gamma_{\text{sc}}(\mathbf{r}) = \frac{P_{\text{abs}}}{\hbar\omega_0} = \frac{\dot{\mathbf{p}} \cdot \mathbf{E}}{\hbar\omega_0} = \frac{1}{\hbar\epsilon_0 c} \text{Im}(\alpha) I(\mathbf{r}), \quad (3)$$

其中 P_{abs} 是原子从光场中吸收到的能量, 也等于原子通过偶极辐射过程释放出的能量.

用经典洛伦兹谐振子模型计算原子的极化率 α , 可以得到

$$\alpha = \frac{e^2}{m[\omega_a^2 - \omega_0^2 + i\omega_0\Gamma_\omega]} \left[\omega_a^2 - \omega_0^2 + i\omega_0\Gamma_\omega \right], \quad (4)$$

其中 $\Gamma_\omega = \left(\frac{\omega_0}{\omega_a}\right)^2 \Gamma$, Γ 为原子共振衰减率, ω_0 为激光频率, ω_a 为原子共振频率.

将 (4) 式分别代入 (1) (3) 式中, 在大失谐情形下, 容易得到

$$U_{\text{dip}}(\mathbf{r}) = -\frac{3\pi c^2}{2\omega_a^3} \frac{\Gamma}{\Delta} I(\mathbf{r}), \quad (5)$$

$$\Gamma_{\text{sc}}(\mathbf{r}) = \frac{3\pi c^2}{2\hbar\omega_a^3} \left(\frac{\Gamma}{\Delta}\right)^2 I(\mathbf{r}), \quad (6)$$

其中 $\Delta = \omega_0 - \omega_a$ 为偶极阱光场相对原子的失谐量.

由 (5) (6) 式可见, 偶极阱的势阱深度以及散射率都正比于光场强度, 且随失谐量正负不同有“红移阱”及“蓝移阱”的区别 (见图 2). 红移阱中, 基态原子的频移为负, 能级降低, 偶极力指向光强较大处, 原子被俘获于光强最大处; 而在蓝移阱中, 基态原子频移为正, 能级升高, 偶极力背离光强最大处. 因此, 实验上常采用中空光束实现蓝移阱, 将原子俘获到中空光束中心光强较小处.

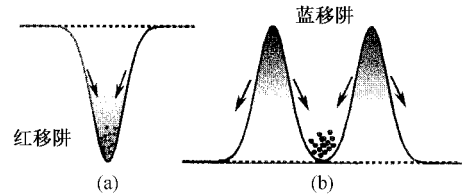


图 2 红移阱和蓝移阱

散射率是失谐量的偶函数, 与失谐量的正负无关, 并随失谐量的增大迅速减小. 实验中, 为减小偶极阱光场对原子的加热作用, 常采用大失谐激光. 同时, 为弥补大失谐造成的势阱变浅, 常采用大功率激光作为光源. 在铯原子 (852nm) 的偶极阱实验中, 常用的激光光源有 CO_2 激光 (10.6 μm), YAG 激光 (1.06 μm) 等.

2.2. 光场强度分布

由于偶极阱的性质与偶极光场密切相关, 下面讨论腔内形成的驻波光场, 将讨论结果推广到二、三维偶极阱情形, 最后讨论了激光线宽对势阱深度的影响.

考虑高斯模电磁场, 其正频部分可以写成

$$E_{\omega_0}^+ = i \sum_n \sqrt{\frac{\hbar 2\pi v_n}{2\epsilon_0 L}} u_n^{(0)}(z, r) \hat{a}_{n00} e^{-i2\pi v_n(t - \frac{z}{c})}, \quad (7)$$

其中 $u_n(z, r) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\omega_n(z)} \exp\left[-\frac{r^2}{\omega_n^2(z)} - i\varphi_n(r)\right]$ 表示多模高斯光场; $\omega_n(z)$ 表示 n 阶高斯模的光斑半径; $\varphi_n(r)$ 表示 n 阶高斯模的相位; \hat{a} 为对应模式的湮没算符.

为简化起见, 首先取基模单色高斯光近似, 可以得到

$$E^+ = i \sqrt{\frac{\hbar\omega_0}{2\epsilon_0 L}} u(z, r) \hat{a} e^{-i\omega_0(t - \frac{z}{c})}, \quad (8)$$

其中

$$u(z, r) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\omega(z)} \exp\left[-\frac{r^2}{\omega^2(z)} - i\varphi(r)\right],$$

$$\varphi = -\frac{\pi r^2 z}{\lambda_0(z^2 + z_R^2)} + \arctan\left(\frac{z}{z_R}\right),$$

L 为腔长, ω_0 为激光角频率, $\omega(z)$ 为光斑半径, λ_0 为激光波长, z_R 为瑞利长度. 于是, 腔内形成的驻波偶极阱光强为

$$I = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_{cav} \cdot E_{cav}^* = \frac{1}{2} c \epsilon_0 (E^+ + E^-) \cdot (E^+ + E^-)^*$$

$$= \frac{1}{2} c \epsilon_0 \left\{ \left[i \sqrt{\frac{\hbar \omega_0}{2 \epsilon_0 L}} u(z, r) \hat{a} e^{-i\omega_0(t-\frac{z}{c})} - i \sqrt{\frac{\hbar \omega_0}{2 \epsilon_0 L}} u^*(z, r) \hat{a}^+ e^{+i\omega_0(t-\frac{z}{c})} \right]^2 \right\}$$

$$= \frac{1}{2} c \epsilon_0 \frac{n \hbar \omega_0}{\epsilon_0 L} |u(z, r)|^2 2 \sin^2\left(-\omega_0 \frac{z}{c}\right). \quad (9)$$

这里用到了 $n = a^+ a$. 其中

$$|u(z, r)|^2 = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{1}{\omega^2(z)} \cdot \exp\left(-\frac{2r^2}{\omega^2(z)}\right) \quad (10)$$

代表了光强的横向空间分布.

由腔内外场的关系, 腔内光子数可以表示为

$$n = \frac{P_{in}}{\hbar \omega_0} \cdot \frac{2L}{c} \cdot \frac{T_1}{(1 - \sqrt{R_1 \cdot R_2})^2}, \quad (11)$$

P_{in} 为腔前光功率, T_1, R_1, R_2 分别为腔镜的光强透

射率以及反射率.

将(9)式带入(5)(6)式中, 就可以得到微腔内驻波偶极阱的势阱深度以及光场散射率.

2.3. 推广

在 F-P 腔中由腔内驻波形成的一维势阱中, 势阱呈空间碟状排列, 沿微腔轴向方向约束较大, 而在径向方向约束较小. 这样容易造成冷原子沿径向方向泄漏. 我们期望增加横向方向的约束光, 从而进一步缩小势阱尺度.

在驻波光场的径向方向增加横向约束时, 需要在电场表达式中添加横向电场的成分

$$E^+ = i \sqrt{\frac{\hbar \omega_0}{2 \epsilon_0 L}} u(z, r) \hat{a} e^{-i\omega_0(t-\frac{z}{c})} + i \sqrt{\frac{\hbar \omega'_0}{2 \epsilon_0 L}} u(r, z) \hat{a}' e^{-i\omega'(t-\frac{r}{c})}, \quad (12)$$

式中的右项表示横向电场, 其模式($a', \omega', \omega'_0, L'$)可以和腔内光场不同.

在实验上, 常采用反射镜使横向偶极光束往返传播, 可以方便地形成驻波场, 该驻波场与腔内光场结构类似.

为简化计算, 假定横向电场与腔内电场相同. 经过与上面类似的推导, 可以得到新的光强分布.

$$I = \frac{1}{2} c \epsilon_0 \left[\left(i \sqrt{\frac{\hbar \omega_0}{2 \epsilon_0 L}} u(z, r) \hat{a} e^{-i\omega_0(t-\frac{z}{c})} - i \sqrt{\frac{\hbar \omega_0}{2 \epsilon_0 L}} u^*(z, r) \hat{a}^+ e^{+i\omega_0(t-\frac{z}{c})} \right) + \left(i \sqrt{\frac{\hbar \omega_0}{2 \epsilon_0 L}} u(r, z) \hat{a} e^{-i\omega_0(t-\frac{r}{c})} - i \sqrt{\frac{\hbar \omega_0}{2 \epsilon_0 L}} u^*(r, z) \hat{a}^+ e^{+i\omega_0(t-\frac{r}{c})} \right) \right]^2$$

$$= \frac{n \hbar \omega_0 c}{L} \left[|u(z, r)|^2 \sin^2\left(\frac{\omega_0 z}{c}\right) + |u(r, z)|^2 \sin^2\left(\frac{\omega_0 r}{c}\right) - 2 |u(z, r) u(r, z)| \sin\left(\frac{\omega_0 z}{c}\right) \sin\left(\frac{\omega_0 r}{c}\right) \right]. \quad (13)$$

但是, 采用反射镜形成的驻波阱中不存在谐振增强的作用, 所以在形成同样的阱深时, 需要较大(瓦级)的光功率.

3. 数值模拟与讨论

根据上面的讨论, 对几种不同结构的偶极阱进行了数值模拟. 我们选择了目前实验中采用的实际参数, 微腔腔长约 $50 \mu\text{m}$, 腔镜的曲率半径 $R = 10 \text{cm}$. 微腔腔镜的透射率 $T = 8 \text{ppm}$, 即反射率为 0.999992 ,

腔精细度(finesse)约为 4×10^5 , 腔的 Q 值为 2×10^7 .

图 3 中显示的是四种不同的光学阱结构, 分别对应了一维行波阱、一维驻波阱、二维交叉阱、三维交叉阱的空间截面图. 一维行波阱即自由空间中的宏观偶极阱, 光强呈高斯型分布, 势场梯度较小, 所以这种偶极阱的俘获作用较小. 实际过程中, 常通过将光束强聚焦, 焦点的大小接近衍射极限, 而光场发散角很大, 俘获作用明显增强^[12]. 相对于自由空间中的行波阱, 在腔内形成驻波阱尺度很小, 仅在波长量级. 在微腔内沿腔轴方向形成的一维驻波偶极阱,

其在波长尺度上发生周期性变化,空间体积较小,有利于形成较大的梯度,因此具有更强的偶极俘获作用.此外,在垂直于光轴方向增加了约束光的二维、

三维交叉阱中,由于横向约束光的存在,势阱的空间体积进一步压缩,约束作用进一步增加.

图4、图5显示的是上述实验条件下,偶极阱与

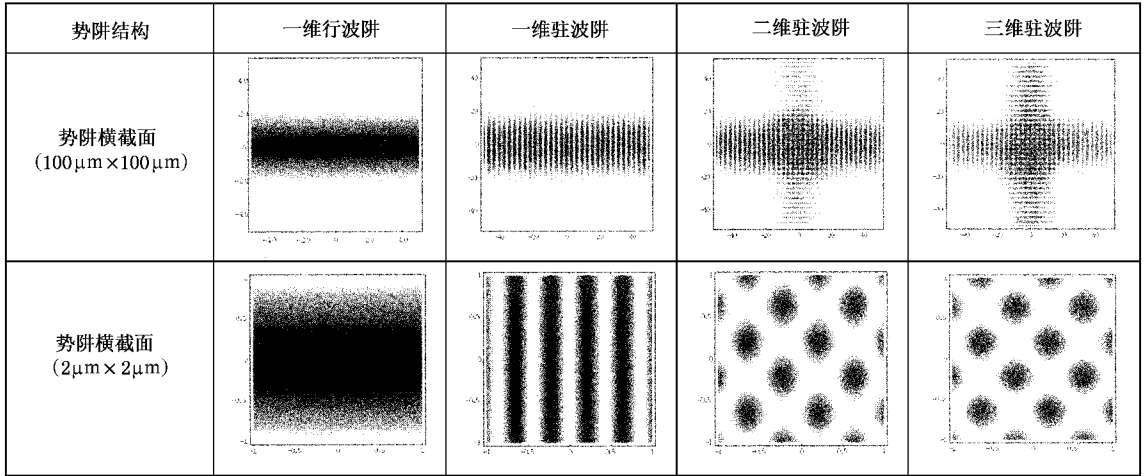


图 3 不同结构偶极阱的比较

激光失谐、腔长失谐的关系.可以看到,自由空间中的偶极阱,随着失谐量的增大,势阱会变浅,但变化不够明显.而在同样输入功率下,高精度度微腔内的光场由于共振增强,腔内光强密度得到很大提高,因此腔内的偶极阱深度可以远远大于自由空间.但是,高精度度光学微腔对激光频率漂移以及微腔腔体振动等因素极其敏感,微小的扰动也会引起腔内光场的显著变化,从而影响腔内的偶极阱.两种效应的作用方式是类似的,随着失谐量增大,腔内功率急剧降低,偶极阱势阱深度也随之减小.而且,偶极阱衰减的速度还与腔的精细度有关,精细度越大,腔场对失谐越敏感.在上面提到的实际条件下,为维持势阱阱深的变化不小于原有阱深的一半时,腔长改变应小于 10^{-3} nm,这就对微腔的控制提出严格的实验要求.而在不采用高精度度微腔,乃至自由空间中的偶极阱实验中,不会遇到这种困难.

处于自由空间中的偶极阱,偶极光场一般都远失谐于原子的共振频率,对光场中的频率成分并不敏感,多纵模激光也可实现偶极俘获.但在高精度度的谐振腔内,腔模对光场的模式(横模、纵模)十分敏感.我们主要考虑了激光线宽的影响.可以假定,激光线宽呈洛伦兹型,其线型函数可以写成

$$g(\Delta\nu) = \frac{1/\tau_s}{(1/2\tau_s)^2 + 4\pi^2 \cdot \Delta\nu^2},$$

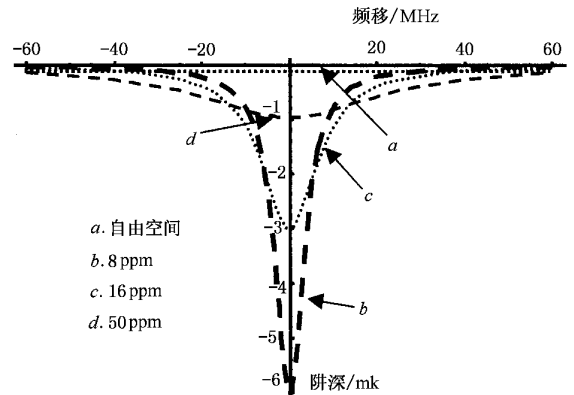


图 4 偶极阱深和激光失谐的关系($P_{in} = 1 \mu W$)

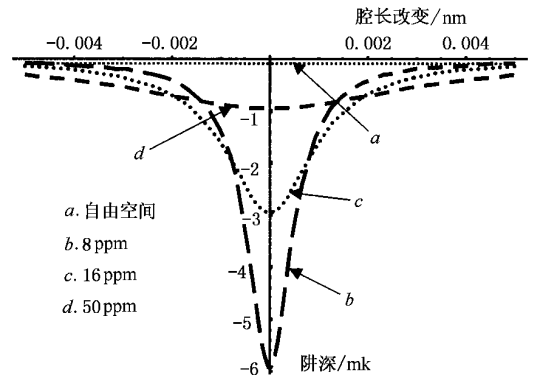


图 5 偶极阱深和腔长改变的关系($P_{in} = 1 \mu W$)

则复色光光强可以表示为各频率成分光强的积分

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} I_v \cdot g(\Delta v) d\Delta v$$

$$= \frac{1}{2} \epsilon_0 c \cdot \int_{-\infty}^{\infty} E_{\text{cav}} \cdot E_{\text{cav}}^* \cdot g(\Delta v) d\Delta v, \quad (14)$$

其中 τ_s 为激光线宽, I_v 为(9)式中单频电场的光强, Δv 为失谐量.

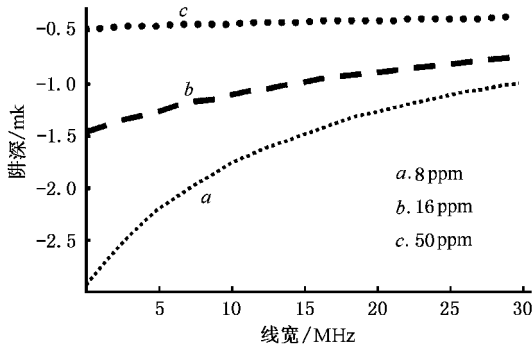


图6 偶极阱深和线宽的关系($P_{\text{in}} = 1 \mu\text{W}$)

图6显示了线宽对偶极阱深的影响,随着光场中其他频率成分的增多,腔内光场中可以共振的成分减少,腔内光强密度也随之减小,偶极阱势阱深度也逐渐减小.因此,为了将偶极光场有效输入腔

内,激光线宽应当尽量窄.比较而言,腔的精细度越高,势阱对线宽变化越敏感.

输入波长为 859nm,功率为 $1 \mu\text{W}$ 的偶极光场时,对 $T = 8 \text{ppm}$ 的微腔,腔内平均光子数为 1.8×10^5 ,最大势阱深度约 5mK.同样的势阱深度在自由空间中需要 125000 倍的入射光强.进一步缩短腔长,同时提高腔的精细度,可以利用较少的内腔光子获得同样的势阱深度,甚至实现单光子对原子的俘获^[16,17].

在 CQED 研究领域,主要关心腔场与原子的耦合速率 g_0 、临界光子数 m_0 以及临界原子数 n_0 .该腔所能达到的极限指标分别是 $g_0 = 2\pi \times 35 \text{MHz}$, $m_0 = 0.0068$, $n_0 = 0.0155$.

4. 结 论

我们对高精度微腔中的偶极阱进行了讨论,结合实际参数分别对不同结构的势阱进行了分析,发现多维势阱有利于增加对冷原子的约束作用.还讨论了腔场失谐以及腔长偏移对偶极阱的影响,发现超高精度微腔中的偶极阱对上述两因素极为敏感.最后,我们分析了激光线宽对偶极阱的作用.

- [1] Monroe C, Meekhof D M, King B E, Itano W M and Wineland D J 1995 *Phys. Rev. Lett.* **75** 4714
- [2] DeMarco B, Ben-Kish A, Leibfried D, Meyer V, Rowe M, Jelenkovi B M, Itano W M, Britton J, Langer C, Rosenband T and Wineland D J 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 267901
- [3] Nielsen M A, Chuang I L 2000 *Quantum Computation and Quantum Information* (Cambridge University Press, Cambridge) p277
- [4] Cirac J I and Zoller P 1995 *Phys. Rev. Lett.* **74** 4091
- [5] Van Enk S J, Kimble H J [quant-ph/0107088](http://arxiv.org/abs/quant-ph/0107088)
- [6] Miller J D, Cline R A and Heinzen D J 1993 *Phys. Rev. A.* **47** R4567
- [7] Barrett M D, Sauer J A and Chapman M S 2001 *Phys. Rev. Lett.* **87** 010404
- [8] Weber T, Herbig J, Mark M, Nägerl H C and Grimm R 2003 *Science* **299** 232
- [9] Yin J P *et al* 2001 *Acta. Phys. Sin.* **50** 660 (in Chinese) 印建平

等 2001 物理学报 **50** 660]

- [10] Yin J P *et al* 2000 *Chin. Phys.* **9** 342
- [11] Protsenko I E, Reymond G, Schlosser N and Grangier P 2002 *Phys. Rev. A.* **65** 052301
- [12] Schlosser N, Reymond G, Protsenko I and Grangier P 2001 *Nature* **404** 1024
- [13] McKeever J, Buck J R, Boozer A D, Kuzmich A, Nägerl H C, Stamper-Kurn D M and Kimble H J 2002 [ArXiv: quant-ph/0211013](http://arxiv.org/abs/quant-ph/0211013)
- [14] Metcalf H J and P V D Straten 1999 *Laser Cooling and Trapping* (New York, Springer-Verlag) p8
- [15] Grimm R, Weidemüller M and Ovchinnikov Y B 2000 *Adv. At. Mol. Opt. Phys.* **42** 95
- [16] Hood C J, Lynn T W, Doherty A C, Parkins A S and Kimble H J 2000 *Science* **287** 1447
- [17] Pinkse P W H, Fischer T, Maunz P and Rempe G 2000 *Nature* **404** 365

Optical dipole trap in a high-finesse micro-cavity^{*}

Liu Tao Zhang Tian-Cai[†] Wang Jun-Min Peng Kun-Chi

(*State Key Laboratory of Quantum Optics and Quantum Optics Devices ,Institute of Opto-Electronics , Shanxi University , Taiyuan 030006 ,China*)

(Received 4 April 2003 ; revised manuscript received 14 July 2003)

Abstract

Optical dipole potential in an inhomogeneous light field is an important method of realizing the laser cooling and trapping of single atoms . The optical dipole trap in the high-finesse micro-cavity is discussed , and different configurations of optical potential composed of standing wave and vertical confined beams are analyzed . It is shown that the sub-micron scale optical trap could be obtained in this micro-cavity with the potential depth of about mK . The strong coupling of atom and the cavity mode can be realized . We also discuss the effect of laser line width on the depth of potential well .

Keywords : optical micro-cavity , dipole trap , single atoms

PACC : 3280P , 4250V , 4260D

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos . 60178006 , 69928504 , 10374062) , the TRAPOYT in Higher Education Institutions of Ministry of Education , China , and Research Funds for Returned Scholar and Youth from Shanxi Province (Grant No . 20031002) .

[†]E-mail : tezhang@sxu.edu.cn