

空化单气泡外围压强分布^{*}

刘海军 安 宇[†]

(清华大学物理系 北京 100084)

(2003 年 7 月 9 日收到 2003 年 8 月 4 日收到修改稿)

通过数值计算非线性谐振的气泡外围流场中的 Navier-Stokes 方程 给出详细的空化单气泡外围压强分布. 数值计算发现当气泡处于压缩相 那些最大半径比较大的气泡 其外围紧邻气泡壁处出现负压区, 这将使气泡在这段时间处于力的非稳定平衡点. 计算还发现, 当气泡接近它的最小半径处, 气泡外围形成很薄的高压区, 这个高压区域随后向外传播, 这就形成冲击波. 分析表明, 冲击波对 Mie 散射法测量气泡最小半径有一定影响, 但不是主要影响.

关键词: 声空化, 压强分布, 冲击波, 激光诱发气泡

PACC: 4325

1. 引 言

单一声致发光气泡束缚在外界超声驱动场的驻波速度节点处, 在适当的条件下, 气泡经历非线性振动, 在一个声周期内气泡膨胀到它的初始环境半径的 10 倍左右, 接着开始压缩并到达最小半径的瞬间开始发光^[1,2]. 在一定范围内, 发光气泡总是很稳定的, 但超过某一环境半径或高于某个驱动声压幅值时, 气泡不再稳定或观察不到声致发光现象^[3,4]. 这使得进一步提高单泡声致发光强度有相当的难度^[5]. 一般这种临界环境半径可以通过形状不稳定性确定, 但是临界驱动声压幅值却不能用形状不稳定性确定^[6,7]. 本文通过对气泡外围压强分布的模拟计算, 发现那些最大半径大的气泡在压缩相, 其外围有负压区出现, 这使得气泡处于非稳定平衡点, 这最终导致气泡不能稳定压缩至最小.

早期的数值模拟通常给出在气泡的中心有内聚的冲击波和反射, 推测冲击波可能经历气泡的表面, 通过周围的水向外传播^[8]. 然而, 后来改进的计算给出了不同的结果^[9]. 因为化学反应使气泡内只有惰性气体和液体的蒸气^[10], 而数值模拟的结果表明冲击波很难在这样的气泡内产生^[11,12], 甚至均匀压强近似此时都可以得到正确的结果^[13,14]. 最近有人计

算发现气泡外的冲击波与气泡内有无冲击波无关^[15]. 本文的数值模拟形象地勾画出气泡外围冲击波形成与传播的过程, 再一次证实气泡外冲击波的产生无需气泡内冲击波的存在.

由于冲击波在气泡最小处开始形成, 这时形成的高压区将导致液体密度的可观改变, 从而引起液体折射率的变化. 计算发现, 它的确对用 Mie 散射法测量气泡的半径带来影响, 但影响区域非常狭窄, 基本可以忽略. 下面先解释用到的理论模型, 然后再讨论计算结果.

2. 模 型

为了数值模拟气泡壁的猛烈运动导致气泡周围水中出现的压强分布, 本文数值计算解气泡外围水中流体连续性方程和 Navier-Stokes 方程, 在球对称的条件下, 它们的形式为

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (\rho u r^2) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (\rho u^2 r^2) + \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{4}{3} \eta \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (u r^2) \right], \quad (2)$$

其中 r 是距离气泡中心的径向坐标, p 是水中的压强, u 是水的流场速度, ρ 是水的密度, η 是水的黏性系数. 为了解方程(1)(2), 本文还必须利用水的

* 国家自然科学基金(批准号: 10174045)资助的课题.

† 通讯作者.

状态方程^[16]

$$\frac{p + B}{P_0 + B} = \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^n, \quad (3)$$

其中 $n = 7.15$, $B = 3085.6 \times 10^5 \text{ Pa}$, 都是常数, ρ_0 是未受扰动水的密度。气泡半径的变化可利用改进的 RP 方程确定。然后, 把气泡壁作为运动边界条件, 联立方程(1)(2)(3)解方程组, 在气泡的外围, 采用 Yee-Roe-Davis 二阶对称 TVD 格式以及预测校正算法^[11]。对气泡的运动我们采用考虑水蒸气的简化模型, 这个模型假设气泡内气体均匀分布, 但考虑了水蒸气在气泡壁处的凝结和蒸发, 以及气泡壁上的热交换, 有关这个模型的详细描述见文献[17, 18]。为了自洽性, 我们采用与水蒸气有关的改进的 RP 方程^[19]。这样就可以比较正确地得到气泡壁的运动情况。改进的 RP 方程为

$$\begin{aligned} & \left(1 - \frac{\dot{R}}{c} + \frac{\dot{m}}{c\rho} \right) R \ddot{R} + \frac{3}{2} \dot{R}^2 \left(1 - \frac{\dot{R}}{3c} + \frac{2\dot{m}}{3c\rho} \right) \\ &= \frac{1}{\rho_0} \left(1 + \frac{\dot{R}}{c} \right) \left(p_B - p_s \left(t + \frac{R}{c} \right) - p_0 \right) \\ &+ \frac{\ddot{m}R}{\rho} \left(1 - \frac{\dot{R}}{c} + \frac{\dot{m}}{c\rho} \right) + \frac{\dot{m}}{\rho} \left[\dot{R} + \dot{m} \left(\frac{1}{2\rho} + \frac{\dot{R}}{2c\rho} \right) \right. \\ &\left. - \frac{R\dot{\rho}}{\rho} \left(1 + \frac{\dot{m}}{c\rho} \right) \right] + \frac{R}{c\rho_0} \dot{p}_B, \end{aligned} \quad (4)$$

其中 c 是水中的声速, p_B 是气泡壁外侧处水的压强, $p_s = -p_a \sin(\omega t)$, ω 是外界声驱动角频率, p_a 是驱动声压振幅, $p_0 = 1 \times 10^5 \text{ Pa}$ 环境压强, \dot{m} 为单位

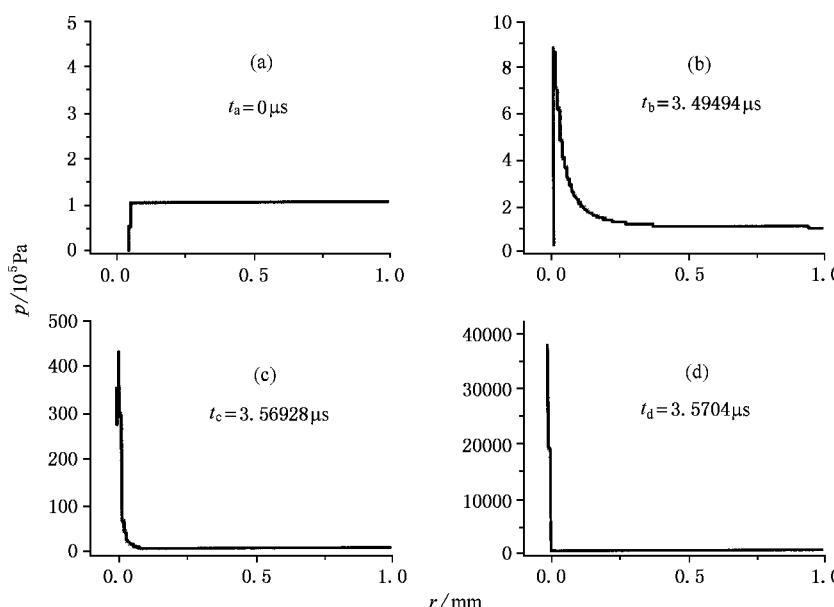


图 1 气泡外围水域液体压强分布 环境温度 293.15K, 气泡初始半径 $4.5 \mu\text{m}$, 声驱动压强振幅为 $1.4 \times 10^5 \text{ Pa}$, 声驱动频率为 33.8 kHz

时间内在单位面积气泡壁上水蒸气凝结与蒸发量之差, 或净凝结量。

3. 计算结果及讨论

从本文建立的模型出发, 选择以下 5 种情况进行数值模拟, 计算出了随时间变化的气泡外围压强分布, 采用的参数如表 1 所示。其他的参数: $P_0 = 1 \times 10^5 \text{ Pa}$, $\rho_0 = 998.2 \text{ kg/m}^3$, $\sigma = 0.0725 \text{ N/m}$, $\eta = 0.001 \text{ s} \cdot \text{N/m}^2$ 。第五种情况是激光诱发气泡发光的大气泡外围压强模拟计算, 具体用到的模型和参数本文将在后面讨论时说明。本文讨论的 5 种情况, 前三种的选择是为了比较驱动压强增加时气泡外围的压强变化, 第四种是为了考查驱动频率的影响, 最后一种是考查气泡最大半径非常大的情况。

表 1 单泡声致发光气泡模型计算参数表

	$R_0/10^{-6}\text{m}$	T_0/K	$p_a/10^5 \text{ Pa}$	$\frac{\omega}{2\pi}/\text{kHz}$
第一种	4.5	293.15	1.4	33.8
第二种	4.5	293.15	1.8	33.8
第三种	4.5	293.15	2.5	33.8
第四种	4.5	293.15	2.5	20.6

3.1. 气泡外围的压强变化对气泡的作用

在气泡半径最大附近, 气泡半径变化缓慢, 气泡

的运动几乎不影响液体中的压强.因此,从气泡半径最大处开始模拟计算.

本节只给出第一种情况(见图1)和第二种情况(见图2)的计算结果,第三种和第四种情况与第二种情况的结果类似,这里不再给出.对于第一种情况,气泡的最大半径是 $42.0\mu\text{m}$,第二种情况,气泡的最大半径是 $72.2\mu\text{m}$.设气泡达到最大半径时为0时刻,如图1(a)–(d)和图2(a)–(d)分别为气泡从0时刻开始(即最大半径开始计时)压缩到气泡最小过程对应不同时刻的外围水域中的液体压强分布,其中的(a)都对应气泡最大半径瞬时(d)都对应气泡的最小半径瞬时.比较图1和图2可以看出,第二种

情况(驱动声压幅值为 $1.8 \times 10^5 \text{ Pa}$ 的情况),气泡从最大半径压缩的一段时间内靠近气泡壁的外围水域中出现负压区现象(见图2(a)(b)),而第一种情况(驱动声压幅值为 $1.4 \times 10^5 \text{ Pa}$ 的情况)没有出现这种现象.对比较大的驱动声压幅值 $2.5 \times 10^5 \text{ Pa}$ 的第三、四种情况,计算结果与第二种情况计算结果类似,都在气泡的压缩相出现负压区,只是负压区和这段过程的时间有所不同.比较第三、四种情况知,频率对气泡外围的压强变化影响不大.对于第五种即激光诱发气泡的情况,由于其最大半径为 1.2mm ,负压区明显加宽,除此,计算结果与第二种情况计算结果类似.

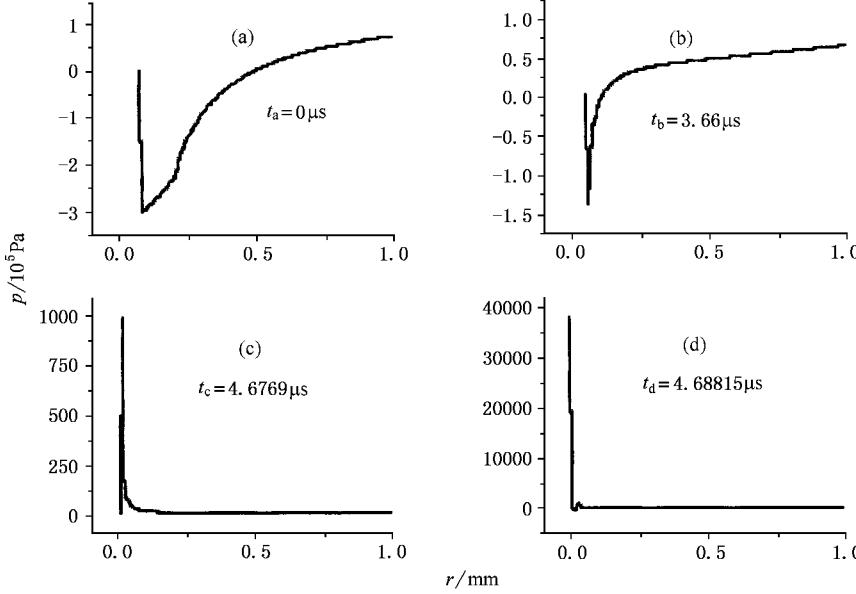


图2 气泡外围水域液体压强分布,环境温度 293.15K ,气泡初始半径 $4.5\mu\text{m}$,声驱动压强振幅为 $1.8 \times 10^5 \text{ Pa}$,声驱动频率为 33.8kHz

负压区的出现在物理上是容易理解的,当气泡从最大半径开始收缩时,外围的液体随着气泡壁向中心运动.气泡壁加速很快,但外围液体由于惯性不易迅速跟上,从而在外围引起张力形成负压区.但如果最大半径不够大,当气泡压缩时,即使外围液体跟不上,由于体积变化不足以使外围液体产生张力,从而不出现负压区.由于最大半径与驱动声压有关,驱动声压越大,最大半径越大,所以负压区的出现与驱动声压关联.这些气泡外围负压区的出现可能使得气泡处于力的非稳定平衡点,导致气泡不能稳定压缩.为了了解负压区产生的影响,本文针对图1和图2分别计算了对应外围水域中流体压强引起的力,这个声辐射压力为 $F = V \cdot (-\nabla P)$,也叫Bjerknes

力^[6,20],这个力通常比浮力和重力大很多,其中 V 表示对应瞬时气泡的体积,见图3(各图分别对应图1中(a)–(d))和图4(各图分别对应图2中(a)–(d)).从图4(a)(b)可以看出,对应图2(a)(b)出现负压的气泡壁外围附近由流体压强引起的力为正,距离气泡壁稍远处的力为负.对于图4(a)(b)的情况,当气泡受到一个微小扰动后,气泡就被推离平衡位置,但稍远处的流体压力又会使气泡拉回平衡位置,这样,气泡就可能在平衡位置振荡,气泡处于非稳定平衡点.由图5可见,气泡壁外围附近出现负压区是从A到B之间的时间段内(大约 $4\mu\text{s}$),气泡有足够时间离开平衡位置.另外,流体拉力也可能把气泡拉变形或拉破.本文还针对上述声压幅值为

$2.5 \times 10^5 \text{ Pa}$ 的第三种情况 , 以及声压幅值为 $2.5 \times 10^5 \text{ Pa}$, 驱动频率为 20.6 kHz 的第四种情况分别计算 , 发现数值计算的结果均与第二种情况类似 , 即类似图 2 , 在气泡最大半径时刻附近 , 气泡壁附近外围水域都出现负压现象 , 而且负压现象对应的由液体压强引起对气泡壁的力都表现为向外 . 这可能就是为什么那些驱动声压幅值超过某个临界值($\sim 1.6 \times$

10^5 Pa)后不能观察到稳定的声致发光的原因 . 我们注意到无论何种情况 , 在气泡压缩到最小时 , 气泡都不是在稳定平衡点 , 见图 3 和图 4 中(d), 但这段时间极短 (只有几个纳秒) , 来不及把气泡拉出平衡位置 . 气泡最小时的不稳定性只表现为形状不稳定性 , 这个问题见文献 [18]] .

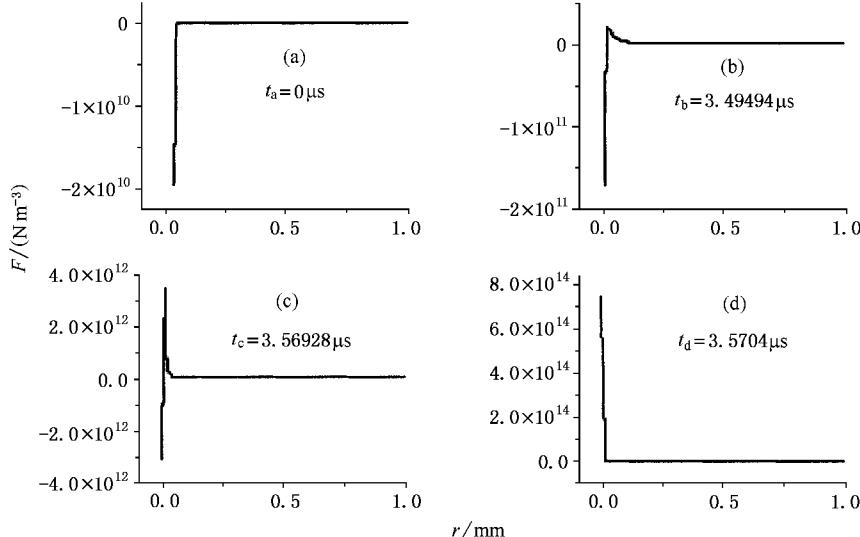


图 3 气泡外围水域由液体压强产生的力的分布 , 环境温度 293.15K , 气泡初始半径 $4.5\mu\text{m}$, 声驱动压强振幅为 $1.4 \times 10^5 \text{ Pa}$, 声驱动频率为 33.8kHz

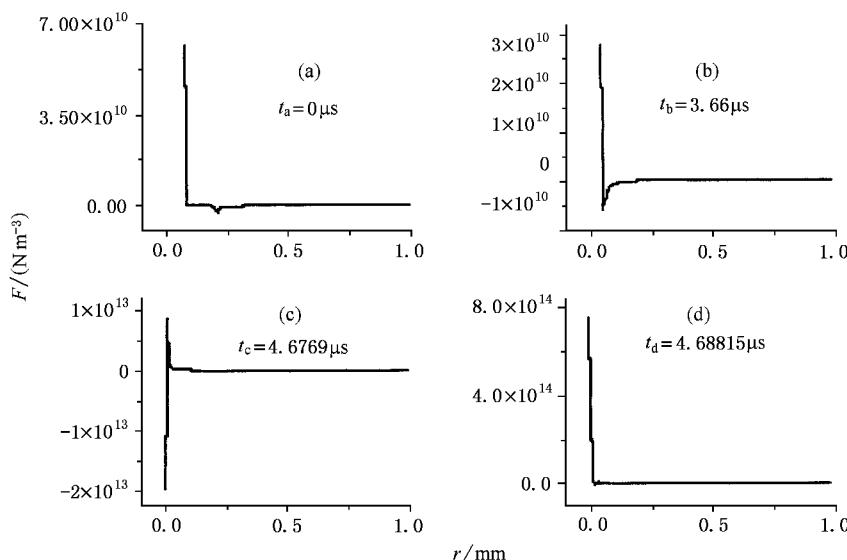


图 4 气泡外围水域由液体压强产生的力的分布 , 环境温度 293.15K , 气泡初始半径 $4.5\mu\text{m}$, 声驱动压强振幅为 $1.8 \times 10^5 \text{ Pa}$, 声驱动频率为 33.8kHz

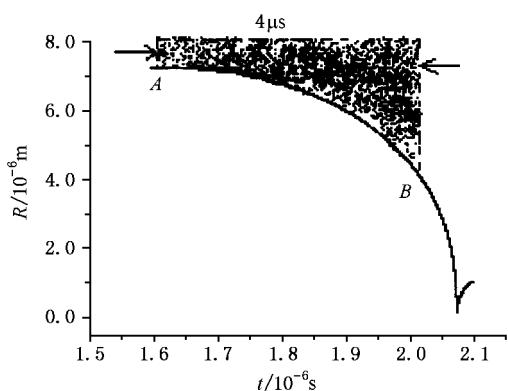


图 5 处于压缩相的气泡外围负压分布,环境温度 293.15K, 气泡初始半径 $4.5\mu\text{m}$, 声驱动压强振幅为 $1.8 \times 10^5 \text{ Pa}$, 声驱动频率为 33.8kHz . 实线表示气泡半径随时间变化的计算曲线, 阴影区域表示气泡处于压缩相外围负压分布区

3.2. 气泡外围的冲击波

对于我们所列参数为第一种的情况(气泡最大半径瞬时为 0 时刻)当 $t_a = 3.57017\mu\text{s}$, 气泡达到最大速度 $v_m = 1335\text{m/s}$, 当 $t = t_a + 0.232\text{ns}$ 时, 气泡半

径达到最小值 $r_{\min} = 0.687\mu\text{m}$. 当气泡压缩至其最小半径附近, 气泡壁外围的压强快速增加并且形成一个高压层, 气泡从最小半径处反弹时, 气泡外围形成的高压层压强从它的最大值开始减小, 同时高压层的外部边缘逐渐向周围的水中传播. 由于压强的剧烈下降使得高压层的外部边缘变得陡峭, 于是高压层的外部边缘形成冲击波波前(见图 6(a)–(f)). 如图 6 显示气泡从最小半径处开始反弹时外围水域冲击波的形成与传播过程. 图 6(a) 对应气泡在最小半径瞬时外围压强分布, 图 6(b)–(f) 分别对应气泡反弹过程不同时刻外围压强分布. 从图 6(b) 能看出尖锐的冲击波脉冲在气泡从最小半径处反弹了 2.55ns 后形成, 图 6(b)–(f) 反映冲击波形成后向外传播, 同时很快地衰减, 冲击波幅值大约以 $\frac{1}{r}$ 衰减. 从图 6(e) 传播到图 6(f) 平均速度大约为 1480m/s , 实际就是声速. 第二、三和四种情况的计算结果也有冲击波产生, 计算结果与第一种情况(见图 6)类似. 从图 6 看出, 冲击波在气泡外围水域中形成, 与气泡内部有无冲击波无关.

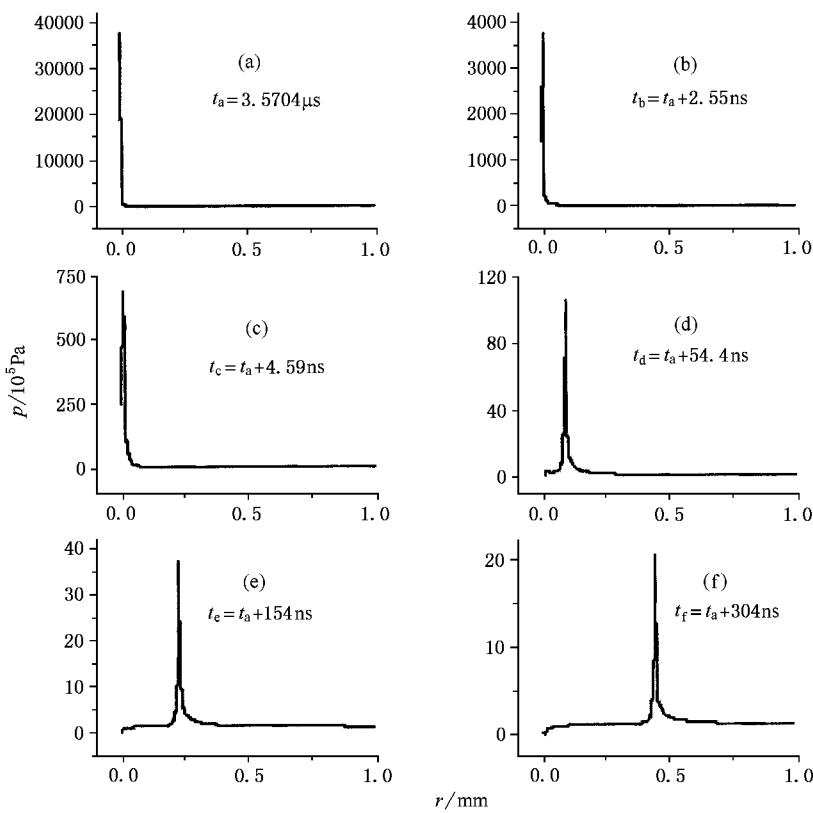


图 6 气泡外围水域中冲击波的形成与传播. 环境温度 293.15K, 气泡初始半径 $4.5\mu\text{m}$, 声驱动压强振幅为 $1.4 \times 10^5 \text{ Pa}$, 声驱动频率为 33.8kHz

3.3. 冲击波对折射率的影响

由上节可知,在气泡塌缩到最小半径瞬时出现高压区,随后形成冲击波,这将导致气泡外围液体密度的可观变化,从而引起液体折射率的变化。本文以激光诱发发光气泡为例,说明这个问题。

在我们的激光诱发气泡发光数值模拟计算中采用模型与上述讨论的单泡声致发光模型相同,除了气泡壁的运动方程即 RP 方程中去掉了声压这一项以外,其他都相同。为了与文献[21]中的实验数据比较,参数的选择满足气泡达到最大值 1.2mm,其他的环境温度等都与文献[21]实验参数一致,本文数值模拟计算的气泡塌缩到最小半径是 0.03135mm,此时,气泡内的理论数值计算温度达到 5600K,略低于实验所测的黑体辐射温度为 7800K,但比较文献[21]采用的简化 RP 方程数值计算的最高温度为 25000K,本文计算的结果更接近实验,这可能与我们 RP 方程中考虑了水蒸气效应有关,因为,水蒸气在气泡壁的蒸发与凝聚导致热量的传递,影响气泡内最高温度。

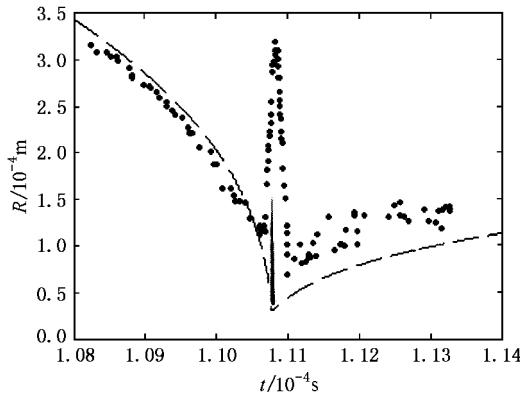


图 7 气泡外围水域中折射率分布。虚线表示气泡从 0.35mm 塌缩到最小半径后反弹过程气泡半径随时间的变化计算曲线;针状实线表示气泡外围水域中所有的折射率大于 1.4 的分布;点线表示实验^[21]采用 Mie 散射法测出的气泡半径随时间变化的曲线

在气泡塌缩到最小半径瞬时,气泡壁外围形成高压层,从而形成冲击波,导致水域中的折射率变化。图 7 给出了激光诱发发光气泡外围水域中所有的折射率大于 1.4 的分布。图中虚线表示气泡从 0.35mm 塌缩到最小半径再反弹过程中气泡半径随时间的变化计算曲线;针状实线表示气泡外围水域中所有的折射率大于 1.4 的分布;点线表示实验^[21]采用 Mie 散射法测出的气泡半径随时间变化的曲

线。从图 7 可以看出,实验^[21]测得的气泡半径随时间的变化情况(图 7 中的点线)基本与本文数值计算的气泡半径随时间变化的曲线(图 7 中的虚线)吻合,除了在气泡最小半径附近。在这里折射率变化较大的区域(气泡最小半径附近)比较窄,与实验数据(图中的点线)比较,发现冲击波对 Mie 散射法测量气泡最小半径的影响区域基本可以忽略,实验结果不能用冲击波的影响解释。可能的解释是因为气泡达到最小半径时气泡分裂为多个气泡,这会影响对气泡大小的实验测量。此外,我们还对表 1 列出的单泡声致发光气泡的四种情况同样进行了数值计算,计算结果都一致表明冲击波对气泡外围折射率的影响区域非常狭窄,所以,冲击波对散射法测量气泡最小半径影响基本可以忽略。

4. 结 论

本文通过数值计算非线性谐振的气泡外围流场中的 Navier-Stokes 方程,给出声空化气泡外围压强分布。数值计算发现当气泡处于压缩相,那些气泡最大半径比较大的气泡外围紧邻气泡壁处出现负压区间,这将使气泡在这段时间处于力的非稳定平衡点。这可能就是为什么当声压幅值超过某一临界值时没有稳定的声致发光现象的原因。计算还发现,当气泡接近它的最小半径处,气泡外围形成很薄的高压区,这个高压区的外部边缘逐渐向周围的水中传播,这就形成冲击波。分析表明,冲击波对 Mie 散射法测量气泡最小半径有一定影响,但不是主要影响。

最近有人声称在声空化产生的高温下观察到核聚变^[22],但也有人指出该结论证据不足^[23]。与连续发光的声空化气泡不同,文献[22]中是在每个声周期注入新的气泡,所以不存在保持气泡连续稳定的问题,因而似乎可以任意提高驱动声场。文献的数值计算^[22]表明,尽管有热传导、分子分解、原子电离等损耗,但只要驱动声场足够强(不受临界驱动声场的限制),气泡最大半径就足够大,只要保持球对称的压缩过程,气泡总可以在气泡内产生足够强的冲击波,产生聚变所需的温度。但本文的计算研究表明,即使是这样的一次性气泡,由于最大半径很大($\sim 0.5\text{mm}$),所以在压缩过程,在气泡壁外将产生持续时间较长的负压区,这个负压区产生的 Bjerknes 力使气泡处于非稳定平衡点,就像本文前面分析的,这时候很容易使气泡发生抖动或变形,不能保证气

泡在压缩过程保持球对称。单纯提高外界驱动声场(增大最大半径),同时会增大气泡外负压区产生的Bjerknes力,容易使气泡偏离球对称,所以不能以此

无限制地提高气泡内冲击波的强度,进而获得超高温。所以在研究气泡聚变时,如何克服气泡外负压区对气泡稳定性的影响非常重要。

- [1] Gaitan D F and Crum L A 1990 *J. Acoust. Soc. Am.* **87** S141
- [2] Barber B P and Puttermann S J 1991 *Nature* **352** 318
- [3] Gaitan D F and Holt R G 1999 *Phys. Rev. E* **59** 5495
- [4] Holt R G and Gaitan D F 1996 *Phys. Rev. Lett.* **77** 3791
- [5] Qian Z W 2001 *Chin. Phys.* **10** 636
- [6] Hilgenfeldt S and Lohse D , Brenner M P 1996 *Phys. Fluids* **8** 2808
- [7] Li L L , An Y and Ying C F 2001 *Chin. Phys. Lett.* **18** 1523
- [8] Wu C C and Roberts P H 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 3424
- [9] Vuong V Q and Szeri A J 1996 *Phys. Fluids* **8** 2354
- [10] Louse D , Brenner M P , Dupont T F , Hilgenfeldt S and Johnston B 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 1359
- [11] Yuan L , Cheng H Y , Chu M C and Leung P T 1998 *Phys. Rev. E* **57** 4265
- [12] Ying C F and An Y 2002 *Science in China A* **4** 305 (in Chinese)
[应崇福、安 宇 2002 中国科学 A **4** 305]
- [13] Xie C G , An Y and Ying C F 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 102 [谢崇
国、安 宇、应崇福 2003 物理学报 **52** 102]
- [14] An Y , Xie C G and Ying C F 2003 *Chin. Phys. Lett.* **20** 575
- [15] Holzfuss J , Ruggeberg M and Billo A 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 5434
- [16] Ridah S 1988 *J. Appl. Phys.* **64** 152
- [17] Toegel R , Gompf B , Pecher R and Lohse D 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 3165
- [18] Liu H J and An Y 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 620 (in Chinese)
[刘海军、安 宇 2003 物理学报 **52** 620]
- [19] Yasui K 1996 *J. Phys. Soc. Jpn.* **65** 2830
- [20] Blake F G 1949 *J. Acoust. Soc. Am.* **21** 551
- [21] Baghdassarian O , Chu H C , Tabbert B and Williams G A 2001
Phys. Rev. Lett. **86** 4934
- [22] Taleyarkhan R P , West C D , Cho J S , Lahey Jr R T , Nigmatulin R I and Block R C 2002 *Science* **295** 1868
- [23] Shapira D and Saltmarsh M 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 104302

Pressure distribution outside a single cavitation bubble *

Liu Hai-Jun An Yu[†]

(Department of Physics , Tsinghua University , Beijing 100084 , China)

(Received 9 July 2003 ; revised manuscript received 4 August 2003)

Abstract

Shape instabilities and diffusive instability are generally employed to investigate the stability of a single sonoluminescing bubble, but the effect of the pressure outside a cavitation bubble is seldom studied. This paper particularly gives the pressure distribution outside a nonlinear resonance bubble by solving the Navier-Stokes equation outside the bubble. Numerical simulation shows that a negative pressure region appears in the vicinity of the bubble wall for those bubbles with a larger maximum radius, when the bubble is in its compressed phase, and which makes the bubble in the position of unstable equilibrium. We find that when the collapsing bubble approaches its minimum radius, a high pressure layer just outside the bubble is generated which gradually moves outward and subsequently forms a shock wave. Analysis indicates that the shock wave affects the measurement of the minimum radius of the bubble by Mie scattering; however, the effect is not dominant.

Keywords : acoustic cavitation , pressure distribution , shock wave , laser-induced bubble

PACC : 4325

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10174045).

[†] Corresponding author.