

# 光子晶体光纤色散的无量纲化计算方法<sup>\*</sup>

栗岩锋<sup>1)†</sup> 王清月<sup>1)</sup> 胡明列<sup>1)</sup> 李曙光<sup>2)</sup> 刘晓东<sup>2)</sup> 侯蓝田<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> 天津大学精密仪器与光电子工程学院超快激光研究室 光电信息技术科学教育部重点实验室 天津 300072)

<sup>2)</sup> 燕山大学红外光纤与传感研究所 秦皇岛 066004)

(2003 年 5 月 13 日收到 2003 年 8 月 8 日收到修改稿)

采用无量纲色散的概念研究了光子晶体光纤色散的计算方法. 利用无量纲色散和波导色散之间的关系单独求解波导色散, 波导色散和材料色散之和为光子晶体光纤的总色散. 探讨了利用无量纲色散方法控制光子晶体光纤零色散点和设计平坦色散光子晶体光纤的可能性. 无量纲色散的引入能够简化光子晶体光纤色散的计算, 为设计具有适当色散特性的光子晶体光纤提供理论依据.

关键词: 光子晶体光纤, 色散, 无量纲色散, 零色散, 平坦色散

PACC: 4281, 4281D, 4281B, 4280M

## 1. 引 言

光子晶体光纤<sup>1)</sup> (photonic crystal fiber, PCF) 又称为多孔光纤 (holey fiber) 或微结构光纤 (microstructured optical fiber), 是一种由在二维方向上紧密排列 (通常为周期性六角形) 波长量级的空气孔构成包层的新颖光纤, 其截面结构如图 1 所示. 依据包层中空气孔排列的方式和空气孔的具体参数, 光子晶体光纤又可以分为折射率引导型光子晶体光纤和带隙波导型光子晶体光纤<sup>2)</sup>. 本文仅研究由一根实芯的石英棒构成纤芯的折射率引导型光子晶体光纤.

包层中由空气孔构成的微结构使得光子晶体光纤能够呈现出在传统光纤中难以实现的特性, 包括在极宽谱带内支持单模传输<sup>3)</sup>、强烈的非线性效应<sup>4)</sup>、在可见光和近红外波段具有反常色散<sup>5)</sup>、极强的双折射效应<sup>6)</sup>等.

色散是光纤的一个重要参数, 对光通讯以及应用光子晶体光纤进行色散补偿<sup>7)</sup>和设计光纤激光器<sup>8)</sup>等都起着决定作用. 本文采用无量纲色散的概念和有效折射率方法研究了光子晶体光纤的计算方法. 将光子晶体光纤的色散分为材料色散和波导色

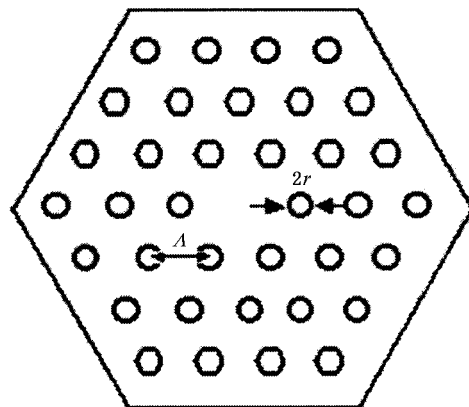


图 1 光子晶体光纤横截面结构示意图

散两部分分别求解. 采用基于标量近似的有效折射率方法求解光子晶体光纤的波导色散. 利用无量纲色散的标度性就可以得到不同参数下光子晶体光纤的波导色散. 材料色散和波导色散之和为光子晶体光纤的总色散. 进一步探讨了利用无量纲化方法控制光子晶体光纤零色散点和设计平坦色散光子晶体光纤的可能性. 无量纲色散的引入能够简化光子晶体光纤色散的计算, 为设计具有适当色散特性的光子晶体光纤提供理论依据.

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金 (批准号: 60278003) 和国家重点基础研究项目 (批准号: G1999075201) 资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: li-yanfeng@163.com

## 2. 理论与数值计算

### 2.1. 无量纲色散的理论模型

无量纲色散是 Kim 等<sup>[9]</sup>提出的,在 Ferrando 等<sup>[10]</sup>的文献中有类似的表示方法.

对折射率轴向均匀分布的光纤而言,电场的横向分量  $E(x, y)$  所满足的方程为

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) E(x, y) \\ & + [n^2(x, y) - n_{\text{eff}}^2(\lambda)] k_0^2 E(x, y) \\ & = - \left( \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j} \right) [E(x, y) \\ & \cdot \left( \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j} \right) \ln n^2(x, y)], \quad (1) \end{aligned}$$

其中  $\mathbf{i}$  和  $\mathbf{j}$  分别为  $x$  和  $y$  方向的单位矢量,  $n_{\text{eff}}(\lambda)$  为模式有效折射率,  $k_0 = 2\pi/\lambda$  为真空中的波数. 假设光纤的折射率不随波长变化, 并定义无量纲坐标  $x' = x/\Lambda$ ,  $y' = y/\Lambda$  和无量纲波长  $\lambda' = \lambda/\Lambda$  及其对应的波数  $k'_0 = 2\pi/\lambda'$ , 其中  $\Lambda$  为光子晶体光纤包层空气孔的间距. 定义空气孔的半径为  $r$ , 在  $r/\Lambda$  保持恒定时, 将无量纲坐标和无量纲波长代入(1)式, 可得

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\partial^2}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2}{\partial y'^2} \right) E(x', y') \\ & + [n^2(x', y') - n_{\text{eff}}^2(\lambda')] k'_0{}^2 E(x', y') \\ & = - \left( \frac{\partial}{\partial x'} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y'} \mathbf{j} \right) [E(x', y') \cdot \left( \frac{\partial}{\partial x'} \mathbf{i} \right. \\ & \left. + \frac{\partial}{\partial y'} \mathbf{j} \right) \ln n^2(x', y')]. \quad (2) \end{aligned}$$

由(2)式可见, 在无量纲坐标下, 只要空气孔填充的比率(由  $r/\Lambda$  衡量)一定, 对某一无量纲波长, 其有效折射率  $n'_{\text{eff}}(\lambda') = n_{\text{eff}}(\lambda)$  保持不变.

由光纤的色散定义<sup>[11]</sup>, 波导色散可以表示为

$$D_w(\lambda) = - \frac{\lambda}{c} \frac{d^2 n_{\text{eff}}(\lambda)}{d\lambda^2}, \quad (3)$$

其中  $n_{\text{eff}}(\lambda)$  为利用(1)式求得的模式有效折射率,  $c$  为光速.

类似于(3)式, 根据(2)式可以定义无量纲色散为

$$D_N(\lambda') = - \frac{\lambda'}{c} \frac{d^2 n'_{\text{eff}}(\lambda')}{d\lambda'^2}, \quad (4)$$

其中  $n'_{\text{eff}}(\lambda')$  为利用(2)式求得的无量纲坐标和无量纲波长下的模式有效折射率.

由  $\lambda' = \lambda/\Lambda$  可得无量纲色散和波导色散的关系为

$$D_w(\lambda) = - \frac{\lambda}{c} \frac{d^2 n_{\text{eff}}(\lambda)}{d\lambda^2} = - \frac{\lambda' \Lambda}{c} \frac{d^2 n'_{\text{eff}}(\lambda')}{\Lambda^2 d\lambda'^2} = \frac{1}{\Lambda} D_N(\lambda'). \quad (5)$$

此关系具有普适性, 对标量波动方程仍成立, 且与方程(1)或(2)的具体求解方法无关.

### 2.2. 波导色散的计算

本文采用的计算模型为有效折射率法<sup>[12]</sup>, 其方法是将光子晶体光纤等效为阶跃型折射率光纤, 先求出包层的等效折射率, 然后由阶跃型折射率光纤求出光纤模式的有效折射率. 由文献[12]中的计算结果可知, 对由一根与包层空气孔参数相同的实芯石英棒代替空气孔构成纤芯, 参数分别为  $\Lambda = 1.8\mu\text{m}$ ,  $r = 0.4\mu\text{m}$  和  $\Lambda = 1.8\mu\text{m}$ ,  $r = 0.27\mu\text{m}$  的光子晶体光纤是两个具有代表性的例子. 前者的零色散点可以移到  $1.0\mu\text{m}$  附近, 后者在较宽的谱带内具有平坦的正常色散, 这都是传统光纤难以实现的.

与文献[12]不同, 这里将光子晶体光纤的总色散分为波导色散和材料色散<sup>[11]</sup>分别去求解以便利用(5)式所给的无量纲色散和波导色散的关系. 图2和图3分别给出了  $\Lambda = 1.8\mu\text{m}$ ,  $r = 0.4\mu\text{m}$  和  $\Lambda = 1.8\mu\text{m}$ ,  $r = 0.27\mu\text{m}$  两组参数下, 波导色散和材料色散之和与直接求解方程(1)得到的总色散的比较, 以验证此方法的可行性, 其中曲线 1, 2, 3, 4 分别表示波导色散、材料色散、波导色散与材料色散之和以及由方程(1)得到的总色散.

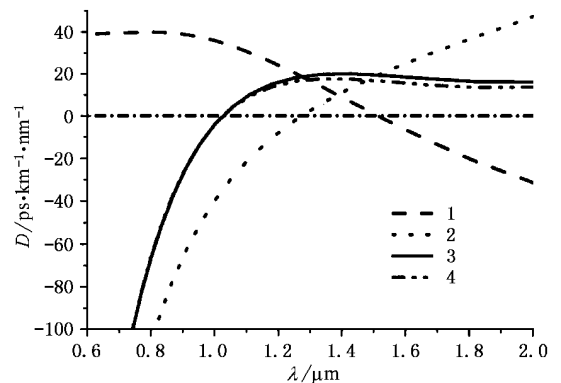


图2 光纤参数为  $\Lambda = 1.8\mu\text{m}$ ,  $r = 0.4\mu\text{m}$  时的色散

由图2, 图3可见, 两种情况下得到的色散误差均很小, 证明将总色散分为波导色散和材料色散分别去求解是可行的. 由此, 利用(5)式中无量纲色散

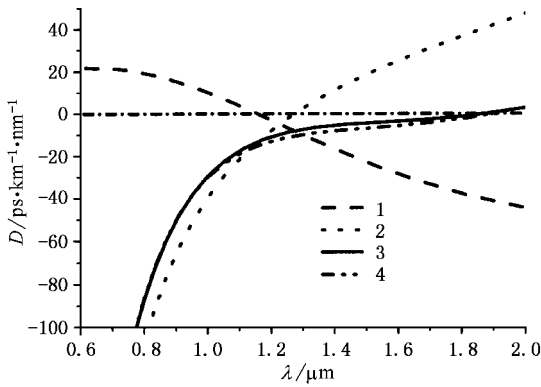


图3 光纤参数为  $\Delta = 1.8\mu\text{m}$   $r = 0.27\mu\text{m}$  时的色散

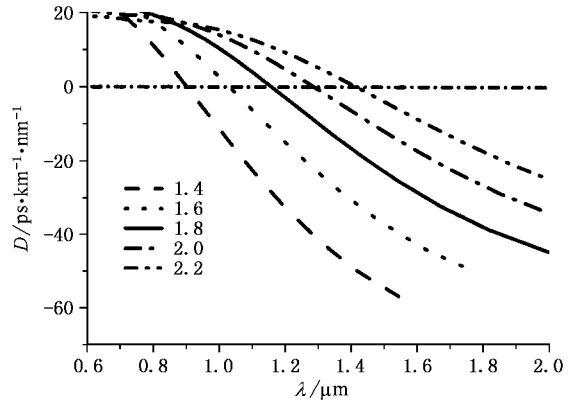


图5  $r/\Delta = 0.27/1.8$  不同  $\Delta$  时的波导色散

和波导色散的关系将图2和图3中的波导色散乘以相应的系数并将相应的波长加以变化,就可以得到  $r/\Delta$  (即空气填充比率)一定而改变空气孔间距  $\Delta$  和半径  $r$  时的波导色散,如图4和图5所示, $\Delta$  的值在图中已经标出.这样,无量纲色散的引入就大大简化了计算过程.

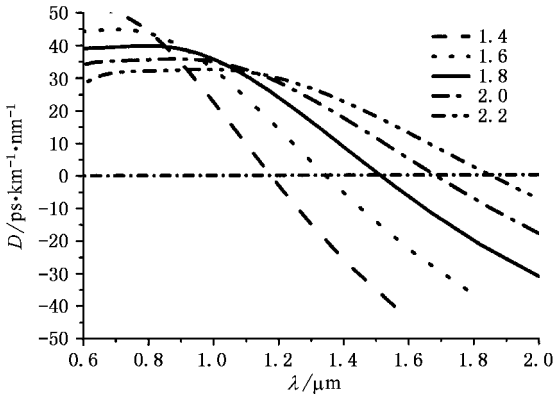


图4  $r/\Delta = 0.4/1.8$  不同  $\Delta$  时的波导色散

从图4和图5可以看出波导色散的变化规律为:在  $r/\Delta$  保持一定时, $\Delta$  增大,则波导色散曲线变得平坦,波导色散的零点向长波长方向移动.反之, $\Delta$  减小会导致色散曲线变陡,波导色散的零点向短波长方向移动.这与文献[9,10]中的曲线规律是一致的.

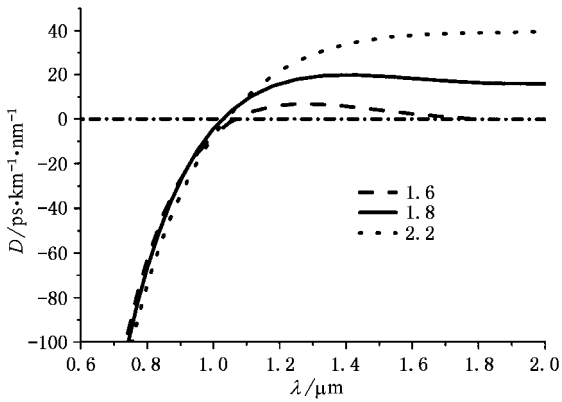
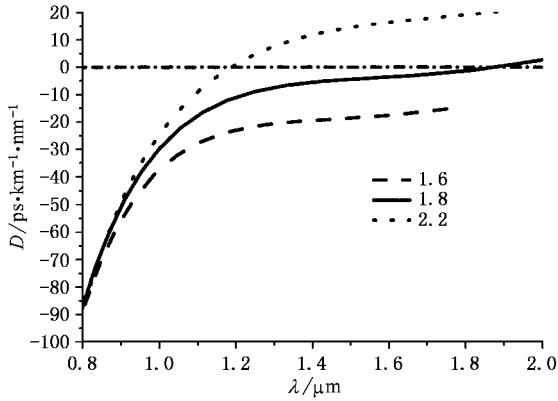
### 2.3. 控制光子晶体光纤零色散点和设计平坦色散光子晶体光纤

因为图2和图3分别代表了光子晶体光纤的零色散点可以移至可见光和近红外波段以及具有平坦色散两种典型情况,利用(5)式中波导色散和无量纲色散的关系就可以研究如何改变光纤参数来进一步

控制光子晶体光纤的零色散点和设计具有平坦色散的光子晶体光纤.

对参数为  $r/\Delta = 0.4/1.8$  的光子晶体光纤,可以利用图2和图4中的曲线规律研究控制其色散的途径.由图2可知,该光纤的零色散点在  $1.05\mu\text{m}$  左右,而图4中  $\Delta = 1.4, 1.6, 2.0$  和  $2.2$  时的各条曲线在  $1.05\mu\text{m}$  时的波导色散值均不大于  $\Delta = 1.8\mu\text{m}$  的波导色散,说明仅改变  $\Delta$  和  $r$  的值而保持  $r/\Delta$  恒定时,零色散难以向更短波长方向移动.如果  $\Delta$  的值变大,则因波导曲线变得平坦长波长处的波导色散不能补偿更多的材料色散,因而总色散变大.反之,如果  $\Delta$  的值变小,则因波导曲线变陡使得长波长处的波导色散能够补偿更多的材料色散,因而总色散变小,甚至变为正常色散,因而能够利用这一规律设计出色散补偿光纤.图6给出了三组不同  $\Delta$  值时的色散曲线的变化情况,它与文献[12]中直接求解得到的  $r/\Delta = 0.4/1.8$  的曲线变化规律也是一致的.但是在  $\Delta$  变得较小时,零色散点开始向长波长方向移动,而在  $\Delta$  变大时,零色散点没有明显的移动.由此可见,若需将零色散点向更短波长方向移动,必须增大空气孔的填充比率,即增大  $r/\Delta$ .若期望在大于  $1.05\mu\text{m}$  的某波长得到零色散,只需将  $\Delta = 1.8\mu\text{m}$  时的波导色散曲线按(5)式缩放并使其能够正好补偿所求波长处的材料色散就能够得到在该波长处为零色散的光子晶体光纤的参数  $\Delta$  和  $r$ .

类似地,可以利用图3和图5中的曲线规律研究控制参数为  $r/\Delta = 0.27/1.8$  的光子晶体光纤色散的途径.同  $r/\Delta = 0.4/1.8$  的情形相同,利用  $\Delta$  变大和变小时波导色散曲线分别变得平坦和变陡的特性可以补偿适当的材料色散,从而能够使得总色散呈现正值或负值.同理也能够求出在特定波长处具

图6  $r/\Lambda = 0.4/1.8$  不同  $\Lambda$  时的总色散图7  $r/\Lambda = 0.27/1.8$  不同  $\Lambda$  时的总色散

有零色散的光子晶体光纤的参数.图7给出了三组不同  $\Lambda$  值时的色散曲线的变化情况,在  $\Lambda$  变大时,零色散点能够向很短的波长方向移动.在  $\Lambda$  变小时,能够得到更大的正常色散.

从图6和图7可以看出,在  $r/\Lambda = 0.4/1.8$  和  $r/\Lambda = 0.27/1.8$  两种情况下均可以适当选取  $\Lambda$  值,按比例缩放图4图5中的波导色散,比如在图6中  $\Lambda = 1.6\mu\text{m}$  附近适当减小  $\Lambda$  的值和在图7中  $\Lambda = 1.8\mu\text{m}$  附近适当增大  $\Lambda$  的值,从而根据应用需要设计出具有接近零值的正常或反常色散的平坦色散光子晶体光纤<sup>[10,13]</sup>.

### 3. 结 论

通过引入无量纲色散的概念将光子晶体光纤的总色散分为波导色散和材料色散两部分分别求解,并利用无量纲色散和波导色散之间的关系来调节波导色散的值就可以改变光纤的总色散.进一步研究了利用色散无量纲化方法调节光子晶体光纤零色散点和设计平坦色散光子晶体光纤的可行性.计算结果表明,色散无量纲化的计算方法能够充分利用已知波导色散曲线来研究如何选择适当的光纤参数来控制光纤的色散,从而简化了计算过程.本文的计算和分析可以为设计具有适当色散特性的光子晶体光纤提供理论依据.

[1] Knight J C *et al* 1996 *Opt. Lett.* **21** 1547  
 [2] Russell P 2003 *Science* **299** 358  
 [3] Birks T A, Knight J C and Russell P St J 1997 *Opt. Lett.* **22** 961  
 [4] Broderick N G R *et al* 1999 *Opt. Lett.* **24** 1395  
 [5] Knight J C *et al* 2000 *IEEE Photon. Technol. Lett.* **12** 807  
 [6] Ortigosa - Blanch A *et al* 2000 *Opt. Lett.* **25** 1325  
 [7] Lakó S *et al* 2003 *Appl. Phys. B* **76** 267  
 [8] Lim H, Ilday F Ö and Wise F W 2002 *Opt. Express* **10** 1497

[9] Kim J *et al* 2001 *OFC* **3** WDD86-1  
 [10] Ferrando A *et al* 2001 *Opt. Express* **9** 687  
 [11] Agrawal G P 1995 *Nonlinear Fiber Optics* (San Diego: Academic Press) 2nd Ed. Chap. 1  
 [12] Li S G, Liu X D and Hou L T 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2811 (in Chinese) [李曙光、刘晓东、侯蓝田 2003 物理学报 **52** 2811]  
 [13] Ferrando A *et al* 1999 *Electron. Lett.* **35** 325

# Dispersion calculation of photonic crystal fibers by the normalization technique<sup>\*</sup>

Li Yan-Feng<sup>1)†</sup> Wang Qing-Yue<sup>1)</sup> Hu Ming-Lie<sup>1)</sup> Li Shu-Guang<sup>2)</sup> Liu Xiao-Dong<sup>2)</sup> Hou Lan-Tian<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>*(Key Laboratory of Optoelectronic Information Technical Science, Ministry of Education, China ;*

*Ultrafast Laser Laboratory, College of Precision Instrument and Optoelectronics Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)*

<sup>2)</sup>*(Institute of Infrared Optical Fibers and Sensors, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)*

(Received 13 May 2003 ; revised manuscript received 8 August 2003)

## Abstract

Dispersion properties of photonic crystal fibers are investigated using the concept of normalized dispersion. The total dispersion of photonic crystal fibers is obtained by summing up the material dispersion and waveguide dispersion, the latter being obtained by exploiting the relation between normalized dispersion and waveguide dispersion. Efforts are also made to study the possibility of shifting the zero dispersion wavelength of photonic crystal fibers and designing photonic crystal fibers with ultra-flattened dispersion by the normalization technique. The introduction of normalized dispersion will simplify dispersion calculation and will be of theoretical significance for the design of photonic crystal fibers with desirable dispersion properties.

**Keywords :** photonic crystal fiber, dispersion, normalized dispersion, zero dispersion, ultra-flattened dispersion

**PACC :** 4281, 4281D, 4281B, 4280M

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant No. 60278003 ) and the National Key Basic Research Special Foundation of China ( Grant No. G1999075201 ).

<sup>†</sup>E-mail : li-yanfeng@163.com